

514
Ш-69

В. В. Шлыков Л. Л. Тухолко

ГЕОМЕТРИЯ

В 11
классе



514(07)
Ш69

В. В. Шлыков Л. Л. Тухолко

ГЕОМЕТРИЯ

в 11 классе

Учебно-методическое пособие
для учителей

2-е издание, дополненное

*Рекомендовано учреждением
«Научно-методический центр
учебной книги и средств обучения»
Министерства образования
Республики Беларусь*

УДК 372.851.4.046.14
ББК 74.262.21я721
Ш69

Рецензенты:

ст. преподаватель кафедры геометрии, топологии и методики преподавания
БГУ *Т. В. Тихонова*; учитель математики гимназии № 10 г. Минска *З. А. По-
дошевко*, учитель математики гимназии № 10 г. Минска *О. Е. Скубенко*

Шлыков, В. В.

Ш69 Геометрия в 11-м классе: учеб.-метод. пособие для
учителей / В. В. Шлыков, Л. Л. Тухолко. — Мн.: Нар.
асвета, 2005. — 176 с.: ил.

ISBN 985-03-1023-5.

УДК 372.851.4.046.14
ББК 74.262.21я721

Учебное издание

ШЛЫКОВ Владимир Владимирович
ТУХОЛКО Людмила Леонидовна
ГЕОМЕТРИЯ
в 11 классе

Учебно-методическое пособие для учителей

2-е издание, дополненное

Зав. редакцией *В. Г. Бехтина*. Редактор *Л. Н. Ясницкая*

Оформление *В. В. Шлыкова*

Художественный редактор *Л. А. Дашкевич*

Технический редактор *З. В. Романкевич*

Корректор *В. С. Бабеня*

Подписано в печать с диапозитивов 25.03.2005. Формат 60×90¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура литературная. Офсетная печать. Усл. печ. л. 11.
Усл. кр.-отт. 11,5. Уч.-изд. л. 7,9. Тираж 1000 экз. Заказ 1945

Издательское республиканское унитарное предприятие «Народная асвета»
Министерства информации Республики Беларусь. ЛИ № 02330/0056915
от 01.04.2004. 220600, Минск, проспект Машерова, 11.

Набрано на ОАО «Полиграфкомбинат имени Я. Коласа».
220600, Минск, Красная, 23.

Республиканское унитарное полиграфическое предприятие «Типография «По-
беда». 222310, Молодечно, В. Тавлая, 11.

- © Шлыков В. В., Тухолко Л. Л.,
2000
- © Шлыков В. В., Тухолко Л. Л.,
2005, с изменениями
- © Оформление. УП «Народная ас-
вета», 2005

ISBN 985-03-1023-5

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Глава 1. МНОГОГРАННИКИ	6
1. Понятие многогранника. Призма. Параллелепипед	—
2. Пирамида. Усеченная пирамида	31
3. Правильные многогранники	55
Глава 2. ОБЪЕМЫ МНОГОГРАННИКОВ	62
1. Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда	—
2. Объем наклонного параллелепипеда	73
3. Объем призмы	81
4. Объем пирамиды	89
Глава 3. КРУГЛЫЕ ТЕЛА И ИХ ПОВЕРХНОСТИ	98
1. Сфера, шар	—
2. Цилиндр	114
3. Конус	126
4. Площадь сферы и объем шара	136
Глава 4. ВЕКТОРЫ И МЕТОД КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕ	145
1. Понятие вектора	—
2. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число	148
3. Компланарные векторы	154
4. Координаты точки и координаты вектора	160
5. Скалярное произведение векторов	165
Примерное тематическое планирование	170
Приложение. Примерное планирование задачного материала по урокам	171

ВВЕДЕНИЕ

Данное методическое пособие предназначено для оказания помощи учителям в организации учебного процесса при изучении стереометрии в 11-м классе по учебнику «Геометрия, 11» автора В. В. Шлыкова. В книге излагаются методические рекомендации к темам: «Многогранники», «Объемы многогранников», «Круглые тела и их поверхности», изучение которых предполагает равноправное развитие пространственных представлений учащихся и их умений логически рассуждать.

