Народная Асвета

Штомесячны
навукова-педагагічны часопіс

● Выдаецца з чэрвеня 1924 года

11/2000

Мінск, «Дом прэсы»

ДАДАТКОВАСЦЬ І ШКОЛЬНАЯ ГЕАМЕТРЫЧНАЯ АДУКАЦЫЯ

У. У. ШЛЫКАЎ,
загадчык навуковага сектара Беларускага дзяржаўнага педагагічнага універсітэта імя Максіма Танка, дацэнт кафедры алгебры і геаметрыі

Шматвяковая гісторыя развіцця цывілізацыі сведчыць аб тым, што геаметрыя з'яўляецца важнай састаўляючай агульнай культуры, служыць інструментам пазнання прыроды, садзейнічае фарміраванню навуковых уяўленняў чалавека аб навакольнай прасторы. Навуковыя адкрыцці ў астраноміі і фізіцы, дасягненні вялікіх геаметраў Р. Дэкарта (1596—1650), К. Гаўса (1777—1855), М. І. Лабачэўскага (1792—1856), Б. Рымана (1826—1866), Д. Гільберта (1862—1943), уплыў геаметрычных тэорый на развіццё прыродазнаўства пацвярджаюць значымасць геаметрыі ў развіцці грамадства.

Геаметрыя ўяўляе адно з самых яркіх праяўленняў прыгажосці ў матэматыцы, а геаметрычныя заканамернасці, якія служаць інструментам стварэння прыгажосці і гармоніі твораў мастацтва, выклікаюць нязменную цікавасць у многіх тварцоў прыгожага. Напрыклад, тэарэтык мастацтва ранняга Адраджэння італьянскі вучоны Леон Батыста Альберці (1404—1472) падкрэсліваў важнае значэнне геаметрыі ў жывапісе, а геніяльны французскі архітэктар XX ст. Ле Карбюзье (1887—1965) адзначаў, што акаляючы нас свет з'яўляецца «светам геаметрыі», які ляжыць у аснове мастацкіх уражанняў чалавека. Творы мастакоў эпохі Адраджэння Леанарда да Вінчы (1452—1519) і Альбрэхта Дзюрэра (1471—1528), велічныя збудаванні архітэктараў старажытнасці і сучаснікаў сведчаць аб тым, што ва ўсе часы геаметрыя была і застаецца заканадаўцай моды ў пытаннях гармоніі і прыгажосці. А на думку вядомага матэматыка А. Д. Аляксандрава (1912—1999), многія творы архітэктуры і жывапісу служаць пацвярджэннем таго, што «геаметрыя ў некаторым сэнсе адносіцца да мастацтва». Можна сказаць,

што праз прапорцыі і сіметрыі яна вызначае гармонію і духоўную прыгажосць геніяльных тварэнняў архітэктараў і мастакоў.

Дзякуючы прыгажосці геаметрычных форм і заканамернасцей, геаметрыя валодае вялікім патэнцыялам для эстэтычнага выхавання школьнікаў. А. С. Пушкін адзначаў, што натхненне з'яўляецца аб'яднальным звяном геаметрыі і паэзіі. На яго думку, «вдохновение есть расположение души к живейшему принятию впечатлений и соображению понятий, следственно, и объяснению оных. Вдохновение нужно в геометрии, как в поэзии» [1. С. 290]. Улічваючы важнасць геаметрычнай адукацыі ў агульнакультурным развіцці вучняў, трэба разглядаць яе як неад'емны кампанент агульнай адукацыі, які не з'яўляецца антыподам для яе гуманітарнай састаўляючай. У гэтым пытанні, напэўна, варта прыслухацца да меркавання вядомага расійскага педагога, доктара фізіка-матэматычных навук І. Ф. Шарыгіна, які падкрэслівае, што сярод негуманітарных прадметаў геаметрыя з'яўляецца «самым гуманітарным». Вырашаючы задачу гуманітарызацыі школьнай адукацыі, важна разумець, што сутнасць пытання заключаецца ў набліжэнні вучняў да духоўнай культуры.

