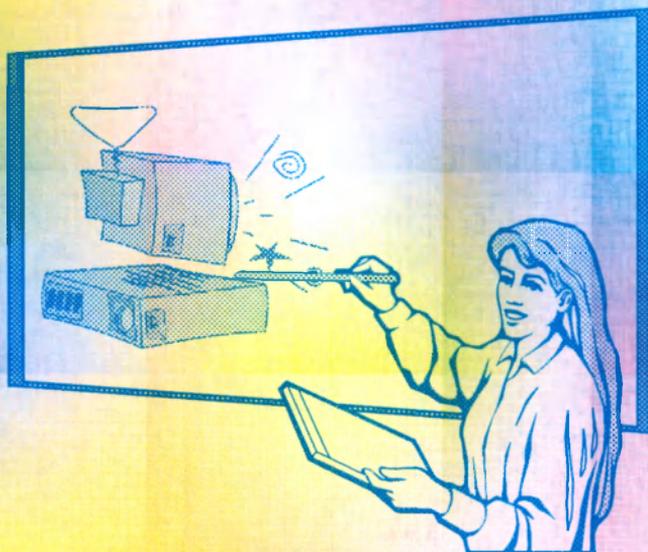


51
4-498

ХР

А.А. Черняк

КОМБИНАТОРНЫЕ ОПТИМИЗАЦИЯ И НАДЕЖНОСТЬ



X ✓

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

А.А. Черняк

КОМБИНАТОРНЫЕ ОПТИМИЗАЦИЯ И НАДЕЖНОСТЬ

Монография



Минск 2008

УДК 512.5

ББК 22.1

Ч498

Печатается по решению редакционно-издательского совета БГПУ,
рекомсндовано сскцией физико-математических и технических наук
(протокол № 18 от 03.06.08)

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом
параллельных вычислительных процессов Института математики
НАН Беларуси *Н.А. Лиходед*;

доктор физико-математических наук, профессор кафедры УМФ БГУ
Р.И. Тышкевич;

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий отделом
комбинаторных моделей и алгоритмов Института математики
НАН Беларуси *В.И. Сарванов*

Черняк, А.А.

4498 Комбинаторные оптимизация и надежность : монография / А.А. Чер-
няк. – Минск : БГПУ, 2008. – 226 с.

ISBN 978-985-501-592-6.

В монографии воедино связаны важные идеи комбинаторной оптимизации и теории комбинаторной надежности гиперграфов, ранее освещаемых в литературе изолированно. Объединяющим лейтмотивом служат линейная оптимизация, теория графов и алгоритмическая сложность перечислительных задач. Рассматриваются алгоритмы решения задач линейной оптимизации; оптимизационные задачи на графах и матроидах; обобщенная сетевая потоковая модель; основы дискретного программирования. Излагаются методы полиномиальной сводимости перечисленных задач и алгоритмические проблемы точного и приближенного вычисления полиномов комбинаторной надежности; теория доминирования сетевых гиперграфов; двойственные задачи надежности графоидных гиперграфов; оптимизационная и потоковые модели надежности.

Адресуется ученым и аспирантам, магистрантам и студентам, интересующимся дискретной оптимизацией, теорией графов и гиперграфов, комбинаторной надежностью. Может быть использована в преподавании дискретной математики, теории сложности вычислений, математического программирования, исследования операций, для чтения спецкурсов и проведения факультативов, в работе студенческих научных кружков, а также при подготовке курсовых и дипломных работ.

УДК 512.5

ББК 22.1

ISBN 978-985-501-592-6

© Черняк А.А., монография, 2008

© БГПУ, 2008

Введение

Цель этой книги – связать воедино важные идеи комбинаторной оптимизации и теории комбинаторной надежности гиперграфов, ранее освещаемые в литературе изолированно. Объединяющим все изложение лейтмотивом служат линейная оптимизация, теория графов и алгоритмическая сложность перечислительных задач.

При изложении результатов автор придерживался следующих принципов:

- дать исчерпывающие и строгие доказательства всех математических утверждений (кроме приведенных в комментариях);
- выдержать баланс интересов двух основных категорий читателей: а) ученых-преподавателей, предпочитающих книги, отражающие современные тенденции в соответствующей области; б) студентов, нуждающихся в самодостаточных книгах, содержащих все необходимые определения, подробные доказательства и алгоритмы, сопровождаемые наглядными примерами и иллюстрациями.
- значимость того или иного результата оценивать, прежде всего, с точки зрения его алгоритмической эффективности, тогда как сами алгоритмы представить в качестве оптимальной теоретической основы будущих программных реализаций.

Главы 1–6 содержат алгоритмы решения задач линейной оптимизации; оптимизационные задачи на графах и матрицах; обобщенную сетевую потоковую модель; основы дискретного программирования. В главах 7–12 излагаются методы полиномиальной сводимости перечислительных задач и алгоритмические проблемы точного и приближенного вычисления полиномов комбинаторной надежности; теория доминирования сетевых гиперграфов; двойственные задачи надежности графоидных гиперграфов; оптимизационная и потоковые модели надежности. При этом в основной текст этих глав намеренно не включены результаты, доказательства которых занимают десятки страниц текста – подобные факты упомянуты в комментариях, содержащих ссылки на соответствующие литературные источники. В то же время включенного в книгу материала вполне достаточно, чтобы заинтересованный читатель мог затем перейти к чтению современной специализированной литературы по данному вопросу.

Автор берет на себя смелость утверждать, что в книге некоторые известные результаты представлены по-новому. Так, например, приведена простая реализация симплекс-метода, использующая двойное правило антициклирования для преодоления закливания, и параллельно решающая проблему нахождения начального базисного плана. Построена графовая реализация симплексного алгоритма для решения транспортных задач, отличающаяся от традиционных

подходов большей наглядностью и простотой. Предложена обобщенная сетевая модель, включающая в себя различные оптимизационные задачи, связанные с потоковыми алгоритмами. Адаптирован фундаментальный алгоритм Кармаркера для полиномиального решения задач линейной оптимизации, принципиально отличающийся от симплексных процедур как своей эффективностью, так и самой природой используемого подхода. Дано достаточно емкое введение в теорию полиномиальной сводимости перечислительных комбинаторных задач. Продемонстрированы более эффективные – по сравнению с графами – возможности гиперграфов в прикладных задачах моделирования и комбинаторной надежности. Изложены основы теории доминирования сетевых гиперграфов, обобщающих все известные модели мультитерминальной надежности графов.

Книга предназначена ученым и аспирантам, магистрантам и студентам, интересующимся дискретной оптимизацией, теорией графов и гиперграфов, комбинаторной надежностью. Книгу можно использовать в преподавании дискретной математики, теории сложности вычислений, математического программирования, исследования операций, для чтения спецкурсов и проведения факультативов, в работе студенческих научных кружков, а также при подготовке курсовых и дипломных работ.

Доктор физико-математических наук А.А.Черняк

Оглавление

Введение	3
1. Оптимальные планы задачи линейного программирования	5
2. Симплексный метод и его следствия	24
3. Полиномиальный алгоритм решения задачи ЛП	42
4. Оптимизация на графах. Графовая реализация симплекс-метода	65
5. Потоки в сетях	90
6. Дискретное программирование	113
7. NP-полные задачи	135
8. Гиперграфы и их комбинаторная надежность	157
9. Алгоритмические аспекты вычисления доминирования и комбинаторной надежности гиперграфов	167
10. Сетевые гиперграфы и их надежность	178
11. Оптимизационная модель надежности графоидных гиперграфов	194
12. Поточковая модель надежности графоидных гиперграфов	207
Литература	216
Оглавление	225