няга раўнання атрымаем

$$y=\sqrt{\frac{C_1-C_2}{\beta}}\ \sin 2\sqrt{\beta\delta}\ \Phi(C_1)(t-C_5), \qquad (7)$$

дзе $C_5$ — адвольная пастаянная, $\beta\neq 0$.

З формул (3.1) і (6), улічваючы роўнасці (5) і (7), атрымаем наступнае

$$u=\sqrt{\frac{C_2}{\gamma}}\ \cos 2\sqrt{\alpha\gamma}\quad \Phi(C_1)(t-C_3),\quad \gamma\neq 0, \qquad (8)$$

$$v=\sqrt{\frac{C_1-C_2}{\delta}}\ \cos 2\sqrt{\beta\delta}\quad \Phi(C_1)(t-C_5),\quad \delta\neq 0. \qquad (9)$$

Зробім у зыходнаи сістэме замену $dt=\frac{d\tau}{F'_\varphi}$, $F'_\varphi\neq 0$, дзе $\tau$ — новая незалежная зменная. Тады сістэма (2.1) —(2.4) запішацца так

$$\begin{cases}\frac{dx}{d\tau}=2\gamma u, & \frac{dy}{d\tau}=2\delta v\\ \frac{du}{d\tau}=-2\alpha x, & \frac{dv}{d\tau}=-2\beta y.\end{cases} \qquad (10)$$

Сістэма ДР (10) — лінейная, а яна, як вядома (напрыклад, [7]), не мае ў $C$ ніякіх рухомых асаблівых пунктаў.

*Тэарэма.* Нелінейная аўтаномная сістэма Гамільтона (1) не мае ў $C$ ніякіх рухомых асаблівых пунктаў. Усе яе рашэнні — цэлыя функцыі (формулы (5), (7), (8), (9)).

ЛІТАРАТУРА

1. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1968.
2. *Кильчевский Н. А.* Курс теоретической механики. М., 1977. Т. 2.
3. *Петкевич В. В.* Теоретическая механика. М., 1981.
4. *Яблонский А. А.* Курс теоретической механики. М., 1971. Ч. 2.
5. *Постников М. М.* Лекции по геометрии. Семестр П. Линейная алгебра. М., 1986.
6. *Айнс Э. Л.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков, 1939.
7. *Голубев В. В.* Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. М.; Л., 1950.
8. *Еругин Н. П.* Проблема Римана. Мн., 1982.

SUMMARY

*It has been shown in the article that autonomous Hamilton system of the* $4^{th}$ *order* $x'=H'_u$, $y'=H'_v$, $u'=-H'_x$, $v'=-H'_y$ $\left(H=F(\varphi), \varphi=\alpha x^2+\beta y^2+\gamma u^2+\delta v^2\right)$ *does not have any movable singular points in* $c$. *It means that all its solutions are integral functions.*

УДК 517.5

**В. М. Русак, А. І. Стэльмах**

# АБ ЗБЕЖНАСЦІ І ПАДСУМОЎВАННІ АРТАГАНАЛЬНЫХ ШЭРАГАЎ ПА РАЦЫЯНАЛЬНЫХ ФУНКЦЫЯХ

Ортаўнармаваныя сістэмы рацыянальных функцый па акружнасці $|z|=1$ былі пабудаваны ў [1—2]. У дачыненні да аналітычных функцый, частковыя сумы артаганальных шэрагаў па такіх сістэмах прысутнічаюць у манаграфіі [3] Дж. Уолша, якая на англійскай мове ўпершыню надрукавана ў 1935 г. У прасторы непарыўных $2\pi$-перыядычных функцый апраксімацыя частковымі сумамі шэрагаў Фур'е па рацыянальных функцыях з фіксаванымі полюсамі разглядапася ў работах М. М. Джрбашана (напрыклад, [4]). Для даследавання найлепшых рацыянальных набліжэнняў са свабоднымі полюсамі аналітычных і $2\pi$-перыядычных функцый рацыянальныя апeратары тыпу Фур'е скарыстоўваліся ў [5—7].

