Bibliogrphy

1.Rusu G., Costa A., Dohotaru L., Cojuhari E. The penetration of E-learning in higher education. *The 20th Confference on Applied and Industrial Mathematics*. - Chisinau, 2012, - p. 247-249.

2.Neagoe, M., Alexandru, M., Drăgulescu, B. Instrumente pentru realizarea chestionarelor de evaluare electronică a disciplinelor. – available: www.didatec.utcluj.ro.

УДК 378.016:51+371.68:004

Черняк А. А.

(Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, г. Минск)

ИННОВАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Описаны основные принципы, которые составляют основу разрабатываемого методического комплекса для педагогических университетов по проведению практических занятий по алгебре, геометрии и математическому анализ с использованием интерактивной доски и Mathcad.

Ключевые слова: инновационный подход, практические занятия по высшей математике, системы компьютерной математики, Mathcad.

Стремительное развитие компьютерных технологий бросает вызов консервативным подходам и формам преподавания математики в высших учебных заведениях. Многие математические выкладки и расчеты, на которые еще лет 20 назад могли уйти месяцы напряженной работы, сегодня выполняются за считанные минуты с помощью современных систем компьютерной математики (сокращенно, СКМ) [1-3].

Именно поэтому во всем мире наблюдается лавинообразное распространение методических разработок, учебников и программ по применению СКМ в преподавании естественнонаучных дисциплин [4-5]. И уже нет необходимости убеждать кого-либо в том, что использование СКМ поднимает эффективность математического образования на иной, более высокий, качественный уровень, освобождая учебный процесс от трудоемких и рутинных вычислений, захламляющих мыслительный процесс студентов, и тем самым позволяя преподавателю сконцентрировать обучение на постановке задачи, алгоритме ее решения и анализе полученных результатов.

В качестве исторического примера вспомним теоретический минимум великого физика Льва Давидовича Ландау. В 50-70-х годах прошлого века сдача экзамена по теорминимуму Ландау была заветной мечтой каждого начинающего ученого, готового посвятить себя физике: теорминимум охватывал весь математический аппарат, необходимый физику в его работе; а его освоение гарантировала молодому ученому приобретение достаточных навыков в интегрировании, решении в квадратурах обыкновенных дифференциальных уравнений, оперировании векторным анализом и тензорной алгеброй. Сам экзамен был задуман Ландау для того, чтобы технические трудности не отвлекали физика от чисто «идейных» исканий и подходов к проблеме, не требовали большой дополнительной затраты сил, не приковывали к себе главного внимания. Сегодня эти функции теорминимума Ландау взяли на себя СКМ (Maple, Matematica, Mathcad и т.д.), значительно превзошедшие возможности человека в области символьных и численных вычислений.

В данной статье кратко остановимся на основных принципах, которые составляют основу разрабатываемого методического комплекса по проведению практических занятий по алгебре, геометрии и математическому анализ на физико-математических специальностях педагогических университетов с использованием интерактивной доски и СКМ Mathcad.

1. Практическое занятие должно быть организовано таким образом, чтобы интерактивная доска не просто украшала стенку студенческой аудитории, но служила основным подспорьем в решении практических задач, будучи полностью задействованной в своих возможностях, вытеснив из обращения калькуляторы, вычисления «столбиком» в студенческих тетрадках, исключив длительные и утомительные выписывания мелом на доске скучных и малополезных преобразований.

Кроме того, применение Mathcad открывает также неисчерпаемые возможности для решения сложных параметрических задач, развивающих навыки моделирования и анализа поведения модели в зависимости от значений параметров (условная оптимизация, нахождение численного решения задачи Коши, проверка решения задачи Коши на устойчивость и т.д.).

2. Студент не обязан «предварительно владеть многообразным инструментарием Mathcad или «отвлекаться» на его изучение в процессе аудиторных занятий. Ему достаточно уметь вводить математические символы с помощью соответствующих панелей инструментов и «отдавать» команды на выполнение той или иной процедуры.

Сами же процедуры для автоматизации вычислений, использующие средства программирования Mathcad, должны быть заранее разработаны преподавателями и затем, с помощью специальных встроенных средств Mathcad, «скрыты» на рабочих листах Mathcad-документа. Преподаватель также должен позаботиться о том, чтобы вся необходимая информация для ввода исходных данных содержалась в виде комментариев и наглядных примеров на рабочем листе Mathcad-документа.

