0041

В. В. Шлыков Т. В. Валаханович

Сборник задач по геометрии 11 класс

Пособие для учащихся
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

Рекомендовано
Научно-методическим учреждением
«Национальный институт образования»
Министерства образования
Республики Беларусь

Минск «Народная асвета» 2019

УДК 514(075.3-161.1)
ББК 22.151я721
Ш69

Рецензент
учитель математики квалификационной категории «учитель-методист»
лицея Белорусского национального технического университета
О. Е. Цыбулько

ISBN 978-985-03-3120-5

© Шлыков В. В., Валаханович Т. В. 2019
© Оформление. УП «Народная асвета» 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 4

Глава 1
Формулы и теоремы стереометрии

§ 1. Правила изображения фигур. Куб. Параллелепипед 5
§ 2. Призма 9
§ 3. Пирамида 11
§ 4. Аксиомы взаимного расположения прямых и плоскостей и следствия из них 14
§ 5. Параллельные прямые. Параллельность прямой и плоскости 16
§ 6. Скрещивающиеся прямые 18
§ 7. Параллельные плоскости 20
§ 8. Перпендикулярность прямой и плоскости 22
§ 9. Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до плоскости 24
§ 10. Угол между прямой и плоскостью 26
§ 11. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей 27
§ 12. Сфера. Шар 29
§ 13. Цилиндр 32
§ 14. Конус 33
§ 15. Усеченный конус 35
§ 16. Площадь сферы и объем шара 36

Глава 2
Многогранники

§ 1. Призма. Параллелепипед 38
§ 2. Пирамида. Усеченная пирамида 65

Глава 3
Объемы многогранников

§ 1. Объем параллелепипеда 100
§ 2. Объем призмы 129
§ 3. Объем пирамиды 151

Глава 4
Тела вращения

§ 1. Сфера и шар 178
§ 2. Цилиндр 199
§ 3. Конус 223

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач предназначен для организации самостоятельной работы учащихся, которые изучают геометрию по учебному пособию В. В. Шлыкова «Геометрия» для 11-го класса, и является одним из компонентов учебно-методического комплекса, предназначенного для изучения геометрии.

Цель данного сборника — помочь учащимся овладеть навыками использования теоретического учебного материала на практике и активизировать самостоятельную работу. Многие учащиеся при самостоятельном решении задач нуждаются в консультациях по приемам и методам их решения. Такие консультации по решению стереометрических задач по курсу геометрии 11-го класса учащиеся могут получить в процессе изучения данного учебного пособия.

В начале сборника задач приведены все основные понятия и формулы по курсу стереометрии. В каждом параграфе даны краткие теоретические сведения и подробные решения некоторых ключевых задач, порядок рассмотрения которых соответствует последовательности изучения теоретического материала в учебном пособии «Геометрия» для 11-го класса. Кроме задач, для которых даны решения и указания, в сборнике помещено достаточное число задач для самостоятельного решения, позволяющих проконтролировать уровень усвоения учебного материала и организовать систематическое его повторение.

Предлагаемое пособие предоставляет возможность для развития пространственных представлений учащихся за счет систематического рассмотрения парных графических моделей геометрических фигур, которые дополняют одна другую, позволяют активизировать зрительную память учащихся и помогают учиться рассматривать изучаемый объект с различных точек зрения. Применяемые пошаговые построения в сборнике дают возможность учащимся быстрее понять логику решения задач.

Глава 1
ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

§ 1. Правила изображения фигур. Куб. Параллелепипед

1) Плоскость изображается в виде произвольной области.

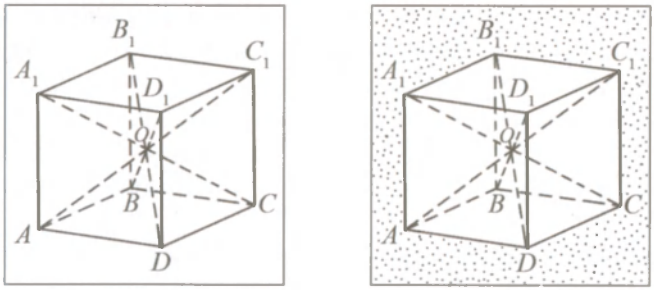
2) Отрезок изображается отрезком. Точка, делящая отрезок в отношении $m : n$, изображается точкой, делящей его изображение в отношении $m : n$.

3) Параллельные прямые (отрезки) изображаются параллельными прямыми (отрезками).

4) За изображение любого треугольника можно принять произвольный треугольник.

5) Из правил 3) и 4) следует, что за изображение квадрата, прямоугольника, ромба, параллелограмма можно принять произвольный параллелограмм.

Куб. Куб — это многогранник, имеющий шесть граней, которые являются равными квадратами. Стороны квадратов называются *ребрами* куба, а вершины — *вершинами* куба.



а) *б)*

Рис. 1

Грани, вершины и диагонали куба. Грани куба, не имеющие общего ребра, называются *противолежащими*, а имеющие общее ребро — *смежными*.

Две вершины куба, не принадлежащие одной грани, называются *противолежащими*. Противолежащими вершинами куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, изображение которого дано на рисунке 1, *а*, *б*, являются: A и C_1; A_1 и C; B_1 и D; B и D_1.