У дадзеным артыкуле разглядаюцца рацыянальныя аператары, якія дзейнічаюць у прасторы $C(R)$ непарыўных на рэчаіснай восі функцый $f(x)$ з канечным лімітам на бясконцасць. Няхай $\{z_k=\alpha_k+i\beta_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\operatorname{Im}(z_k)>0$, — пэўная паслядоўнасць камплексных лікаў.

***Тэарэма 1.*** Рацыянальныя функцыі

$$\varphi_0(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}},\ \varphi_n(x)=\sqrt{\frac{\beta_n}{\pi}}\frac{x+i}{x-z_n}\prod_{k=1}^{n-1}\frac{x-\overline{z_k}}{x-z_k},$$

$$\psi_n(x)=\overline{\varphi_n(x)},\ n=\overline{1,\infty} \qquad (1)$$

складаюць ортаўнармаваную сістэму на рэчаіснай восі з вагавай функцыяй $\left(1+x^2\right)^{-1}$.

Доказ тэарэмы заключаецца ў непасрэдным падліку з дапамогай рэштаў інтэгралаў ад здабытку дзвюх розных функцый сістэмы (1), памножанага на $\left(1+x^2\right)^{-1}$.

Калі $f(x)$ інтэгравальная на $R$ з вагой $\left(1+x^2\right)^{-1}$, то ёй можна суаднесці ў адпаведнасць шэраг Фур'е па сістэме

$$f(x) \sim a_0\varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{n}\left(a_k\varphi_k(x) + b_k\psi_k(x)\right), \quad (2)$$

дзе каэфіцыенты вызначаюцца па формулах

$$a_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x)dx}{1+x^2}, \quad a_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{\varphi_k(x)}\frac{dx}{1+x^2},$$

$$b_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{\psi_k(x)}\frac{dx}{1+x^2}. \quad (3)$$

Будзем абазначаць праз $S_{2n}(x,f)$ частковую суму шэрага (2), інакш кажучы

$$S_{2n}(x,f) = a_0\varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{n}\left(a_k\varphi_k(x) + b_k\psi_k(x)\right), \quad (4)$$

і праз $\pi_n(x)$ здабытак Бляшке з нулямі ў пунктах $\{z_k\}$ і полюсамі у пунктах $\{\overline{z}_k\}$, гэта значыць

$$\pi_n(x) = \prod_{k=1}^{n}\frac{x-\overline{z}_k}{x-z_k}.$$

Возьмем ядро $K_n(t,x)$ у выглядзе

$$K_n(t,x) = \frac{1}{2\pi i(t-x)}\left\{\frac{x+i}{t+i}\pi_n(t)\overline{\pi_n(x)} - \frac{x-i}{t-i}\overline{\pi_n(t)}\pi_n(x)\right\}. \quad (5)$$

***Тэарэма 2.*** Рацыянальныя аператары $S_{2n}(x,f)$ маюць выяву

$$S_{2n}(x,f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)K_n(t,x)dt. \quad (6)$$

Доказ тэарэмы 2 з улікам (2) і (3) атрымліваецца з тоеснасці

$$\frac{1}{1+t^2}\left(\frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{n}\left(\varphi_k(x)\overline{\varphi_k(t)} + \psi_k(x)\overline{\psi_k(t)}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi i(t-x)}\left\{\frac{x+i}{t+i}\prod_{k=1}^{n}\frac{t-\overline{z}_k}{t-z_k}\frac{x-\overline{z}_k}{x-z_k} - \frac{x-i}{t-i}\prod_{k=1}^{n}\frac{t-\overline{z}_k}{t-z_k}\frac{x-z_k}{x-\overline{z}_k}\right\}. \quad (7)$$

Менавіта дадзеную тоеснасць мы павінны праверыць. Правая яе частка, відавочна, уяўляе рацыянальную функцыю парадку *2n* па зменнай *x* з полюсамі ў пунктах $\{z_k, \overline{z}_k\}_{k=1}^{n}$ і рацыянальную функцыю парадку *2n+2* па зменнай *t* у тых самых пунктах $\{z_k, \overline{z}_k\}_{k=1}^{n}$ і дадаткова ў пунктах $\{i, -i\}$.