3. Степень автоматизации вычислений должна быть достаточно высокой, чтобы полностью исключить рутинные и неэффективные выкладки или построения, но не на столько, чтобы заслонить от студента идею алгоритма или суть метода, лишив его потенциальной возможности научиться решать «вручную» на листе бумаги задачи в упрощенной формулировке (при малой размерности матриц, небольшом количестве переменных в уравнениях, и целочисленности их коэффициентов, элементарности функций и т.п.).

4. Применение графических и анимационных средств Mathcad должно помочь студенту лучше усвоить ряд основных понятий и алгоритмов решения задач (построение графиков функций, анализ поля направлений интегральных кривых дифференциального уравнения, нахождение суммы ряда, вычисление кратных интегралов и т. д.), обучение которым традиционными методами не столь убедительно. При этом решения некоторых задач могут быть комплексными, когда отдельные этапы рассматриваются «вручную», а наиболее трудоемкие – на компьютере.

5. Завершать изучение той или иной темы должна заранее разработанная процедура, позволяющая студенту в условиях своего персонального (домашнего) компьютера осуществлять быструю проверку результатов выполнения домашних заданий и самостоятельной контролируемой работы по данной теме без какого-либо участия преподавателя.

Для иллюстрации описанных выше принципов приведем один пример применения СКМ на практических занятиях по алгебре для студентов педагогических специальностей.

Тема занятия: «*Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований*».

Если матрица $\mathbf{A}$ невырожденная, то обратную матрицу можно найти алгоритмом Гаусса, решив уравнение $\mathbf{AX} = \mathbf{E}$. Напомним алгоритм Гаусса решения уравнения $\mathbf{AX} = \mathbf{E}$ с невырожденной матрицей $\mathbf{A}$ порядка n.

Обозначим через $\mathbf{M}_1$ расширенную матрицу $(\mathbf{A}\,\mathbf{E})$, и рассмотрим k-й шаг алгоритма, где $k \geq 1$. Пусть к этому шагу уже получена матрица $\mathbf{M}_k$.

Предположим, что в $\mathbf{M}_k$ имеются строки, которые еще не выбирались на предыдущих шагах. Выберем одну из них и назовем ее разрешающей. Некоторый ненулевой элемент разрешающей строки, не принадлежащий последним n столбцам матрицы $\mathbf{M}_k$, назовем разрешающим и с помощью элементарных преобразований все другие элементы столбца, содержащего разрешающий элемент, превратим в нули. (Это можно сделать последовательным прибавлением к строкам матрицы $\mathbf{M}_k$ разрешающей строки, умноженной на подходящее число). Таким образом, будет построена матрица $\mathbf{M}_{k+1}$. Перейдем к следующему (k+1)-му шагу.

Предположим теперь, что на k-м шаге алгоритма все строки матрицы $\mathbf{M}_k$ уже побывали в роли разрешающей. Тогда делением всех строк матрицы $\mathbf{M}_k$ на подходящие числа и последующей перестановкой строк переходим к матрице $\mathbf{M}_{k+1} = (\mathbf{E}\,\mathbf{M})$, где $\mathbf{E}$ – единичная матрица порядка n. Матрица $\mathbf{M}$, состоящая из последних n столбцов матрицы $(\mathbf{E}\,\mathbf{M})$, и будет решением уравнения $\mathbf{AX} = \mathbf{E}$.

Итак, рутинной и многократно повторяющейся процедурой на каждом шаге алгоритма является обнуление элементов столбца, содержащего разрешающий элемент, последовательным прибавлением к строкам матрицы $\mathbf{M}_k$ разрешающей строки, умноженной на подходящее число. Не менее скучен и тривиален завершающий этап алгоритма – делением всех строк матрицы на подходящие числа и последующая их перестановка.

Следующие процедуры Mathcad берут на себя всю эту рутину (рис. 1):

$$Expand(M) := \left| \begin{array}{l} M \leftarrow augment(M, identity(cols(M))) \\ M \end{array} \right.$$

$$ElemPreo(M,i,k,\lambda) := \left| \begin{array}{l} for\ \ j \in \mathbf{1} .. cols(M) \\ \quad M_{i,j} \leftarrow M_{i,j} + M_{k,j} \cdot \lambda \\ M \end{array} \right.$$

$$Delen(M,k,\lambda) := \left| \begin{array}{l} for\ \ j \in \mathbf{1} .. cols(M) \\ \quad M_{k,j} \leftarrow \dfrac{M_{k,j}}{\lambda} \\ M \end{array} \right. \qquad Perestanov(M,i,k) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow M \\ for\ \ j \in \mathbf{1} .. cols(M) \\ \quad \left| \begin{array}{l} M_{i,j} \leftarrow A_{k,j} \\ M_{k,j} \leftarrow A_{i,j} \end{array} \right. \\ M \end{array} \right.$$

