УДК 372.851

ОРИГИНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПОВТОРЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ЭКЗАМЕНАМ И ЕГЭ

© А. А. Черняк[1], Ж. А. Черняк[2], С. А. Богданович[3]

[1]д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математики, arkcharniak@tut.by, Белорусский государственный педагогический университета имени Максима Танка, г. Минск, Беларусь
[2]канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и физики, zhcharniak@gmail.com, Белорусская государственная академия связи, г. Минск, Беларусь
[3]канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и методики преподавания математики, bosead@mail.ru, Белорусский государственный педагогический университета имени Максима Танка, г. Минск, Беларусь

Предлагается инновационная модель экспресс-курса школьной математики для успешной сдачи ЕГЭ и внутренних экзаменов в престижные вузы России.

Ключевые слова: *элементарная математики, ЕГЭ, вступительные экзамены по математике.*

Современное методическое обеспечение для школ, отвечающее вызовам современных образовательных тенденций, должно отвечать следующим трем требованиям:

1. Опираться на информационные технологии и, в частности, учитывать ближайшую перспективу внедрения в учебный процесс интерактивных досок, планшетов, персональных компьютеров.
2. Максимально повысить КПД самостоятельной контролируемой работы, которой с каждым годом отводится все больше времени в учебном процессе.
3. Учитывать двухуровневое математическое образование в средней школе — базовое и углубленное (математические классы, гимназии и лицеи естественно-научного профиля).

Такое методическое обеспечение разработано нами в последние годы и уже внедрено учебный процесс на образовательном пространстве Российской Федерации [1-6]. Тезисно изложим его основные идеи, методы и принципы.

Материал каждой темы разбит на два уровня: основной и углубленный. Основной уровень формирует минимальный набор навыков и умений, необходимых для успешного решения задач на базовом уровне. Материал углубленного уровня подготавливает школьника к решению задач любой степени сложности.

Ядро каждой темы составляют авторские решения типовых задач разной сложности. Они сопровождаются подробными комментариями и замечаниями, отражающими самые «тонкие» места и принципиальные моменты решения каждой задачи; обсуждением возможных вариантов решения и обоснованием того, почему выбранный путь решения является оптимальным.

Программное сопровождение материалов на CD оснащено системой поиска, средствами для распечатки, редактирования, составления собственных документов и накопления их в архиве. Предусматривается возможность создания и архивирования собственных документов, используя готовые шаблоны, таблицы, формы. Минимальные системные требования: операционная система Microsoft Windows XP или последующие версии и устройство для чтения компакт-дисков. CD протестировано в операционных системах семейства *Линукс.*

Структура.

Шаг 1 «Начинаем с повторения определений, формул и теорем» содержит весь необходимый для решения задач теоретический минимум, причем практически все определения, формулы, алгоритмы и теоремы сопровождаются иллюстративными примерами и рисунками.

Шаг 2 «Осваиваем теоретический минимум с помощью простых примеров» содержит набор несложных упражнений (с ответами), способствующих более глубокому осмыслению положений предыдущего шага и освоению простейших навыков, используемых в решениях задач данного раздела.

Шаг 3 «Обучаемся основным идеям и алгоритмам решения задач» содержит опорные обучающие задачи. Они разбиты на группы, которые предваряются методическими советами и комментариями, подсказывающими общие и оптимальные приемы решения, помогающими правильно сориентироваться в многообразии задач и найти наиболее эффективные подходы к их решению.

Шаг 4 «Боремся с «глупыми» ошибками» содержит наборы распространенных «анекдотических» ошибок, которые сопоставляются с правильными рассуждениями и ответами.

Шаг 5 «Приобретаем опыт самостоятельного решения задач» содержит блок задач для самопроверки. Всего таких задач (по алгебре и геометрии) около 2000. Все они снабжены ответами.

Шаг 6 «Подводим итоги, сопоставляя свои ответы с правильными».

В геометрии дополнительно предусмотрен Шаг с блоками задач для закрепления приобретенных навыков, разбитых на три уровня сложности с подробными указаниями к решениям.