У адпаведнасці з (1) левая частка (7) ёсць таксама рацыянальная функцыя па зменных *x* і *t* тых самых парадкаў і з аднолькавымі полюсамі. Значыць, каб праверыць тоеснасць (7), патрэбна памножыць яе на кожную функцыю $\{\varphi_k(t)\}_{k=0}^{n}$, $\{\psi_k(t)\}_{k=1}^{n}$ і пераканацца, што пасля інтэгравання з абодвух бакоў атрымаюцца аднолькавыя вынікі. Разгледзім для пэўнасці вынікі інтэгравання, калі (7) памнажаецца на функцыю $\varphi_m(t)$, $m > 1$. З нагоды ортаўнармаванасці сістэмы (1) будзем мець, што інтэграл ад левай часткі (7), памножанай на $\varphi_m(t)$,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi_m(t)}{1+t^2}\left(\frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{n}\varphi_k(x)\overline{\varphi_k(t)} + \psi_k(x)\overline{\psi_k(t)}\right)dt = \varphi_m(x). \quad (8)$$

Паколькі ядро $K_n(t,x)$ мае аналітычны працяг з рэчаіснай восі ў камплексную плоскасць, то інтэграл ад правай часткі (7), памножанай на $\varphi_m(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_n(t,x)\varphi_m(t)dt = \sqrt{\frac{\beta_m}{\pi}}\frac{1}{2\pi i}\times$$

$$\times \lim_{z\to x+i0}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{z+i}{t-\overline{z}_m}\prod_{k=1}^{n}\frac{z-\overline{z}_k}{z-z_k}\prod_{k=m+1}^{n}\frac{t-z_k}{t-\overline{z}_k}\frac{dt}{t-z} -\right.$$

$$\left. -\int_{-\infty}^{\infty}\frac{z-i}{t-i}\prod_{k=1}^{n}\frac{t-z_k}{t-\overline{z}_k}\frac{z-\overline{z}_k}{z-z_k}\frac{t+i}{t-z_m}\prod_{j=1}^{m-1}\frac{t-\overline{z}_j}{t-z_j}dt\right\} =$$

$$= \sqrt{\frac{\beta_m}{\pi}}\frac{1}{2\pi i}\lim_{z\to x+i0}\left\{2\pi i \operatorname{Res}_{t=z}\left[\frac{1}{t-z}\frac{z+i}{t-\overline{z}_m}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(\prod_{k=1}^{n}\frac{z-\overline{z}_k}{z-z_k}\right)\left(\prod_{k=m+1}^{n}\frac{t-z_k}{t-\overline{z}_k}\right)\right]\right\} =$$

$$= \sqrt{\frac{\beta_m}{\pi}}\lim_{z\to x+i0}\frac{z+i}{t-\overline{z}_m}\left(\prod_{k=1}^{n}\frac{z-\overline{z}_k}{z-z_k}\right)\left(\prod_{k=m+1}^{n}\frac{z-z_k}{z-\overline{z}_k}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{\beta_m}{\pi}}\frac{x+i}{x-\overline{z}_m}\prod_{k=1}^{m}\frac{x-\overline{z}_k}{x-z_k} =$$

$$= \sqrt{\frac{\beta_m}{\pi}}\frac{x+i}{x-z_m}\prod_{k=1}^{m-1}\frac{x-\overline{z}_k}{x-z_k} = \varphi_m(x). \quad (9)$$

Як відаць з (8) і (9), вынікі інтэгравання аднолькавыя, аналагічна правяраецца ідэнтычнасць вынікаў інтэгравання (7) пры множанні (7) на $\psi_k(t)$, $k = \overline{1,n}$ і на $\varphi_0(t)$. Такім чынам, мы праверылі правільнасць тоеснасці (7), і доказ тэарэмы 2 скончаны цалкам.