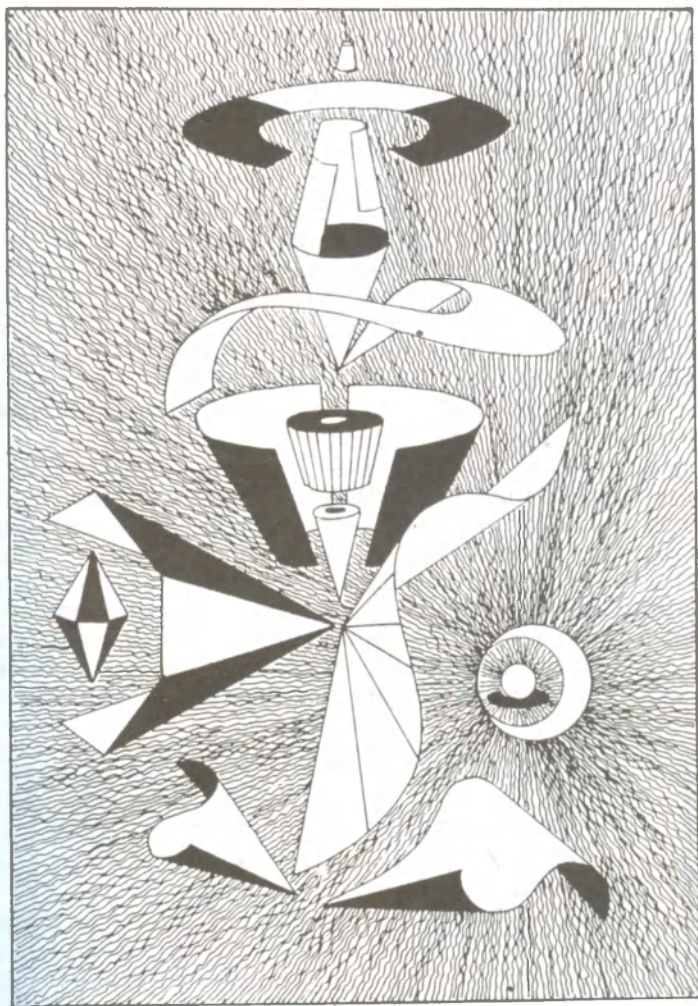
Цель первой главы — систематизировать сведения о многогранниках и в процессе решения задач повторить основные понятия стереометрии, изученные в 10-м классе. Степень внимания к этой главе, с одной стороны, определяется уровнем соответствующих знаний учащихся, а с другой — тем, что понятия, связанные с многогранниками, используются при изучении тем «Объемы многогранников», «Круглые тела и их поверхности».

В процессе изучения учебного материала, как и в 10-м классе, большое внимание уделяется графическому моделированию — средству реализации принципов наглядности и доступности при изучении предмета. Наряду с задачами вычислительного характера важными являются и те, которые развивают конструктивные навыки учащихся. Структура теоретического материала и система практических заданий позволяют уделить внимание обоим типам задач. С целью более эффективного развития пространственных представлений учащихся, как и в 10-м классе, рассматриваются парные графические модели, активизирующие зрительную и эмоциональную память.

Расположение учебного материала главы «Круглые тела и их поверхности» предоставляет больше возможностей для изучения понятий, связанных со сферой. Это позволяет в дальнейшем рассматривать задачи, связанные с вписанными и описанными многогранниками, а также содержательные задачи, в которых рассматриваются сферы, вписанные в цилиндр (конус) или описанные около цилиндра (конуса).

Методические рекомендации в данном пособии изложены достаточно лаконично и не предполагают жесткой регламентации действий учителя при изучении предмета. В каждом параграфе указаны основные цели его изучения, приведены примеры решения задач, способствующих усвоению изучаемых понятий или являющихся опорными при решении других задач.

В пособии приведено примерное тематическое планирование теоретического, а также примерное поурочное планирование задачного материала, необходимого для работы в классе и предлагаемого в качестве домашнего задания, что позволит учителю экономить время при подготовке к урокам.

Многогранники

Утверждения теорем 1, 2, 3 из § 2 систематизируют факты, которыми учащиеся уже пользовались при решении ряда задач в 10-м классе и которые являются для учеников естественными. Важно, чтобы учащиеся понимали логику доказательства данных теорем, умели применять эти теоремы к решению задач. Данные теоремы следует рассматривать как упражнения в логическом мышлении, а не объект для заучивания. Учащиеся должны уметь решать задачи типа 9, 13, 22, 23, 26.

Важными с точки зрения применения их в дальнейшем являются задачи 5, 22, 23, 29.

Урок по материалу § 1 можно провести в виде лекции. Обсуждение материала § 2 проводят с привлечением знаний, полученных учащимися по данному вопросу в 10-м классе. Важно, чтобы учащиеся приняли участие в систематизации полученных ранее сведений о прямой (правильной) призме, прямом (прямоугольном) параллелепипеде. При обсуждении материала данного параграфа необходимо вновь обратиться к физическим и графическим моделям многогранников. Изучение любого вопроса следует сопровождать иллюстративным материалом. Важно, чтобы графическое моделирование по-прежнему являлось средством реализации принципов наглядности и доступности, способствовало созданию хорошего эмоционального фона при изучении предмета.

