

✓

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

А. А. Черняк

АЛГЕБРА

В ЗАДАЧАХ И РЕШЕНИЯХ

Пособие

В двух частях

Часть 2

**Алгебраические структуры,
целочисленная арифметика,
многочлены**



Минск 2008

УДК 512(075.8)
ББК 22.14я73
Ч498

Печатается по решению редакционно-издательского совета БГПУ,
рекомендовано секцией физико-математических и технических наук
(протокол № 15 от 22.05.07)

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики
БГУИР В. А. Липницкий;
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры УМФ БГУ
Ю. М. Метельский

Черняк, А. А.

Ч498 Алгебра в задачах и решениях : пособие В 2 ч. Ч. 2. Алгебраические структуры, целочисленная арифметика, многочлены / А. А. Черняк. – Минск : БГПУ, 2008. – 110 с.

ISBN 978-985-501-563-6.

В пособии даны подробные и строгие доказательства всех обязательных математических утверждений лекционного курса. Решаются теоретические задачи, расширяющие рамки этого курса. Приводятся наборы типовых практических задач с ответами и демонстрационные численные примеры.

Пособие написано в соответствии с новым образовательным стандартом для пединверситетов и охватывает основы теории групп, теории чисел и многочленов.

Адресуется студентам физико-математических специальностей БГПУ, преподавателям вузов, аспирантам и магистрантам.

УДК 512.(075.8)
ББК 22.14.я73

ISBN 978-985-501-563-6 (ч.2)
ISBN 978-985-501-409-7

© Черняк А. А., 2008
© БГПУ, 2008

Введение

Это вторая часть пособия по алгебре, написанного в соответствии с новым образовательным стандартом для специальности 02 05 04 «физика» с дополнительной специальностью 02 05 04-01 «математика». Она охватывает следующие темы: алгебраические структуры (группы, подгруппы, кольца, поля), целочисленную арифметику (классы вычетов целых чисел, простые числа, уравнения в поле классов вычетов целых чисел), многочлены (делимость многочленов над произвольным полем, неприводимые многочлены, многочлены над числовыми полями).

С методической точки зрения в пособии математическая строгость сочетается с лаконичностью изложения материала. С содержательной точки зрения материал пособия можно разбить на три уровня:

- 1) подробные и строгие доказательства всех обязательных математических утверждений лекционного курса по алгебре, формулируемые в виде «теоретических» задач; при этом громоздкие доказательства разбиты на отдельные, логически связанные, задачи-этапы;
- 2) «исследовательские» задачи, расширяющие рамки лекционного курса и предназначенные для самостоятельной управляемой работы, студенческих математических кружков, курсовых работ (эти задачи снабжены подробными решениями);
- 3) наборы типовых практических задач с ответами и указаниями, иллюстрирующих теоретические положения, рассчитанные на рядового студента, а также демонстрационные численные примеры с подробными решениями для каждого типа таких задач.

Наиболее эффективным и удобным использованием данного пособия становится в том случае, когда последовательность изложения материала, принятая в нем, согласуется со структурой курса, выбранной лектором.

За рамками пособия остались: слишком «заумные» задания, требующие от студента многочасовых усилий, соизмеримых с написанием дипломной или диссертационной работы; громоздкие вычислительные процедуры, легко забываемыми и малоприспособными для ручного счета; сведения и темы, выходящие за рамки образовательного стандарта.

В заключение отметим, что используемые в доказательствах знаки \Rightarrow и \Leftrightarrow заменяют соответственно слова «следует» и «равносильно».

Оглавление

Введение	3
Алгебраические структуры	
1. Группы	4
2. Подгруппы	12
3. Фактор-группы	18
4. Кольца и поля	22
Целочисленная арифметика	
1. Делимость в кольце целых чисел	28
2. Простые числа	32
3. Классы вычетов	34
4. Натуральные числа и дроби в g -ичной системе счисления	41
5. Уравнения с одним неизвестным в кольце \mathbb{Z}_m	47
Многочлены	
1. Делимость в кольце многочленов над произвольным полем \mathcal{P}	52
2. Простые многочлены	61
3. Классы вычетов многочленов	66
4. Многочлены над полем комплексных чисел	72
5. Многочлены над полем действительных чисел	82
6. Уравнения 2-й, 3-й и 4-й степеней с комплексными и действительными коэффициентами	92
7. Многочлены над полем рациональных чисел	101

Учебное издание

Черняк Аркадий Александрович

АЛГЕБРА В ЗАДАЧАХ И РЕШЕНИЯХ

Пособие

В двух частях

Часть 2

**Алгебраические структуры,
целочисленная арифметика,
многочлены**

Издается в авторской редакции

Ответственный за выпуск Л. М. Корневская

Подписано в печать 28.03.08. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать Riso.
Усл. печ. л. 6,39. Уч.-изд. л. 7,70. Тираж 100 экз. Заказ 197

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка».

ЛИ № 02330/0133496 от 01.04.04.

ЛП № 02330/0131508 от 30.04.04.

220050, Минск, Советская, 18.

Отпечатано с оригинал-макета заказчика в Учебно-издательском центре БГПУ.
220007, Минск, Могилевская, 37. E-mail: izdat@bspu.unibel.by.