Продемонстрируем Шаги 3-4 (со значительными сокращениями) на примере темы «Преобразования тригонометрических выражений».

Шаг 3. «Обучаемся основным идеям и алгоритмам решения задач».

При решении широкого круга задач, связанных с преобразованием тригонометрических выражений, можно успешно использовать несколько общих правил, приемов и трюков. Правила позволяют разработать алгоритм упрощения (вычисления) тригонометрического выражения, тогда как приемы и трюки описывают «техническую реализацию» отдельных шагов этого алгоритма.

Правило первое. Если данное тригонометрическое выражение содержит углы вида $\pi \pm \alpha$, $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ (а также углы, приводящиеся к ним посредством добавления или удаления периода $2\pi n$ — для синуса и косинуса, и πn — для тангенса и котангенса), то упрощение этого выражения всегда начинайте с правила приведения (см. задачи 1, 3). Только не переусердствуйте в попытках использовать правила приведения для углов вида $\frac{\pi}{4} \pm \frac{\alpha}{2}$, $\frac{3\pi}{8} \pm \alpha$ и т. д.

Правило второе. Если выражение содержит тангенсы и/или котангенсы вместе с синусами и/или косинусами (будем называть такие выражения смешанными), то по соответствующим формулам преобразуйте тангенсы и котангенсы в синусы и косинусы. При этом переход можно осуществить как без изменения углов (по формулам $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$), так и с их удвоением (по формулам $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$, $\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$, $\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$, $\mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$).

Выбор способа перехода определяется спецификой задачи (см. задачи 1, 3). Иногда встречаются ситуации, когда в смешанном выражении удобнее «уйти» (с помощью формул $\sin 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$, $\cos 2\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$) от синусов и косинусов — в этом случае все аргументы синусов и косинусов в смешанном выражении должны вдвое превосходить аргументы тангенсов и котангенсов (см. задачу 4).

Правило третье. Если выражение содержит тригонометрические функции во второй или более высокой четной степени, то нужно понизить степени этих функций либо по формулам $\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$, $\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$, $\operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$, $\operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$ (см. задачи 1, 2), либо используя подходящие формулы сокращенного умножения.

Правило четвертое. Если на каком-то этапе решения вы не знаете, что делать дальше, то попробуйте следовать принципам «видишь сумму (разность) — преобразуй в произведение» или «видишь произведение — преобразуй в сумму (разность)» с помощью соответствующих формул преобразования суммы (разности) тригонометрических функций в произведение и наоборот (см. задачи 2, 4).

Правило пятое. Если требуется найти какую-либо тригонометрическую функцию аргумента α при условии, что задано значение другой функции этого же аргумента α, то воспользуйтесь формулами $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $1+\operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $1+\operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$, $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$, при этом учитывайте четверть, которой принадлежит угол α.

Посмотрим теперь, как, сочетая *правила 1–5*, можно подобрать ключ к решению задач 1–4.

Задача 1. Найти значение выражения

$$A = \frac{\sin^2\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\left(\operatorname{tg}^2\alpha - 1\right)\cdot\operatorname{ctg}\left(\alpha - \dfrac{5\pi}{4}\right)}{\sin^2\left(\dfrac{5\pi}{4}+\alpha\right)}.$$

Решение. В первую очередь преобразуем $\sin^2\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)$ в соответствии с *правилом 1* по формулам приведения: $\sin^2\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right) = \cos^2\alpha$. Далее заметим, что углы $\left(\dfrac{5\pi}{4}\pm\alpha\right)$ после удвоения преобразуются к виду $2\left(\dfrac{5\pi}{4}\pm\alpha\right) = \dfrac{5\pi}{2}\pm 2\alpha$, а значит, упрощаются по правилам приведения. К тому же, поскольку выражение A — смешанное, то по *правилу 2* следует перейти от $\operatorname{tg}^2\alpha$ и $\operatorname{ctg}\left(\alpha - \dfrac{5\pi}{4}\right)$ к синусам и косинусам с удвоением аргументов. По *правилу 3* необходимо также понизить степени функций $\cos^2\alpha$ и $\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}+\alpha\right)$. Руководствуясь приведенными соображениями, запишем:

$$A=\frac{\cos^2\alpha\cdot\left(\mathrm{tg}^2\alpha-1\right)\cdot\left(-\mathrm{ctg}\left(\frac{5\pi}{4}-\alpha\right)\right)}{\sin^2\left(\frac{5\pi}{4}+\alpha\right)}=-\frac{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\cdot\left(\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}-1\right)\cdot\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2}-2\alpha\right)}{1-\cos\left(\frac{5\pi}{2}-2\alpha\right)}}{\frac{1-\cos\left(\frac{5\pi}{2}+2\alpha\right)}{2}}=$$

$$=-\frac{\left(1+\cos 2\alpha\right)\left(-\frac{2\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\right)\cdot\frac{\cos 2\alpha}{1-\sin 2\alpha}}{1+\sin 2\alpha}=\frac{2\cos^2 2\alpha}{(1+\sin 2\alpha)(1-\sin 2\alpha)}=\frac{2\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha}=2.$$

Задача 2. Упростить выражение

$$A=\sin^2(45^\circ+x)-\sin^2(30^\circ-x)-\sin 15^\circ\cdot\cos(15^\circ+2x).$$

Решение. В соответствии с *правилом 3* понизим степени первого и второго слагаемого, в третьем же слагаемом преобразуем произведение в сумму, как указывает *правило 4*:

$$A=\frac{1-\cos(90^\circ+2x)}{2}-\frac{1-\cos(60^\circ-2x)}{2}-\frac{1}{2}(-\sin 2x+\sin(30^\circ+2x))=$$
$$=\frac{1}{2}(1+\sin 2x-1+\cos(60^\circ-2x)+\sin 2x-\sin(30^\circ+2x))=$$
$$=\frac{1}{2}(2\sin 2x+\cos(60^\circ-2x)-\sin(30^\circ+2x)).$$

Далее, по правилам приведения $\sin(30^\circ+2x)=\cos(90^\circ-(30^\circ+2x))=\cos(60^\circ-2x)$.

Таким образом, $A=\frac{1}{2}\cdot 2\sin 2x=\sin 2x$.

Рассмотрим теперь несколько приемов для упрощения и вычисления тригонометрических выражений.

Приемом 1 является использование формул гармонического колебания, позволяющих в выражениях вида $a\cos x\pm b\sin x$, где $a>0$, $b>0$, заменить две тригонометрические функции $\cos x$ и $\sin x$ одной функцией аргумента $x\pm\varphi$:

$$a\cos x\pm b\sin x=\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\varphi\pm x), & \text{где}\quad \varphi=\arcsin\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\\ \sqrt{a^2+b^2}\,\cos(\varphi\mp x), & \text{где}\quad \varphi=\arccos\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}.\end{cases}$$

Эти формулы иногда называют также формулами вспомогательного угла φ (см. задачу 4).

В нескольких частных случаях формулы гармонического колебания проще и полезнее выводить, нежели использовать приведенный выше готовый шаблон. Потренируемся вместе:

$$\cos x \pm \sin x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x\right) = \sqrt{2}(\sin 45^\circ \cos x \pm \cos 45^\circ \sin x) = \sqrt{2}\sin(45^\circ \pm x) =$$
$$= \sqrt{2}(\cos 45^\circ \cos x \pm \sin 45^\circ \sin x) = \sqrt{2}\cos(45^\circ \mp x);$$
$$\cos x \pm \sqrt{3}\sin x = 2\left(\frac{1}{2}\cos x \pm \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) = 2(\sin 30^\circ \cos x \pm \cos 30^\circ \sin x) = 2\sin(30^\circ \pm x) =$$
$$= 2(\cos 60^\circ \cos x \pm \sin 60^\circ \sin x) = 2\cos(60^\circ \mp x);$$
$$\sqrt{3}\cos x \pm \sin x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x \pm \frac{1}{2}\sin x\right) = 2(\cos 60^\circ \cos x \pm \sin 60^\circ \sin x) = 2\sin(60^\circ \pm x) =$$
$$= 2(\cos 30^\circ \cos x \pm \sin 30^\circ \sin x) = 2\cos(30^\circ \mp x).$$

