В. В. Шлыков, профессор кафедры математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка, доктор педагогических наук, профессор

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕМЕ «ТЕОРЕМА ФАЛЕСА И СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА»

Аннотация. Данные материалы предлагаются учителям для организации учебной деятельности учащихся VIII класса при обучении геометрии. Для обозначения уровня задач используются три вида обозначений: кружок (1°), номер без обозначений (2), звёздочка (3*). Задачи, отмеченные номером с кружком, должны решать все учащиеся; задачи с номером без обозначения относятся к среднему уровню сложности; номерами со звёздочкой отмечены задачи более высокого уровня сложности.

Теорема Фалеса

Докажем теорему Фалеса, признак и свойства средней линии треугольника.

Теорема 1 (теорема Фалеса). *Параллельные прямые, пересекающие две данные прямые и отсекающие на одной прямой равные отрезки, отсекают равные отрезки и на другой прямой.*

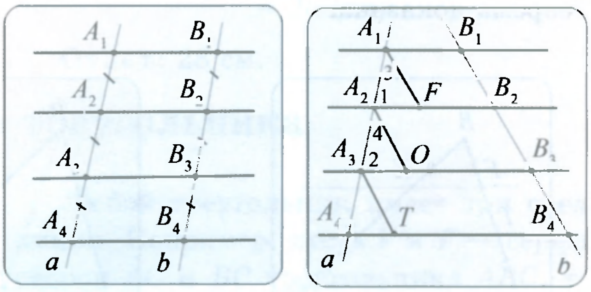
Дано:

$A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n$.

$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4 \parallel \dots \parallel A_nB_n$.

Доказать:

$B_1B_2 = B_2B_3 = \dots = B_{n-1}B_n$.



а б

Рисунок 1

Доказательство.

Доказательство проведём для случая $n = 4$.

Пусть на прямой a отложены равные отрезки A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 и через точки A_1, A_2, A_3, A_4 проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую b в точках B_1, B_2, B_3, B_4 соответственно. Требуется доказать, что отрезки B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4 равны между собой.

Первый случай (прямые a и b параллельны).

Если прямые a и b параллельны, то $A_1A_2 = B_1B_2$, $A_2A_3 = B_2B_3$ как противолежащие стороны параллелограммов $A_1B_1B_2A_2$ и $A_2B_2B_3A_3$ (рис. 1*а*) [1]. Так как по условию $A_1A_2 = A_2A_3$, то $B_1B_2 = B_2B_3$. Аналогично можно доказать, что $B_2B_3 = B_3B_4$ и т. д.

Второй случай (прямые a и b пересекаются).

1) Рассмотрим отрезки A_1F, A_2O, A_3T параллельные прямой b (рис. 1*б*) Треугольники A_1FA_2 и A_2OA_3 равны по стороне и прилежащим к ней углам. ($A_1A_2 = A_2A_3$ по условию, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ как соответственные углы при параллельных прямых и секущей [2]). Из равенства этих треугольников следует, что $A_1F = A_2O$.

2) Заметим, что $A_1F = B_1B_2$ и $A_2O = B_2B_3$ как противолежащие стороны параллелограммов $A_1B_1B_2F$ и $A_2B_2B_3O$ соответственно. Таким образом, $B_1B_2 = B_2B_3$. Аналогично, с учётом равенства треугольников A_2OA_3 и A_3TA_4, можно доказать, что $B_2B_3 = B_3B_4$ и т. д.

Теорема доказана.

Рассмотрим некоторые примеры применения теоремы Фалеса для нахождения свойств отрезков.

Пусть точки F и T делят сторону AB треугольника ABC на три равные части. Обозначим K и L — точки пересечения стороны BC и прямых, параллельных стороне AC и проходящих через точки F и T соответственно (рис. 2*а*). Тогда по теореме Фалеса $BK = KL = LC$.

Пусть отрезок BO — медиана треугольника ABC, а точка F расположена на стороне BC так, что $OF \parallel AB$. Так как точка O — середина стороны AC и $OF \parallel AB$, то по тереме Фалеса точка F — середина стороны BC, а следовательно, отрезок OF — медиана треугольника BOC (рис. 2*б*).

На стороне BC параллелограмма $ABCD$ отметим точку T, такую что $OT \parallel CD$, где O — точка пересечения диагоналей параллелограмма (рис. 2*в*). Тогда отрезок OT — медиана треугольника BOC. Действительно, диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, значит $BO = OD$. Так как $BO = OD$ и $OT \parallel CD$, то по теореме Фалеса $BT = TC$, т. е. отрезок OT — медиана.