Особое внимание необходимо уделить усвоению понятия высоты наклонной призмы. Нужно подчеркнуть, что в случае наклонной призмы боковое ребро не является ее высотой. Представляется полезным на каркасных моделях показать возможные варианты расположения основания высоты наклонной призмы. В процессе решения задач необходимо акцентировать внимание на правильности изображения основания высоты призмы в зависимости от условия задачи, помочь учащимся избежать возможных ошибок в процессе решения задач (рис. 1, а, б).

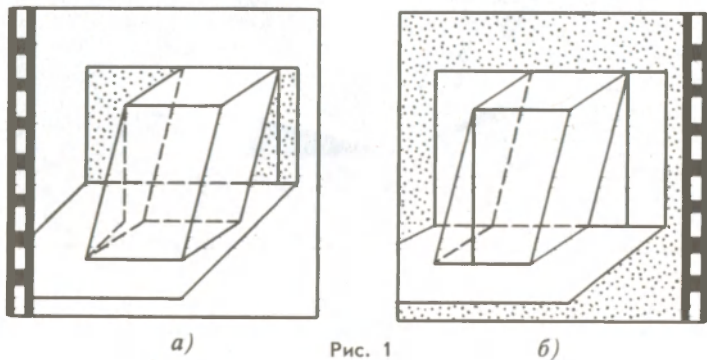


Рис. 1

Глава 1. МНОГОГРАННИКИ

В главе «Введение в стереометрию» учебника «Геометрия, 10» было дано описание многогранников, которые в процессе изучения стереометрии в 10-м классе использовались как иллюстративный материал для вновь вводимых понятий и одновременно были объектом исследования. Таким образом, учащимся был накоплен определенный фактический материал о свойствах многогранников и рассмотрены многие понятия, связанные с ними. Цель главы «Многогранники» учебника «Геометрия, 11» — уточнить понятие многогранника и систематизировать уже известные сведения об этой фигуре, изучить свойства наклонной пирамиды (призмы), повторить ключевой материал 10-го класса. Многие факты данной главы были предметом рассмотрения при изучении стереометрии в 10-м классе. Следовательно, в случае хорошей подготовленности класса можно меньше времени уделить известным вопросам, а обратить больше внимания на вновь вводимые понятия (произвольная пирамида, наклонная призма, высота призмы, пирамиды). Предлагаемая в учебнике «Геометрия, 11» система практических заданий направлена на повторение основных вопросов стереометрии, изученных в 10-м классе, и закрепление вновь вводимых понятий, дальнейшее формирование конструктивных и вычислительных навыков учащихся в процессе решения задач.

§ 1. Понятие многогранника. Призма. Параллелепипед

Определения граничной и внутренней точек геометрического тела, многогранника, данные в § 1, не являются обязательными для заучивания. Рассматриваемый материал может быть предметом обсуждения с наиболее подготовленными учащимися. Важно, чтобы учащиеся понимали суть определений, а не становились пленниками их формулировок, умели приводить примеры многогранников и геометрических фигур, не являющихся таковыми. Следует выработать у учащихся навыки проверки своих рассуждений посредством построения соответствующих примеров и контрпримеров, научить правильно использовать характеристические свойства многогранников при решении задач.

В результате изучения § 2 учебника «Геометрия, 11» необходимо, чтобы учащиеся систематизировали сведения о призме (прямая призма, правильная призма) и параллелепипеде (прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед). Особое внимание нужно обратить на усвоение понятия «наклонная призма» («наклонный параллелепипед»). Важно, чтобы учащиеся умели находить высоту не только для случая правильной пирамиды, прямой и правильной призм, но и в случае произвольной пирамиды или призмы.

В процессе решения задач необходимо по-прежнему уделять внимание графическому моделированию как средству формирования графической культуры, пространственных представлений и эстетических вкусов учащихся. Рассмотрение различных графических моделей одной и той же геометрической фигуры (выбор разного ракурса), использование выносных чертежей, различная технология изображения фигур — все это способствует реализации принципов наглядности и доступности при изучении предмета, формирует графическую культуру, без которой эффективное изучение геометрии невозможно.

Задачи, рассматриваемые на первых уроках, направлены на повторение основных вопросов стереометрии, изученных в 10-м классе. Задачи 1, 3, 4 и задача 1 из § 2 помогут учащимся восстановить схему решения задач по геометрии и навыки построения сечений многогранников, повторить темы: «Параллельность прямых и плоскостей», «Перпендикулярность прямых и плоскостей». В ходе анализа условия задачи необходимо обратить внимание учащихся на характеристические свойства данных в условии многогранников, обсудить наиболее рациональный способ использования этих свойств при решении задач.

