

51
41-49

А.А. ЧЕРНЯК, Ж.А. ЧЕРНЯК, Ю.М. МЕТЕЛЬСКИЙ

МАТЕМАТИКА



ОРИГИНАЛЬНЫЙ СПРАВОЧНИК
С ДЕМОНСТРАЦИОННЫМИ ЗАДАЧАМИ
ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ И АБИТУРИЕНТОВ

$$\sin(\cos x) \leq 1$$

$$ax^2 - 3x + a - 4 = 0$$

$$x + 1 \leq 2x^2 + x + 1$$

51
449

**А.А.Черняк, Ж.А.Черняк,
Ю.М.Метельский**

МАТЕМАТИКА

*Оригинальный справочник
с демонстрационными задачами
для школьников и абитуриентов*

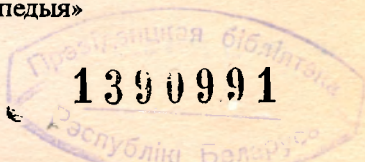


Президентская библиотека
Республики Беларусь



2 002000 023247

Минск
«Беларуская Энцыклапедыя»
2002



УДК 51(035)
ББК 22.1я2

Художник Е.С.Забавская

ISBN 985-11-0229-6

© Издательство «Беларуская Энцыклапедыя»
имени Петруся Бровкі, 2002
© А.А.Черняк, Ж.А.Черняк, Ю.М.Метель-
ский, 2002
© Оформление. Е.С.Забавская, 2002

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие является обучающим справочником по элементарной математике, в котором каждая теорема, логическая схема и формула сопровождаются демонстрационными задачами с подробными решениями. По замыслу авторов, это позволит потенциальному абитуриенту самостоятельно освоить (или вспомнить) то или иное теоретическое положение, без которого невозможно решать задачи соответствующего типа. Подобранный теоретический материал ориентирован как на базовые школьные требования, так и на значительно более глубокое изучение школьной математики. В связи с этим справочник не содержит элементарных определений, которые не нужны при решении задач и которыми изобилуют многие школьные пособия справочного профиля. В то же время в него включен материал, который либо отсутствует в школьных учебниках, либо затерялся там в дебрях формализованных определений и интерпретаций. Акцент сделан на логические схемы, правила и теоремы, неизменно сопутствующие математически грамотному решению уравнений и неравенств всех типов. Кроме того, кратко описаны алгоритмы основных методов решения школьных задач (например, метод интервалов для решения рациональных неравенств). Наряду с общеизвестными геометрическими теоремами и формулами приведены нетривиальные утверждения, с помощью которых можно решать сложные и нестандартные задачи по стереометрии. Приводятся также оригинальные методические приемы (например, способы решения уравнений с обратными тригонометрическими функциями). Основной методический принцип книги: решение уравнений и неравенств любого типа должно осуществляться при строгом соблюдении равносильности всех преобразований, что позволяет избежать громоздких действий с областью допустимых значений и другими избыточными ограничениями на переменные. В тех случаях,

когда в традиционных формулах не совпадают области определения левой и правой частей, эти формулы представлены в виде равносильной системы условий на переменные.

Универсальность справочника в том, что он будет интересен абитуриентам всех категорий: выпускникам средних школ, желающим дополнить свои школьные знания на ином методическом уровне; “зрелым” абитуриентам, давно забывшим школьную математику и нуждающимся в концентрированной подаче материала; питомцам математических классов и гимназий, желающим накануне экзамена освежить в памяти некоторые формальные и “занудные” истины; слушателям подготовительных курсов.

Авторы: доктор физико-математических наук, профессор *А.А. Черняк*; кандидат физико-математических наук, доцент *Ж.А. Черняк*; кандидат физико-математических наук, старший преподаватель *Ю.М. Метельский*.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Тема 1. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, признаки делимости, десятичная периодическая дробь	5
Тема 2. Формулы сокращенного умножения	9
Тема 3. Основные способы раскрытия модулей в уравнениях и неравенствах	11
Тема 4. Теоремы Виета	18
Тема 5. Преобразование радикалов	22
Тема 6. Равносильные преобразования иррациональных уравнений	25
Тема 7. Метод интервалов для рациональных неравенств	28
Тема 8. Равносильные преобразования иррациональных неравенств	30
Тема 9. Пропорции, проценты, концентрация	32
Тема 10. Прогрессии	35
Тема 11. Метод парабол для исследования квадратных трехчленов с параметрами	38
Тема 12. Определение тригонометрических функций и их значения для некоторых значений аргумента	43
Тема 13. Правило приведения тригонометрических функций	45
Тема 14. Определения обратных тригонометрических функций и их простейшие свойства	47
Тема 15. Простейшие тригонометрические уравнения	49
Тема 16. Пересечение двух множеств углов	51
Тема 17. Тригонометрические формулы и преобразования	53
Тема 18. Уравнения с обратными тригонометрическими функциями	60
Тема 19. Преобразование степеней положительных чисел	66
Тема 20. Равносильные преобразования логарифмических уравнений	67
Тема 21. Равносильные преобразования логарифмических неравенств	73
Тема 22. Четные и нечетные функции	75
Тема 23. Периодические функции	77
Тема 24. Производная	79