Стан школьнай геаметрычнай адукацыі [2; 3] дае падставу лічыць, што існуючыя падыходы да вызначэння мэт навучання геаметрыі, ролі геаметрычных ведаў не з'яўляюцца здавальняючымі і не дазваляюць у поўнай меры рэалізоўваць развіццёвыя і выхаваўчыя магчымасці гэтай дысцыпліны. Важнасць геаметрычных ведаў у фарміраванні навуковага светапогляду і агульнай культуры чалавека робіць актуальнай задачу ўдасканалення школьнай геаметрычнай адукацыі. Яе не вырашыць на аснове старых метадалагічных уяўленняў у рамках традыцыйных метадычных сістэм, якія не ўлічваюць асаблівасці курса геаметрыі, што заключаецца ў інтэграцыі магчымасцей для развіцця лагічнага і прасторавага мыслення. Акадэмік А. Д. Аляксандраў адзначаў, што «геаметрыя ёсць прасторавае ўяўленне, пранізанае і арганізаванае строгай логікай. У ёй заўсёды прысутнічаюць гэтыя два неразрыўна звязаныя элементы: наглядная карціна і дакладная фармулёўка, строгі лагічны вывад. Там, дзе няма гэтых бакоў, няма і сапраўднай геаметрыі» [11. С. 3]. Недаацэнка ўказанай асаблівасці ў працэсе вывучэння школьнага курса геаметрыі прывяла да павышэння ўзроўню абстрактнасці ў выкладанні тэарэтычнага матэрыялу і прыніжэння ролі прасторавага мыслення, што стала прычынай нізкага ўзроўню геаметрычных ведаў школьнікаў.

Такім чынам, уяўляецца важным пабудаванне школьнай геаметрычнай адукацыі на аснове *канцэпцыі дадатковасці* — яна разглядае курс геаметрыі як адзіную сістэму, у якой інтуітыўная і лагічная састаўляючыя з'яўляюцца праяўленнем катэгорый дадатковасці і цэласнасці і ў роўнай ступені патрэбны для эфектыўнага развіцця інтэлектуальных здольнасцей вучняў. Пры пабудаванні курса геаметрыі няма аб'ектыўнай неабходнасці аддаваць перавагу фарміраванню аксіяматычнага метаду мыслення. Разам з лагічным мысленнем у роўнай ступені належыць развіваць і прасторавыя ўяўленні як важную састаўляючую ўсебаковага развітога мыслення. Гісторыя развіцця прыродазнаўства паказвае, што абодва названыя кампаненты (інтуіцыя і логіка) значныя ў працэсе навуковага пошуку і пацвярджаюць думку вялікага французскага матэматыка і філосафа Р. Дэкарта аб тым, што «людзьмі не адкрыта ніякіх іншых шляхоў да верагоднага пазнання ісціны, акрамя відавочнай інтуіцыі і неабходнай дэдукцыі» [4. С. 84]. Аддаючы перавагу толькі пытанню развіцця лагічнага мыслення, падпарадкоўваючы гэтай мэце геаметрычную адукацыю, мы непазбежна прыходзім да дысгармоніі. На думку другога геніяльнага французскага матэматыка, фізіка і філосафа А. Пуанкарэ (1854—1912), «для таго каб стварыць геаметрыю або якую б там ні было навуку, трэба нешта іншае, чым чыстая логіка. Для абазначэння гэтага іншага ў нас няма другога слова, акрамя слова «інтуіцыя» [5. С. 163]. Інтуіцыя і логіка маюць на ўвазе і ўзаемна дапаўняюць адзін аднаго, кожная з іх мае сваю спецыфіку і поле дзейнасці: «Абедзве яны непазбежныя. Логіка, якая адна можа даць верагоднасць, ёсць сродак доказу; інтуіцыя ёсць сродак вынаходніцтва» [5. С. 167].

Метадалагічнай асновай пабудавання школьнага курса геаметрыі на падставе канцэпцыі дадатковасці служыць *прынцып дадатковасці,* які быў сфармуляваны Н. Борам (1885—1962) і пасля стварэння квантавай тэорыі стаў адным з агульных метадалагічных прынцыпаў у прыродазнаўстве. Абгрунтаванасць гэтага ляжыць у агульнасці падыходаў прынцыпу дадатковасці да рашэння тэарэтычных задач у розных галінах ведаў. Напрыклад, у матэматыцы ідэя дадатковасці праяўляецца ў тэорыі дваістасці лінейных прастор. Разгляд тэорыі дваістасці лінейных прастор як праяўлення дадатковасці апраўдана тым, што дуалізм «хваля — часціца» ў квантавай механіцы адэкватна выяўляецца менавіта ў тэрміналогіі лінейнай дваістасці бязмежнамерных прастор [6]. Іншымі прыкладамі дадатковасці ў матэматыцы служаць прынцыпы дваістасці ў рыманавай і

праектыўнай геаметрыі. Так, у рыманавай геаметрыі прызнак роўнасці трохвугольнікаў па дзвюх старанах і вуглу, заключанаму паміж імі, дваісты прызнаку роўнасці трохвугольнікаў па старане і двум прылеглым да яе вуглам [7]. У тапалогіі да дадатковых можна аднесці, напрыклад, адкрытыя і замкнутыя мноствы; арыентуемыя і неарыентуемыя разнастайнасці.