Применяем теорию на практике

Задача 1 (деление отрезка на n равных частей). *С помощью циркуля и линейки разделить данный отрезок AB на n равных отрезков.*

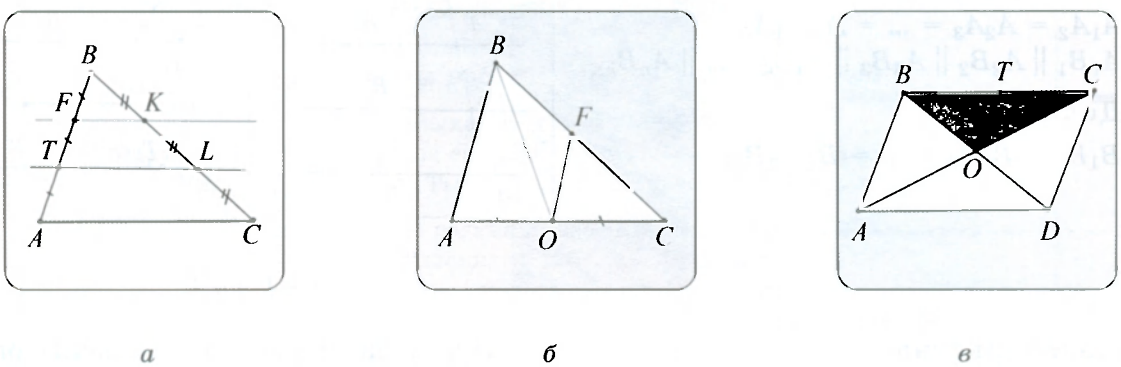
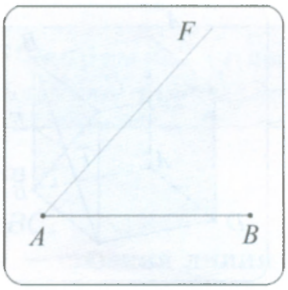
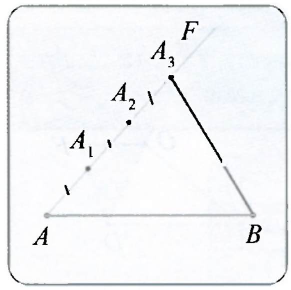


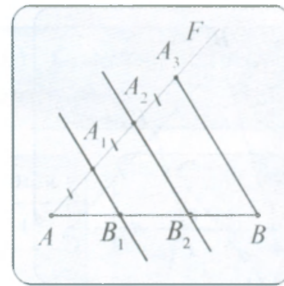
Рисунок 2



а



б



в

Рисунок 3

Решение.

Для решения данной задачи воспользуемся теоремой Фалеса.

1) Проведём луч AF, который не содержит отрезок AB (рис. 3*а*)

2) Отложим на луче AF последовательно n равных отрезков:

$$AA_1 = A_1A_2 = \ldots = A_{n-1}A_n$$

(на рис. 3*б* показан случай, когда $n = 3$). Проведём отрезок A_nB.

3) Через точки A_1. A_2 ... A_{n-1} проведём прямые, параллельные отрезку A_nB, и отметим точки B_1, B_2 ... B_{n-1} пересечения этих прямых с отрезком AB. Тогда по теореме Фалеса $AB_1 = B_1B_2 = \ldots B_{n-1}B$ (на рисунке 3*в* показан случай, когда $n = 3$).

Задача 2. *Точка O — середина стороны BC треугольника ABC, отрезки OF и OT параллельны сторонам AB и AC соответственно. Вычислите периметр четырёхугольника OTAF, если AB = 16 см, AC = 12 см.*

Дано: ΔABC,
$BO = OC$,
$OF \parallel AB$, $OT \parallel AC$,
$AB = 16$ см,
$AC = 12$ см
(рис. 4).

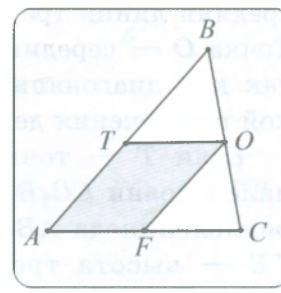


Рисунок 4

Вычислить:
P_{OTAF}.

Решение.

1) Четырёхугольник $OTAF$ — параллелограмм, так как его противолежащие стороны попарно параллельны, значит,

$$P_{OTAF} = 2AT + 2AF.$$

2) $BO = OC$ и $OF \parallel AB$, значит, по теореме Фалеса $AF = FC$, $AC = 2AF$.

3) Аналогично, $BO = OC$ и $OT \parallel AC$, следовательно, $AT = TB$ и $AB = 2AT$.

4) Теперь находим

$$P_{OTAF} = 2AT + 2AF = AB + AC = 16 + 12 = 28 \text{ (см)}.$$

Ответ: 28 см.