Прием 2 можно условно назвать «принципом родственных углов». Он связан с уменьшением количества различных углов в тригонометрическом выражении с помощью правил приведения. Так, если углы α и β связаны одним из равенств $\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{2}, \alpha \pm \beta = \pi, \alpha \pm \beta = \frac{3\pi}{2}, \alpha \pm \beta = 2\pi$, то любая тригонометрическая функция угла α (или β) может быть преобразована в тригонометрическую функцию угла β (или α) (см. задачу 3).

Задача 3. Найти значение выражения $A = \dfrac{\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{8} - 2\cos\frac{5\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}$.

Решение. Заметив, что $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$, воспользуемся формулами приведения:

$$A = \frac{\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right)}{\cos\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{8} + 2\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}} = \left(\sqrt{2}+2\right)\frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}} = \left(\sqrt{2}+2\right)\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}.$$

Так как $\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \dfrac{\sin\frac{\pi}{4}}{1+\cos\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$, то $A = \left(\sqrt{2}+2\right)\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Задача 4. Найти значение выражения $A = \dfrac{1}{\sin 10^\circ} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$.

Решение. Приведем выражение к общему знаменателю, а затем используем для преобразования числителя формулу гармонического колебания:

$$A=\frac{\cos 10^\circ-\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\sin 10^\circ\cdot\cos 10^\circ}=\frac{2\left(\frac{1}{2}\cos 10^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ\right)}{\frac{1}{2}\sin 20^\circ}=\frac{2(\sin 30^\circ\cos 10^\circ-\cos 30^\circ\sin 10^\circ)}{\frac{1}{2}\sin 20^\circ}=$$

$$=4\frac{\sin(30^\circ-10^\circ)}{\sin 20^\circ}=4\,.$$

Шаг 4. Боремся с «глупыми» ошибками (см. таблицу).

Таблица – «Глупые ошибки»

Условие задания	Правильное действие	Ошибочное действие
Упростить: $A=\sin^2 2x+\cos^2 2x$	В силу основного тригонометрического тождества A=1	Так как $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, то $\sin^2 2x+\cos^2 2x=2$
Упростить: $A=2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$	$A=\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$	$A=\sin^2 2\alpha$
Упростить: $A=\cos^4\alpha-\sin^4\alpha$	$A=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\times$ $\times(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)=$ $=(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\cdot 1=\cos 2\alpha$	$A=\cos^2 2\alpha$
Упростить: $A=\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$	$A=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)}{1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)}=\frac{\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$	По «правилу приведения» A=ctgα
Упростить: A=sin(π+α)	A=–sinα	По «правилу приведения» A=sinα
Дано: sinα=0,6 и $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. Найти cos$\alpha$	$\lvert\cos\alpha\rvert=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=0{,}8\Rightarrow$ $\Rightarrow\cos\alpha=-0{,}8$	$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=0{,}8$
Найти угол A=arctg(tg140°)	A=arctg(tg(180°–40°))= =arctg(tg(–40°))=–40°	A=140°
Преобразовать в сумму (разность): A=2cos25°sin10°	A=–sin15°+sin35°	A=sin15°+sin35°
Понизить степень: $A=\cos^4\alpha$	$A=\left(\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\right)^2$	$A=\frac{1+\cos^2 2\alpha}{2}$
Понизить степень, дополнив до полного квадрата: $A=\sin^4\alpha+\cos^4\alpha$	$A=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=$ $=1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$	$A=-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$
Применить формулу гармонического колебания: $A=\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$	$A=\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$	$A=\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)$

Найти угол $A = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$	$A = \pi - \arccos\frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3}$	$A = -\arccos\frac{1}{2} = -\frac{\pi}{3}$
Найти наименьший положительный период T функции $y=\cos^2 x$	Так как $y = \frac{1+\cos 2x}{2}$, то $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$	$T=2\pi$

Теперь несколько слов о геометрии. Обилие разноплановых геометрических задач и многообразие приемов и методов их решения делают геометрию наиболее трудным разделом школьной математики. Это объясняет те сложности, которые возникают при попытке создать эффективную систему для ускоренного повторения геометрии в процессе подготовки к различным выпускным и конкурсным испытаниям.