При решении задач § 1 желательно подробно обосновывать каждый шаг решения — такая работа будет залогом качественного повторения учебного материала.

В ходе решения задач 2, 5, 6, 7, а осуществляется повторение тем «Расстояние между точкой и плоскостью (прямой и плоскостью)», «Расстояние между скрещивающимися прямыми».

Рассмотрим примеры решения задач.

Задача 1. Вычислите длину диагонали правильной четырехугольной призмы, длина стороны основания которой равна 6 см, а длина диагонали боковой грани — 8 см (рис. 2, а, б).

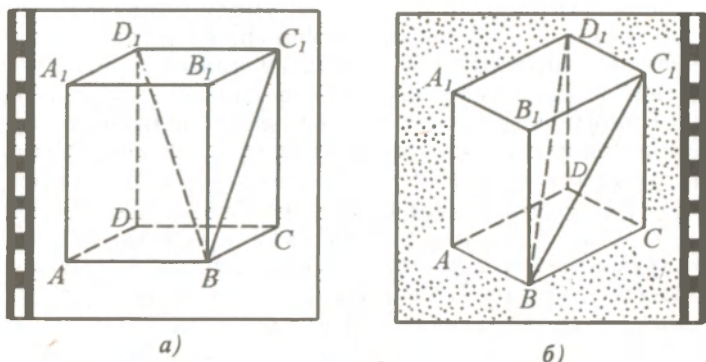


Рис. 2

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — правильная четырехугольная призма, $AB = 6$ см, $BC_1 = 8$ см.

Вычислить: длину отрезка BD_1 .

Проанализируем условие задачи, выясним, какими свойствами обладает данный многогранник. Построим изображение многогранника. Заметим, что искомый отрезок BD_1 является стороной треугольника $BC_1 D_1$. Определим вид этого треугольника. Найдем длину отрезка BD_1 .

Решение.

1) Треугольник $BC_1 D_1$ — прямоугольный, $\angle BC_1 D_1 = 90^\circ$ (так как $D_1 C_1 \perp B_1 C_1$ и $D_1 C_1 \perp CC_1$, то $D_1 C_1 \perp (BCC_1)$. Прямая BC_1 лежит в плоскости BCC_1 , следовательно, $D_1 C_1 \perp BC_1$).

2) В треугольнике $BC_1 D_1$ ($\angle BC_1 D_1 = 90^\circ$, $D_1 C_1 = 6$ см, $BC_1 = 8$ см) гипотенуза $BD_1 = \sqrt{D_1 C_1^2 + BC_1^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$ (см).

Ответ: 10 см.

Задача 2. $ABCA_1 B_1 C_1$ — правильная треугольная призма, все ребра которой равны a . Точка T_1 — середина ребра $A_1 B_1$. Четырехугольник $CC_1 T_1 T$ — сечение призмы плоскостью $CC_1 T_1$. Найдите расстояние от точки B до плоскости $CC_1 T_1$ (рис. 3, а, б).

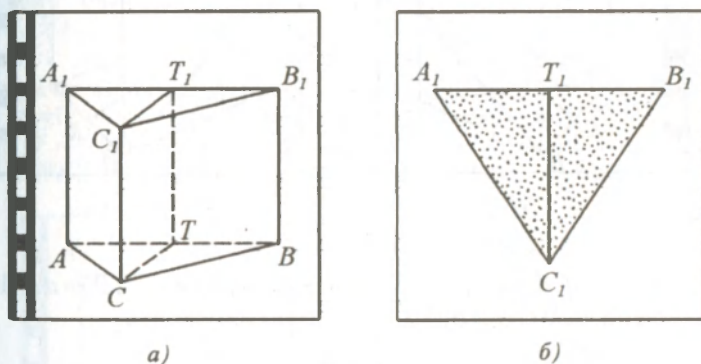


Рис. 3

Дано: $ABCA_1 B_1 C_1$ — правильная призма, $AB = AA_1 = a$, $T_1 \in A_1 B_1$, $A_1 T_1 = T_1 B_1$, $CC_1 T_1 T$ — сечение.

Найти: $d(B, CC_1 T_1)$.

Решение.

В процессе анализа условия задачи следует охарактеризовать положение точки T . Расстояние $d(B, CC_1 T_1)$ от точки B до плоскости $CC_1 T_1$ есть длина перпендикуляра, проведенного из этой точки к плоскости $CC_1 T_1$. Следует вспомнить признак перпендикулярности прямой и плоскости: прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.