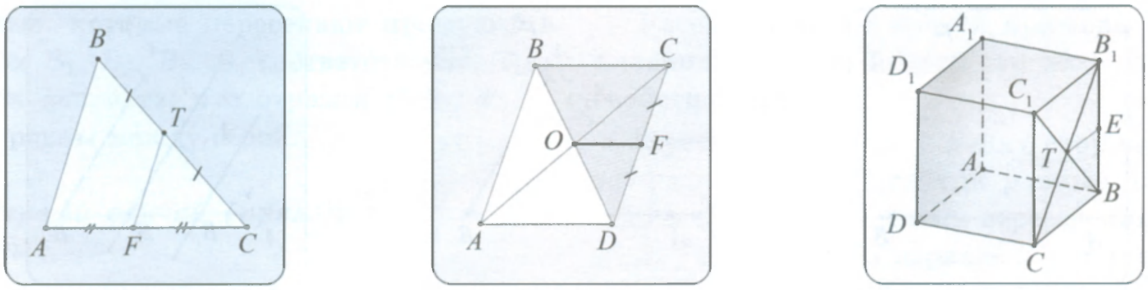
Средняя линия треугольника

Дадим определение средней линии треугольника, докажем признак средней линии треугольника и теорему о её свойствах.

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.

Любой треугольник имеет три средние линии. Например, пусть F и T — середины сторон AC и BC треугольника ABC, тогда отрезок FT — одна из средних линий этого треугольника (рис. 5*а*).

Пусть O — точка пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$, а точка F — середина стороы CD, тогда отрезок OF —



а *б* *в*

Рисунок 5

средняя линия треугольников BCD и ACD. Точка O — середина сторон BD и AC, так так как диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся полам (рис. 5*б*).

Если T — точка пересечения диагоналей грани CC_1B_1B прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, а отрезок TE — высота треугольника B_1TB, тогда отрезок TE есть средняя линия треугольника C_1B_1B (рис. 5*в*). Действительно, точка T — середина отрезка C_1B, так как грань CC_1B_1B есть прямоугольник, а диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам. Точка E — середина ребра B_1B, так как высота TE в равнобедренном треугольнике B_1TB, проведённая к его основанию B_1B является и медианой.

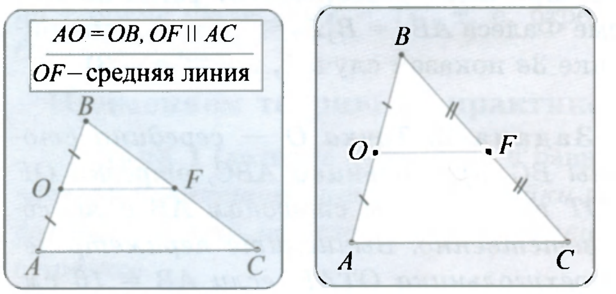
Теорема 2 (признак средней линии треугольника). *Если отрезок параллелен стороне треугольника, а его концы лежат на сторонах так, что один из них есть середина стороны, то отрезок является средней линией треугольника.*

Дано:

ΔABC, $O \in AB$, $AO = OB$, $OF \parallel AC$, $F \in BC$ (рис. 6*а*).

Доказать:

OF — средняя линия ΔABC.



а *б*

Рисунок 6

Доказательство.

Для доказательства теоремы достаточно доказать, что точка F — середина стороны BC. Для этого воспользуемся теоремой Фалеса.

1) Так как $AO = OB$ и $OF \parallel AC$, то по теореме Фалеса выполняется равенство $BF = FC$, т. е. точка F — середина стороны BC (рис. 6*б*).

2) Отрезок OF — средняя линия треугольника, так как соединяет середины O и F сторон AB и BC треугольника.

Теорема доказана.

Теперь докажем теорему о свойствах средней линии треугольника.

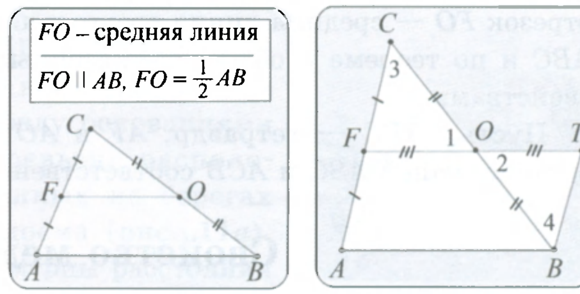
Теорема 3 (о свойствах средней линии треугольника). *Средняя линия треугольника параллельна третьей стороне и равна её половине.*

Дано:

ΔABC,
FO — средняя линия (рис. 7*а*).