Аналіз зместу і метадычнай сістэмы курса геаметрыі дазваляе знайсці шэраг паняццяў і адносін, якія натуральным чынам належаць да дадатковых. Напрыклад, у працэсе вывучэння да разраду дадатковых адносяцца: настаўнік — вучань, падручнік — вучань, падручнік — настаўнік. Доказнасць і эўрыстычнасць, аналіз і сінтэз, неабходнасць і дастатковасць, прамая і зваротная тэарэмы, сінтэтычны і аналітычны метады рашэння задач — усё гэта паняцці, якія адносяцца да дадатковых. Інтуіцыя і логіка ў курсе геаметрыі з'яўляюцца ўзаемадапаўняючымі, неразрыўна звязанымі і аднолькава важнымі састаўляючымі, што садзейнічаюць эфектыўнаму вывучэнню прадмета. Строгая логіка выкладання матэрыялу яшчэ не служыць гарантыяй фарміравання дакладных уяўленняў аб вывучаемых паняццях, якія ўзнікаюць у свядомасці вучняў. Для ўразумення пытання неабходна, каб інтуіцыя і наглядныя ўяўленні дапамаглі ўбачыць сувязь паміж абстрактнымі паняццямі і рэальнымі іх мадэлямі.

Канцэпцыя дадатковасці можа быць асновай для прымірэння розных пунктаў погляду па пытаннях удасканалення структуры курса геаметрыі, яго метадалогіі і методыкі выкладання. Напрыклад, з пазіцыі канцэпцыі дадатковасці абсалютна неапраўданая спрэчка аб тым, якім павінна быць развіццё зместу курса геаметрыі — канцэнтрычным або лінейным, паколькі гэтыя паняцці з'яўляюцца дадатковымі і ў роўнай ступені правамернымі. У сувязі з гэтым цікавы пункт погляду вядомага матэматыка і педагога А. М. Калмагорава (1903—1987), які адзначаў: «Логіка навукі не ведае ніякага аднаго пераважна «лінейнага» размяшчэння матэрыялу (нават у межах адной навуковай дысцыпліны). Яна не патрабуе, з другога боку, і таго, каб працэс нарошчвання ведаў з непазбежным вяртаннем з новага пункту погляду да раней вывучанага распадаўся на канцэнтры» [12. С. 60].

Ідэя дадатковасці можа быць асновай для распрацоўкі метадычных падыходаў, накіраваных на развіццё прасторавага мыслення (пад якім разумеецца «стварэнне прасторавых вобразаў і аперыраванне імі ў працэсе рашэння розных практычных і тэарэтычных задач» [8. С. 23]) пры вывучэнні геаметрыі. Напрыклад, спецыфіка курса стэрэаметрыі пастаянна патрабуе ажыццяўлення пераходаў «плоскасць — прастора». Механізмам фарміравання навыкаў такіх пераходаў можа быць мысленнае і графічнае мадэліраванне [9], якое натуральна разглядаць як узаемадапаўняючыя кампаненты працэсу мадэліравання геаметрычных аб'ектаў.

Вывучэнне тэарэтычных пытанняў і рашэнне стэрэаметрычных задач пастаянна спалучана з неабходнасцю мысленных пераходаў «трохмерны аб'ект — графічная мадэль». Указаны працэс мае пэўныя цяжкасці — не заўсёды графічная мадэль дае поўную інфармацыю аб уласцівасцях прасторавай фігуры, таму што пры паралельным праецыраванні метрычныя ўласцівасці фігуры, як правіла, «хаваюцца». Акрамя таго, розныя графічныя мадэлі могуць служыць відарысам аднаго і таго ж прасторавага аб'екта і мець свой патэнцыял інфармацыйнасці. Тут важным з'яўляецца ўменне бачыць у плоскай графічнай мадэлі прасторавы аб'ект з яго метрычнымі характарыстыкамі, мысленна ўяўляць фізічную мадэль, што мае адпаведныя метрычныя характарыстыкі, і «бачыць» гэтыя «схаваныя» метрычныя характарыстыкі на графічнай мадэлі.