В основе модели качественного и лаконичного повторения школьного курса геометрии лежат два следующих подхода.

1. Обучающийся может выбрать один из трех возможных уровней повторения: необходимый, достаточный или повышенный. Представим ситуацию, когда времени до экзамена критически мало, а уровень знаний — критически низкий. В этом случае ставить перед собой глобальные цели — бессмысленно, поэтому выбираем для себя обучение на необходимом уровне. Он включает в себя формулировки основных теорем, важные формулы и свойства фигур. Под каждое из приведенных свойств приводятся задачи с иллюстрациями и решениями, что позволяет даже слабо подготовленному читателю самостоятельно осмыслить соответствующий теоретический блок, а затем проверить уровень усвоения, решая соответствующие задачи и сверяя ответы.

При усвоении программы не на необходимом уровне абитуриент обладает навыками, позволяющими решать простейшие геометрические задачи базового уровня.

Теперь обсудим ситуацию со среднестатистическим школьником со школьной оценкой 7-9 по математике. Ему, желательно, проработав материал на необходимом уровне, приступить к изучению геометрии на следующем (достаточном) уровне.

На достаточном уровне приводятся методы и алгоритмы с опорными обучающими задачами. Задачи разбиты на группы, которые предваряются методическими советами и комментариями, общими идеями и приемами, подсказывающими единые оптимальные пути решения. Все это призвано научить школьника распознавать классы родственных геометрических задач и применять к ним общие методы решения. Наличие дополнительных блоков задач с подробными указаниями и ответами способствуют усвоению полученных навыков. Предполагается, что абитуриент, качественно изучивший материал на достаточном уровне, справится на экзаменах с задачами средней сложности.

Содержание и сложность задач из повышенного уровня обучения рассчитаны на высокомотивированных абитуриентов со школьной оценкой 10 по математике, нацеленных на результаты, близкие к 100-балльному.

2. Расширение кругозора и геометрической культуры мышления происходит поступательно:

от необходимого уровня (содержащего теоретический минимум, дополненный 155 задачами с решениями, и 96 задач с ответами для самостоятельной проработки);

через достаточный уровень (с дополнительным теоретическим блоком формул и свойств, дополненный 73 опорными базовыми задачами с подробными решениями, сопровождаемыми методическими комментариями и обобщением идей их решения на целые классы задач, данный раздел содержит 316 задач для самоподготовки с ответами);

к повышенному уровню (содержащему алгоритмы решения сложных комбинированных задач и демонстрации работы этих алгоритмов на 49 задачах с подробными решениями и 126 задач с ответами для самоподготовки).

Библиографический список

[1] Черняк А. А., Черняк Ж. А. Алгебра. ЕГЭ: шаг за шагом. – Волгоград: Учитель, 2012. – 588 с.

[2] Черняк А. А., Черняк Ж. А. Геометрия, 7–11 кл. ЕГЭ: шаг за шагом. Учебное пособие с грифом Российской академии образования. – М: Дрофа, 2011. – 260 с.

[3] Черняк А. А., Черняк Ж. А. ЕГЭ по математике. Алгебра: базовый уровень. – БХВ, 2016. – 360 с.

[4] Черняк А. А., Черняк Ж. А. ЕГЭ по математике. Алгебра: профильный уровень. – БХВ, 2017. – 480 с.

[5] Черняк А. А., Черняк Ж. А. ЕГЭ по математике. Геометрия — практическая подготовка. – Издательство: БХВ-Петербург, 2015. – 336 с.

[6] Черняк А. А., Черняк Ж. А. Математика. ЕГЭ: шаги к успеху. Компакт-диск для компьютера. – Издательство: Учитель, 2013. Код: С-603.