Доказать:

$FO \parallel AB$, $FO = \frac{1}{2}AB$.



а *б*

Рисунок 7

Доказательство.

1) На луче FO отметим точку T, такую что $FO = OT$ (рис. 7*б*). $\Delta CFO = \Delta BOT$ по двум сторонам и углу между ними ($CO = OB$, $FO = OT$, $\angle 1 = \angle 2$ как вертикальные). Из равенства этих треугольников следует, что $CF = TB$ и $\angle 3 = \angle 4$.

2) Докажем, что четырёхугольник $AFTB$ — параллелограмм. В этом четырёхугольнике $FA = TB$ (так как $FA = CF$, $CF = TB$). Прямые CA и TB параллельны, так как внутренние накрест лежащие углы 3 и 4 при этих прямых и секущей CB равны, т. е. $FA \parallel TB$.

3) В четырёхугольнике $AFTB$ две противолежащие стороны равны и параллельны ($FA = TB$, $FA \parallel TB$), следовательно, $AFTB$ — параллелограмм.

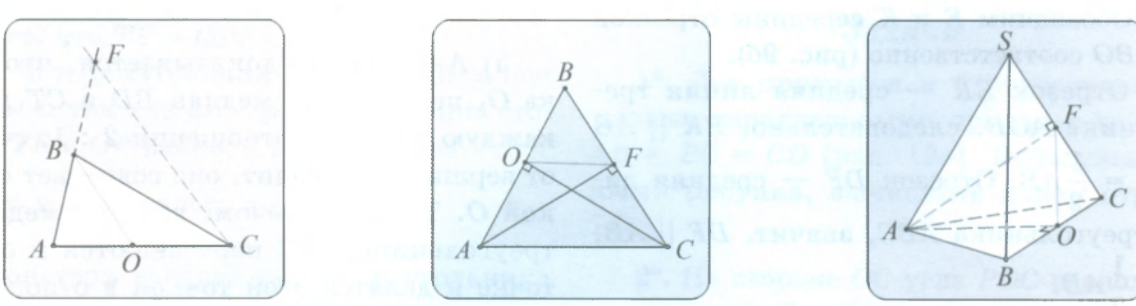
4) Так как $AFTB$ – параллелограмм, то $FT \parallel AB$, а значит, $FO \parallel AB$. Кроме того, $FT = AB$, следовательно, $FO = \frac{1}{2}FT = \frac{1}{2}AB$.

Теорема доказана.

Рассмотрим примеры на применение доказанных теорем.

Пусть BO — медиана треугольника ABC. Отметим точку F пересечения прямой AB и прямой, которая проходит через вершину C и параллельна медиане BO (рис. 8*а*). Тогда медиана BO треугольника ABC является средней линей треугольника ACF на основании признака средней линии.

Отрезок OF, который соединяет основания высот равностороннего треугольника ABC, обладает свойствами: $OF \parallel AC$ и $OF = \frac{1}{2}AC$ (рис. 8*б*).



а *б* *в*

Рисунок 8

Действительно, так как треугольник ABC — равносторонний, то его высоты AF и CO являются и медианами. Следовательно, точки F и O — середины сторон, т. е. отрезок FO — средняя линия треугольника ABC и по теореме 3 обладает указанными свойствами.

Пусть $SABC$ — тетраэдр, AF и AO — высоты граней ASC и ACB соответственно, тогда $FO = \frac{1}{2}SB$ (рис. 8*в*). Каждая грань тетраэдра является равносторонним треугольником, следовательно, высоты AF и AO являются также и медианами граней ASC и ACB соответственно. Следовательно, точки F и O — середины ребер SC и BC. Таким образом, FO — средняя линия грани SCB, а значит, $FO = \frac{1}{2}SB$.

Свойство медиан треугольника

Воспользуемся свойствами средней линии треугольника для доказательства теоремы о свойстве медиан треугольника.

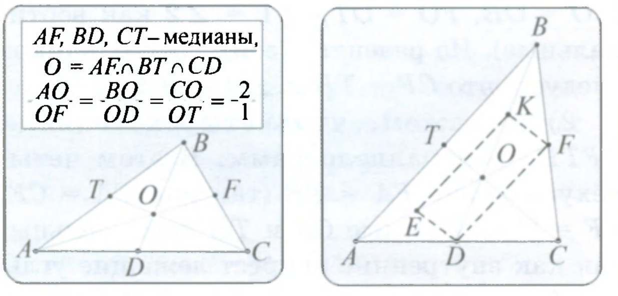
Теорема 4 (о свойстве медиан треугольника). *Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении* 2 : 1, *считая от вершины.*

Дано:

ΔABC,
AF, BD, CT — медианы (рис. 9*а*).