Рис. 1. Процедуры Mathcad

Процедура *Expand*(*M*) строит расширенную $(\mathbf{A}\ \mathbf{E})$. Процедура *ElemPreo*(*M*,*i*,*k*,λ) позволяет прибавлять к *i*-й строке матрицы *M* ее *k*-ю строку, умноженную на число λ. Процедура *Delen*(*M*,*k*,λ) позволяет разделить *k*-ю строку матрицы *M* на число λ. Процедура *Perestanov*(*M*,*i*,*k*,) переставляет местами *i*-ю и *k*-ю строки матрицы *M*.

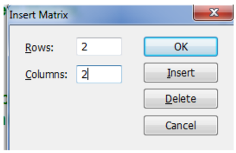
Все эти процедуры должны быть скрыты в начале рабочего листа Mathcad-документа, а сам рабочий лист может выглядеть так (рис. 2):

Нахождение обратной матрицы
с помощью элементарных преобразований

1. Ввод исходной матрицы M:

Введите оператор присваивания *M*:= и затем комбинацией клавиш *Ctrl*+*M* вызовите окно **Insert Matrix**.

С его помощью задайте порядок вводимой матрицы, введя соответствующее число в полях **Rows** и **Columns**.



После нажатия кнопки **OK** появится шаблон для ввода элементов матрицы. Например:

$$M := \begin{pmatrix} \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

Теперь введите элементы матрицы. Например:

$$M := \begin{pmatrix} \dfrac{2}{3} & 0.325 \\ \dfrac{5}{13} & 92 \end{pmatrix}$$

С помощью процедуры $Expand(M)$ постройте расширенную матрицу **N**.
Например:

$$N := Expand(M) \qquad N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ \frac{5}{13} & 92 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вспомогательные процедуры для преобразования строк расширенной матрицы

Процедура $ElemPreo(N,i,k,\lambda)$ позволяет прибавить к **i**-й строке матрицы N разрешающую **k**-ю строку, умноженную на число **λ**. Например:

$$N := ElemPreo\left(N,2,1,-\frac{\frac{5}{13}}{\frac{2}{3}}\right) \qquad N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1469}{16} & -\frac{15}{26} & 1 \end{pmatrix}$$

Процедура $Delen(N,k,\lambda)$ позволяет разделить k-ю строку матрицы N на число λ. Например:

$$N := Delen\left(N,2,\frac{1469}{16}\right) \qquad N = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{120}{19097} & \frac{16}{1469} \end{pmatrix}$$

Процедура $Perestanov(N,i,k)$ переставляет местами **i**-ю строку и **k**-ю строки матрицы **N**.
Например:

$$Perestanov(N,2,1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{120}{19097} & \frac{16}{1469} \\ \frac{2}{3} & \frac{13}{40} & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований

В заключение отметим, что упомянутый выше УМК по проведению практических занятий по математике с использованием интерактивной доски и Mathcad разрабатывается авторским коллективом в составе д. ф.-м. н. Черняка А.А. (БГПУ, Минск), к. ф.-м. н. Черняк Ж.А. (БГУИР, Минск), м. ф.-м. н. Евланова М.Н. (БГПУ, Минск).

Библиографический список

1. Черняк, А.А. Высшая математика на базе Mathcad. Общий курс / Ж. А.Черняк, Ю. А. Доманова. – Санкт-Петербург : БХВ, 2004. – 593 с.
2. Поршнев, С. В. Численные методы на базе Mathcad / С. В. Поршнев, И. В. Беленкова. – Санкт-Петербург : БХВ, 2005. – 450 с.
3. Андронов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика / А. М. Андронов, Е.А. Копытов, Л. Я. Гринглаз – Санкт-Петербург : Питер, 2004. – 464 с.
4. Черняк, А. А. Использование систем компьютерной математики в лабораторном практикуме по теории вероятностей в процессе обучения высшей математике А. А. Черняк, С. А. Богданович, С. И. Василец //

Повышение эффективности практической подготовленности будущего учителя к профессиональной деятельности : материалы Республиканской научно-практической конференции, Минск 23 ноября 2012 г. / Минск : Барнаул : БГПУ, 2013. – С. 367–370.
5. Черняк, А. А. Математика для экономистов на базе Mathcad / А. А. Черняк, Ж. А. Черняк, С. И. Василец. – СПб.:БХВ-Петербург, 2016. – 495 с.