Зараз атрымаем іншыя выяўленні для ядра $K_n(t,x)$ і рацыянальных аператараў $S_{2n}(x,f)$. Будзем абазначаць

$$\delta_0(t) \overset{def}{=} \arg(i-t), \quad \Phi_n(t) \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{n}\arg(z_k - t),$$

$$\Phi_n^*(t) \overset{def}{=} 2\Phi_n(t) + \delta_0(t), \quad (10)$$

паколькі $\operatorname{Im} z_k > 0$, $t \in R$, то можна лічыць, што $0 < \arg(z_k - t) < \pi$. Маючы на ўвазе, што здабытак Бляшке магчыма запісаць праз экспаненту

$$\prod_{k=1}^{n}\frac{z_k - t}{\overline{z}_k - t} = e^{2i\Phi_n(t)},$$

лёгка пераканацца ў правільнасці раўнання

$$\frac{x+i}{t+i}\prod_{k=1}^{n}\frac{z_k - t}{\overline{z}_k - t}\frac{\overline{z}_k - x}{z_k - x} = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}e^{i\left(\Phi_n^*(t) - \Phi_n^*(x)\right)},$$

якое разам з камплексна спалучаным да яго раўнаннем дазваляе інакш запісаць ядро (5)

$$K_n(t,x)=\frac{1}{2\pi i(t-x)}\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}\times$$

$$\times\left[e^{i(\Phi_n^*(t)-\Phi_n^*(x))}-e^{-i(\Phi_n^*(t)-\Phi_n^*(x))}\right]=$$

$$=\frac{1}{\pi}\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}\frac{\sin\left[\Phi_n^*(t)-\Phi_n^*(x)\right]}{t-x}. \quad (11)$$

У такім разе пасля падстаноўкі (11) у (6) атрымаем

$$S_{2n}(x,f)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(t)}{\sqrt{t^2+1}}\frac{\sin\left[\Phi_n^*(t)-\Phi_n^*(x)\right]}{t-x}dt. \quad (12)$$

Нараўне з рацыянальнымі аператарамі (12) будзем разглядаць цяпер мноства аператараў тыпу Фур'е

$$S_{2n.2k}(x,f)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(t)}{\sqrt{t^2+1}}\frac{\sin\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)\right]}{t-x}dt. \quad (13)$$

$$\Phi_{n,k}^*(t)=\Phi_n^*(t)+2k\delta_0(t)\,,\ k=\overline{0,n-1}. \quad (14)$$

Зразумела, што на самай справе рацыянальны аператар $S_{2n.2k}(x,f)$ ёсць спецыяльны аператар $S_{2n+2k}(x,f)$, вобразы якога падаюцца формулай (6) і які адпавядае сістэме $2n$ параметраў

$$z_1, z_2, \ldots, z_n, i, i, \ldots, i.$$

З гэтай нагоды аператары $S_{2n.2k}(x,f)$ будуць дакладнымі адпаведна на рацыянальных функцыях

$$r_{2n.2k}(x)=\frac{p_{2n+2k}(x)}{\left(x^2+1\right)^k\prod_{\gamma=1}^{n}\left(x-z_\gamma\right)\left(x-\overline{z_\gamma}\right)}, \quad (15)$$

дзе $p_{2n+2k}(x)$ ёсць алгебраічны паліном ступені не больш за $n$, гэта значыць

$$S_{2n,2k}(x,r_{2n,2k})=r_{2n,2k}(x). \quad (16)$$

З дапамогай аператараў $S_{2n,2k}(x,f)$ вызначым лінейны непарыўны рацыянальны аператар $R_{4n-2}:C(R)\to C(R)$ такім чынам, што

$$R_{4n-2}(x,f)=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}S_{2n,2k}(x,f). \quad (17)$$

***Тэарэма 3.*** Рацыянальныя аператары $R_{4n-2}(x,f)$ дакладныя на рацыянальных функцыях $r_{2n}(x)$ выгляду (15) і маюць выяву ў форме рознасці двух дадатных лінейных непарыўных аператараў фейераўскага тыпу.