Доказать:

$AF \cap BD \cap CT = O$.
$AO : OF = BO : OD = CO : OT = 2 : 1$.



а *б*

Рисунок 9

Доказательство.

1) Пусть O — точка пересечения медиан AF и BD. Докажем, что эти медианы точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, т. е. $AO : OF = BO : OD = 2 : 1$.

2) Обозначим E и K середины отрезков AO и BO соответственно (рис. 9*б*).

3) Отрезок EK — средняя линия треугольника AOB, следовательно, $EK \parallel AB$ и $EK = \frac{1}{2}AB$. Отрезок DF — средняя линия треугольника ABC, значит, $DF \parallel AB$, $DF = \frac{1}{2}AB$.

4) Четырёхугольник $EKFD$ — параллелограмм, так как его противолежащие стороны EK и DF равны и параллельны. Следовательно, $EO = OF$ и $DO = OK$, т. е.

$$AO = 2OF,\ BO = 2OD$$

или

$$AO : OF = BO : OD = 2 : 1.$$

5) Аналогично доказывается, что точка O_1 пересечения медиан BD и CT делит каждую из них в отношении 2 : 1, считая от вершины, а значит, она совпадает с точкой O. Таким образом, все три медианы треугольника ABC пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении 2 : 1, считая от вершины.

Теорема доказана.

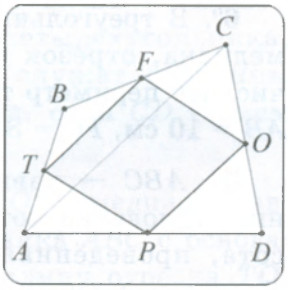
Применяем теорию на практике

Задача 3. *Докажите, что середины сторон выпуклого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.*

Дано:
$ABCD$ — выпуклый четырёхугольник,
T, F, O и P — середины сторон (рис. 10*а*).

Доказать:
$TFOP$ — параллелограмм.

а



б

Рисунок 10

Доказательство.

1) Проведём диагональ AC. Отрезок TF средняя линия треугольника ABC, следовательно, $TF = \frac{1}{2}AC$ и $TF \parallel AC$ (рис. 10*б*).

2) Отрезок OP — средняя линия треугольника ADC, значит, $OP = \frac{1}{2}AC$ и $OP \parallel AC$.

3) Так как $TF \parallel AC$ и $OP \parallel AC$, то $TF \parallel OP$. Из равенств $TF = \frac{1}{2}AC$ и $OP = \frac{1}{2}AC$ следует, что $TF = OP$.

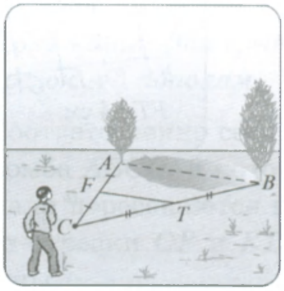
4) Четырёхугольник $TFOP$ — параллелограмм, так как его противолежащие стороны TF и OP равны и параллельны.

Что и требовалось доказать.

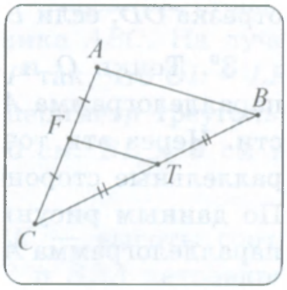
Свойством средней линии треугольника можно воспользоваться для измерения расстояния между недоступными объектами на местности.

Задача 4. *Измерить на местности расстояние между объектами, разделёнными препятствием.*

Решение.



а



б

Рисунок 11

Пусть необходимо найти расстояние между основаниями деревьев, расположенных на берегах водоёма (рис. 11*а*). Измерим расстояния между некоторым пунктом C на местности и основаниями A, B деревьев.

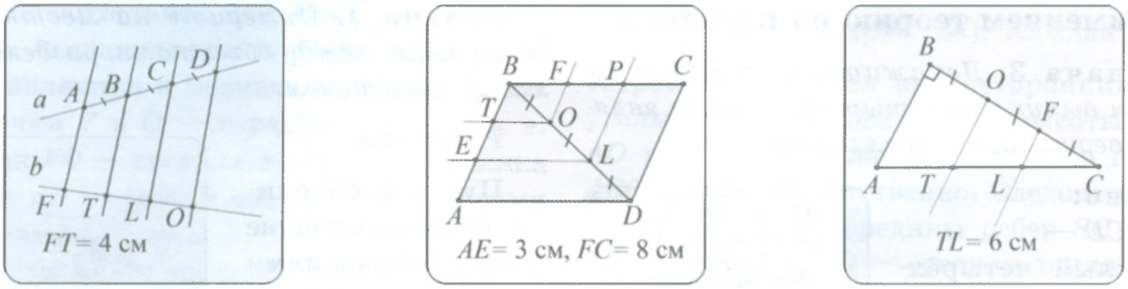
Отметим пункты F и T, которые являются серединами отрезков CA и CB соответственно.