Тема 25. Единая схема применения производной для определения интервалов монотонности, экстремумов, наибольших и наименьших значений функций	82
Тема 26. Касательная	86
Тема 27. Графики основных элементарных функций	88
Тема 28. Элементарные преобразования графиков функций	100
Тема 29. Многочлены от одной переменной	107
Тема 30. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Векторы	116
Тема 31. Теоремы о площадях плоских фигур	123
Тема 32. Теоремы о метрических соотношениях в плоских фигурах	129
Тема 33. Теоремы об угловых соотношениях в плоских фигурах	139
Тема 34. Теоремы о пропорциональных соотношениях в плоских фигурах ..	144
Тема 35. Важные определения стереометрии, используемые в последующих разделах	150
Тема 36. Теоремы о перпендикулярности в пространстве: плоскости, наклонные, проекции	153
Тема 37. Теоремы о параллельных прямых и плоскостях в пространстве	156
Тема 38. Площади поверхностей пространственных фигур	159
Тема 39. Объемы пространственных фигур	165
Тема 40. Теоремы о вписанных и описанных фигурах в пространстве	170
Тема 41. Многогранники и шары, касающиеся их ребер	177
Тема 42. Многогранники и шары, касающиеся их граней	181
Тема 43. Ортогональные проекции в пространстве	184

СПРАВОЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Черняк Аркадий Александрович

Черняк Жанна Альбертовна

Метельский Юрий Михайлович

МАТЕМАТИКА

**Оригинальный справочник с демонстрационными
задачами для школьников и абитуриентов**

Ответственный за выпуск *А.И.Болсун*

Редактор *П.С.Габец*

Художественный редактор *В.М.Жук*

Технический редактор *М.И.Гриневич*

Корректоры: *Ж.С.Бересневич, Л.А.Воробей, Т.П.Гилевич,
Е.И.Климович, С.Н.Красная, В.А.Кульбицкая, В.Н.Чудакова*

Компьютерный набор и верстка *Ю.М.Метельский*

Подписано в печать 22.01.02. Формат 60 × 84 ¹/₁₆. Бумага газетная.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отг. 10,5.
Уч.-изд. л. 6,02. Тираж 5000 экз. Заказ 3414

Республиканское унитарное предприятие «Издательство «Беларуская
Энцыклапедыя імя Пётруся Броўкі» Міністэрства інфармацыі Рэспу-
блікі Беларусь. Ліцэнзія ЛВ №10 ад 10.11.2000. Рэспубліка Беларусь.
220072, Мінск, ул. Акадэміцкая, 15а.

Отпечатано с диапозитивов заказчика на Республиканском унитарном
предприятии «Издательство «Белорусский Дом печати». Республика Беларусь.
220013, Минск, пр. Ф.Скорины, 79.

Ч-49 **Черняк А.А.**

Математика: Оригинальный справочник с демонстрационными задачами для школьников и абитуриентов / А.А.Черняк, Ж.А.Черняк, Ю.М.Метельский; Худож. Е.С.Забавская. — Мн.: БелЭн, 2002. — 192 с.: ил.

ISBN 985-11-0229-6.

Дан практический справочный материал, необходимый при решении задач школьной математики. Описаны оригинальные методические приемы, позволяющие соблюдать равносильность преобразований при использовании традиционных формул алгебры и тригонометрии, приведены нетрадиционные теоремы для решения нестандартных задач по геометрии. Каждая логическая схема, теорема или формула сопровождаются демонстрационными задачами с подробными решениями. Пособие предназначено для учащихся школ, гимназий, лицеев, слушателей факультетов довузовской подготовки и подготовительных курсов, а также учителей математики и репетиторов.

УДК 51(035)
ББК 22.1я2