Поспех вывучэння геаметрыі залежыць ад узроўню развіцця тапалагічнай, праектыўнай, парадкавай, метрычнай і алгебраічнай падструктур прасторавага мыслення [10]. Спецыфіка пераходаў «прасторавы аб'ект — графічная мадэль» дазваляе меркаваць, што з пяці названых падструктур больш важную ролю для гэтых пераходаў адыгрываюць менавіта праектыўная і метрычная падструктуры: праектыўная дазваляе «арыентавацца сярод прасторавых аб'ектаў або іх графічных відарысаў з любога пункту адліку; вызначаць падабенства (адпаведнасць) паміж прасторавым аб'ектам і яго рознымі праекцыямі», а метрычная «акцэнтуе ўвагу на колькасных пераўтварэннях і дазваляе вызначаць лікавыя значэнні і велічыні даўжынь, вуглоў, адлегласцей» [10. С. 63]. Такім чынам, у працэсе мысленнага пераходу ад прасторавага аб'екта да яго графічнай мадэлі і назад названыя падструктуры з'яўляюцца ў найбольшай ступені дадатковымі; іх развіццю могуць садзейнічаць практыкаванні, якія патрабуюць мысленнай разбіўкі (канструявання) фізічных мадэлей з наступным адлюстраваннем мысленна пабудаванай мадэлі.

Узровень развіцця праектыўнай і метрычнай падструктур, натуральна, мае значэнне пры вывучэнні геаметрыі, паколькі вызначае эфектыўнасць фарміравання ўяўленняў аб прасторавых аб'ектах. У той жа час само вывучэнне прадмета дазваляе развіваць названыя ўзаемадапаўняючыя падструктуры, садзейнічае пераадоленню вучнямі цяжкасцей бачыць у графічных мадэлях прасторавыя аб'екты. Эфектыўным сродкам развіцця праектыўнай і метрычнай падструктур з'яўляюцца парныя заданні, якія, з аднаго боку, патрабуюць «прачытання» гатовай графічнай мадэлі, а з другога — стварэння адпаведных графічных мадэлей па дадзенай тэкставай інфармацыі. Асабліва эфектыўным такі прыём можа быць пры тлумачэнні геаметрычнага матэрыялу ў падручніку, дзе механізм узнікнення аб'екта магчыма праілюстраваць у выглядзе «мультфільма», кадры якога дазваляюць убачыць дынаміку стварэння новага геаметрычнага аб'екта. Р. Дэкарт адзначаў: «...многія рэчы, якія неабходны для пазнання іншых рэчаў, мы ўпускаем або таму, што яны на першы погляд здаюцца малакарыснымі, або таму, што яны здаюцца малацікавымі» [4. С. 79].

Прыведзеныя механізмы рэалізацыі ідэі дадатковасці ў працэсе мысленна-графічнага мадэліравання дазваляюць зрабіць вывучэнне геаметрыі эмацыянальна насычаным, а значыць, больш цікавым, дапамагаюць вучням убачыць прыгажосць геаметрычных форм і іх матэматычнага зместу.

Літаратура

1. **Пушкин А. С.** Отрывки из писем, мысли и замечания // Собр. соч.: В 6 т. Т. 5. М.: Правда, 1969.
2. **Дорофеев Г. В.** Единая концепция курса математики как решение проблемы преемственности // Стандарты и мониторинг в образовании. 1999. № 3.
3. **Ковалева Г.** Россия проиграла Сингапуру. Не в футбол... Сравнительный анализ качества математического и естественнонаучного образования в России // Учительская газета. 1999. № 3.
4. **Декарт Р.** Правила для руководства ума // Соч.: В 2 т. Т. 1. М.: Мысль, 1989.
5. **Пуанкаре А.** Ценность науки // Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983.
6. **Кострикин А. И., Манин Ю. И.** Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1986.
7. **Пархоменко А. С.** Неевклидова геометрия Римана // Математика в школе. 1961. № 2.
8. **Якиманская И. С.** Развитие пространственного мышления школьников. М.: Педагогика, 1980.
9. **Шлыкаў У. У.** Аб ролі графічнага мадэліравання пры вывучэнні геаметрыі // Народная асвета. 1999. № 10.
10. **Каплунович И. Я.** Психологические закономерности развития пространственного мышления // Вопросы психологии. 1999. № 1.
11. **Левитин К.** Геометрическая рапсодия. М.: Знание, 1976.
12. **Колмогоров А. Н.** К обсуждению работы по проблеме перспектив развития советской школы «на ближайшие тридцать лет» // Математика в школе. 1990. № 5.