Измерим расстояние между пунктами F и T. Если оно, например, равно 43 м, тогда расстояние между основаниями деревьев равно удвоенному расстоянию между пунктами F и T, т. е. 86 м. Действительно, геометрической моделью, которая соответствует условию задачи, является треугольник CAB, у которого точки F и T — середины сторон CA и CB, т. е. FT — средняя линия этого треугольника (рис. 11*б*). По свойству средней линии треугольника $AB = 2FT$, т. е. искомое расстояние равно удвоенному расстоянию между пунктами F и T.

Задачи

1°. Две прямые a и b пересечены четырьмя параллельными прямыми так, что $AB = BC = CD$ (рис. 12*а*). Пользуясь данными рисунка, вычислите длину отрезка TO.

2°. На стороне OC угла POC расположены точки A, T и F так, что $OA = AT = TF$. Параллельные прямые, проходящие через эти точки, пересекают сторону OP в точках



а *б* *в*

Рисунок 12

B, L и D соответственно. Чему равна длина отрезка OD, если $BL = 2$ см?

3°. Точки O и L делят диагональ BD параллелограмма $ABCD$ на три равные части. Через эти точки проходят лучи, параллельные сторонам DC и DA (рис. 12*б*). По данным рисунка вычислите периметр параллелограмма $ABCD$.

4°. ABC — прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине B, $\angle ACB = 30°$. Через точки O и F, которые делят катет BC на три равные части, проходят лучи, параллельные катету AB и пересекающие гипотенузу AC в точках T и L соответственно (рис. 12*в*). Пользусь данными рисунка, вычислите длину катета AB.

5°. В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD перпендикулярна стороне AB, $\angle BAD = 60°$. Через точки O и T, которые делят диагональ BD на три равные части, проходят лучи, параллельные стороне CD, и пересекают сторону BC в точках F и L соответственно. Вычислите периметр параллелограмма, если $FL = 2$ см.

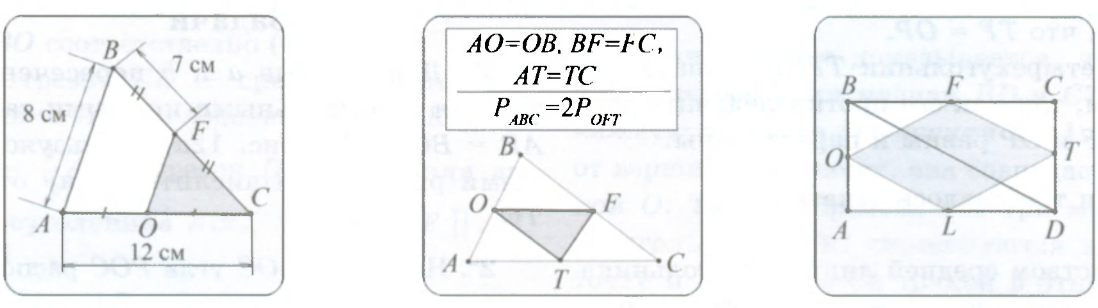
6°. В треугольнике ABC отрезок BO — медиана, отрезок $OF \parallel AB$, $F \in BC$. Вычислите периметр треугольника ABC, если $AB = 10$ см, $FC = 8$ см, $AO = 6$ см.

7°. ABC — равнобедренный треугольник, основание которого AC, а BO — высота, проведённая к основанию. Точка F расположена на стороне BC так, что $OF \parallel AB$. Вычислите периметр треугольника ABC, если $BF = 5$ см, $AO = 2$ см.

8°. В треугольнике ABC отрезок BO — медиана, $BC = 18$ см. Вычислите дину медианы OT треугольника ABO.

9°. Точки O и F — середины сторон AC и BC треугольника ABC соответственно (рис. 13*а*). По данным рисунка вычислите периметр треугольника OFC.

10°. Точки O, F и T — середины сторон треугольника ABC. Докажите, что $P_{ABC} = 2P_{OFT}$ (рис. 13*б*).



а *б* *в*

Рисунок 13

11°. Точки O и F — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Вычислите периметр треугольника ABC, если $P_{OBF} = 7$ см.

12°. Длины диагоналей выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны m_1 и m_2. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого служат середины сторон четырёхугольника $ABCD$.

13. Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.

14. В прямоугольнике $ABCD$ диагональ BD делит угол B так, что $\angle ABD = 2\angle CBD$. Вычислите периметр четырёхугольника, вершинами которого служат середины сторон прямоугольника, если $CD = 6$ см (рис. 13*в*).

15. Отрезки CT и AO — медианы равнобедренного треугольника ABC с основанием AC. Вычислите длину отрезка TO, если длина основания треугольника на 2 см больше длины боковой стороны, а периметр треугольника ABC равен 20 см.

16. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Вычислите периметр параллелограмма, если длина медианы OL треугольника ABO на 2 см больше длины медианы OF треугольника AOD, а $OF = 6$ см.

17. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O, отрезок OF — медиана треугольника OCD. Вычислите длины сторон параллелограмма, если $OF = 5$ см, а $P_{ABCD} = 32$ см.

18. *Отрезок OF — средняя линия треугольника ABC, T — произвольная точка на стороне BC (рис. 14а). Докажите, что средняя линия OF делит отрезок AT пополам.*

19. Точки K и F — соответственно середины сторон BC и CD ромба $ABCD$, в котором $\angle A = 60°$, а диагонали пересекаются в точке O. Докажите, что отрезки OF и KD взаимно перпендикулярны.

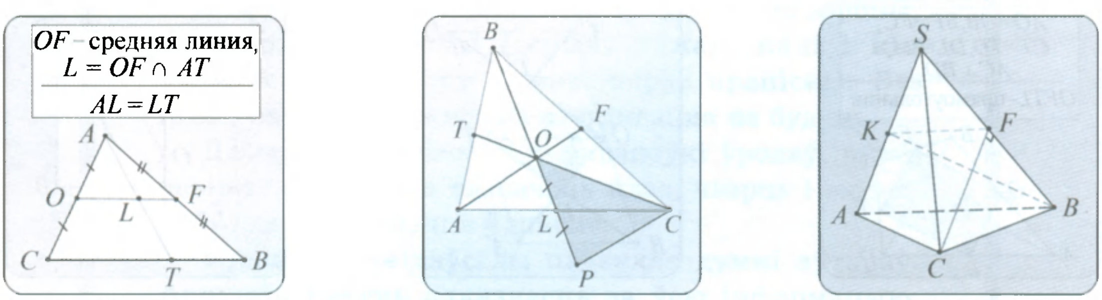
20. Точки T, F и L — середины сторон AB, BC и CA треугольника ABC. На луче OL расположена точка P так, что $OL = LP$ (рис. 14*б*). Вычислите периметр треугольника OCP, если $AF = 6$ см, $BL = 9$ см и $CT = 12$ см.

21. Отрезки CF и BK — высоты соответственно граней SBC и SBA тетраэдра $SABC$ (рис. 14*в*). Вычислите длину ломаной $ASCB$, если $KF = 2{,}1$ см.

22. $ABCD$ — ромб, диагонали которого пересекаются в точке O и $\angle BCD = 120°$. Точки T и F — середины сторон AB и BC соответственно. Вычислите периметр четырёхугольника $ATFO$, если $CD = 8$ см.

23. Медианы AL и BF треугольника ABC пересекаются в точке O, точка D — середина отрезка CL. Вычислите расстояние между точками F и D, если $AO = 16$ см.

24. Точка T — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$, диагональ AC и



а *б* *в*

Рисунок 14

отрезок DT пересекаются в точке в точке L, $AC = 24$ см. Вычислите длину отрезка AL.

25. В параллелограмме $ABCD$ точки T и F — середины сторон BC и AD соответственно, диагональ BD пересекает отрезки AT и CF в точках L и P соответственно. Вычислите длину диагонали BD, если $LP = 7$ см.

26. Точка O — середина стороны BC прямоугольника $ABCD$. Отрезок AO пересекает диагональ BD в точке F. Вычислите длину отрезка BF, если $AB = 9$ см, $\angle BDC = 60°$.

27. $ABCD$ — параллелограмм, точки O и F лежат на сторонах BC и AD соответственно так, что $CO = DF$. Точки E и S — точки пересечения диагоналей четырёхугольников $ABOF$ и $DCOF$. Докажите, что отрезок ES параллелен стороне AD.

28. $ABCD$ — произвольный выпуклый четырёхугольник, точки O, F, T и E — середины соответственно сторон AB, BC, CD и DA. Докажите, что отрезки EF и OT точкой пересечения делятся пополам.

29. *Докажите, что середины сторон выпуклого четырёхугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны, являются вершинами прямоугольника (рис. 15а).*

30. Точки F и T — середины противолежащих сторон BC и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$, диагонали которого взаимно перпендикулярные. Вычислите расстояние между серединами сторон AB и CD, если $FT = 9$ см.

31. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны между собой, а периметр четырёхугольника, вершинами которого служат середины сторон четырёхугольника $ABCD$, равен 60 см. Вычислите длину диагонали AC.

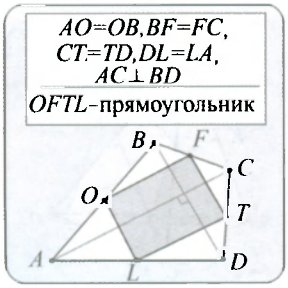
32. *Докажите, что середины сторон выпуклого четырёхугольника, диагонали которого равны, являются вершинами ромба.*

33. $ABCD$ — параллелограмм, точки O и F — середины сторон BC и AD соответственно, $E = BF \cap AO$, $T = FC \cap OD$ (рис. 15б). Вычислите длину отрезка ET, если $P_{ABCD} = 30$ см, а длины сторон BC и CD относятся как $2 : 1$.

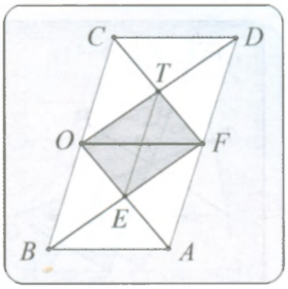
34. Точки F и T — середины сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$ соответственно. Отрезки CF и AT пересекают диагональ BD точках P и L соответственно, $BD = 30$ см. Вычислите длину отрезка PL.

35. $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма. Точки F, E, O, T и L — середины рёбер A_1C_1, C_1B_1, C_1C, CB и AC соответственно (рис. 15в). Вычислите длину ломаной $FEOTL$, если $\angle B_1CB = 30°$, $BB_1 = 8$ см и $A_1B_1 = 10$ см.

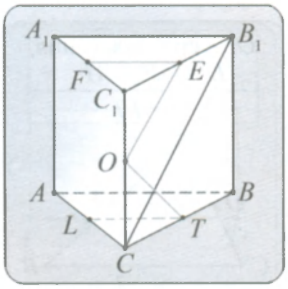
36. $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, основаниями которой служат



а



б



в

Рисунок 15

равносторонние треугольники. Точки F и L — середины отрезков CA_1 и CB_1. Чему равна длина отрезка FL, если периметр основания призмы равен 48 см?

37. Медианы CT, BL и AF пересекаются в точке O. Точка D расположена на луче OF так, что точка F — середина отрезка OD. Найдите периметр треугольника ODC, если $CT = m_c$, $BL = m_b$, $AF = m_a$.

38*. $ABCD$ — параллелограмм, точка F лежит на луче DC так, что точка C — середина отрезка FD. Отрезок AF пересекает диагональ BD и сторону BC в точках T и L соответственно. Вычислите длину отрезка LF, если $AT = 12$ см.

39*. В параллелограмме $ABCD$ точки O и F — середины сторон BC и CD соответственно. Докажите, что отрезки AO и AF делят диагональ BD на три равные части.

40*. Длина медианы треугольника в полтора раза больше длины стороны, к которой она проведена. Найдите градусную меру угла между двумя другими медианами.

Список использованной литературы

1. *Шлыков, В. В.* Структура и содержание учебных материалов для изучения свойств и признаков параллелограмма / В. В. Шлыков // Матэматыка. — 2020. — № 2. — С. 49–64.
2. *Шлыков, В. В.* Изучаем геометрию в 7 классе : пособие для учащихся / В. В. Шлыков. — Минск : Народная асвета, 2019. — 239 с.

Да ведама аўтараў

Рэдакцыя прымае да разгляду матэрыялы аб'ёмам да 20 старонак (можна дасылаць электроннай поштай).

Фотаздымкі прымаюцца чорна-белыя і добрай якасці. Малюнкі і графікі выконваюцца асобна ў фармаце, які забяспечвае выразнасць перадачы ўсіх дэталяў.

Неабходна пазначыць прозвішча, імя і імя па бацьку аўтара, месца працы, пасаду, вучоную ступень, вучонае званне, хатні адрас, тэлефоны, пашпартныя звесткі (серыя, нумар, калі і кім выдадзены, асабісты нумар, адрас прапіскі). Без гэтых звестак матэрыялы разглядацца не будуць.

Дасылаючы ў часопіс распрацоўкі урокаў, аўтар павінен абавязкова пазначаць клас, чвэрць і месяц, калі тэма вывучаецца ў школе.

Рэдакцыя не заўсёды падзяляе думкі аўтараў. Апошнія нясуць адказнасць за ўсю інфармацыю, якая ўтрымліваецца ў артыкуле.

Рукапісы аўтарам не вяртаюцца.