Доказ першага сцвярджэння атрымліваецца на аснове (15)—(17)

$$R_{4n-2}(x,r_{2n})=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}S_{2n,2k}(x,r_{2n})=$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}r_{2n}(x)=r_{2n}(x).$$

Зараз падставім (13) у (17) і будзем мець

$$R_{4n-2}(x,f)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{\pi n}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(t)}{\sqrt{t^2+1}(t-x)}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{n-1}\sin\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)\right]dt. \quad (18)$$

Каб знайсці суму сінусаў, што размешчана пад інтэгралам у апошнім раўнанні, заўважым, па-першае, што з улікам (10)

$$\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))=\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}\frac{-x}{\sqrt{x^2+1}}+$$

$$+\frac{t}{\sqrt{t^2+1}}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{t-x}{\sqrt{t^2+1}\sqrt{x^2+1}}. \quad (19)$$

На падставе (10) і (14) пасля некаторых пераўтварэнняў атрымаем

$$\sum_{k=0}^{n-1}\sin\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)\right]=$$

$$=\frac{\sum_{k=0}^{n-1}\sin\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)\right]\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}{\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}=$$

$$=\frac{1}{2\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{n-1}\left(\cos\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)-\delta_0(t)+\delta_0(x)\right]-\right.$$

$$\left.-\cos\left[\Phi_{n,k}^*(t)-\Phi_{n,k}^*(x)+\delta_0(t)-\delta_0(x)\right]\right)=$$

$$=\frac{1}{2\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}\times$$

$$\times\sum_{k=0}^{n-1}\left(\cos\left[2\Phi_n(t)-2\Phi_n(x)+2k\left(\delta_0(t)-\delta_0(x)\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\cos\left[2\Phi_n(t)-2\Phi_n(x)+2(k+1)\left(\delta_0(t)-\delta_0(x)\right)\right]\right)=$$

$$=\frac{1}{2\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}\left(\cos\left[2\Phi_n(t)-2\Phi_n(x)\right]-\right.$$

$$\left.-\cos\left[2\Phi_n(t)-2\Phi_n(x)+2n\left(\delta_0(t)-\delta_0(x)\right)\right]\right)=$$

$$=\frac{1}{\sin(\delta_0(t)-\delta_0(x))}\times$$

$$\times\left(\sin^2\left[\Phi_n(t)-\Phi_n(x)+n\left(\delta_0(t)-\delta_0(x)\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\sin^2\left[\Phi_n(t)-\Phi_n(x)\right]\right). \quad (20)$$

З раўнанняў (18), (19) адразу вынікае, што

$$R_{4n-2}(x,f)=\frac{x^2+1}{\pi n}\times$$

$$\times\left(\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\frac{\sin^2\left[\Phi_n(t)-\Phi_n(x)+n\left(\delta_0(t)-\delta_0(x)\right)\right]}{(t-x)^2}dt-\right.$$

$$\left.-\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\frac{\sin^2\left[\Phi_n(t)-\Phi_n(x)\right]}{(t-x)^2}dt\right), \quad (21)$$

і доказ тэарэмы 3 цалкам закончаны.

Найлепшым рацыянальным набліжэннем $R_n(f) = R_n(f, z_1, z_2, \ldots, z_n)$ функцыі $f(x) \in C(R)$ называем, як звычайна,

$$R_n(f) \overset{def}{=} \inf \|f(x) - r_{2n}(x)\|,$$

дзе інфімум бярэцца па любых правільных рацыянальных функцыях з полюсамі ў пунктах $\{z_k, \overline{z_k}\}_{k=1}^{n}$.

***Тэарэма 4.*** Калі $\left|(1+x^2)\Phi_n'(x)\right| < C \cdot n$, $x \in R$ і $f(x) \in C(R)$, то аператары $R_{4n-2}(x,f)$ ажыццяўляюць апраксімацыю найлепшага парадку, дакладней выконваецца стасунак

$$\|f(x) - R_{4n-2}(x,f)\| = O\left(R_n(f, z_1, z_2, \ldots, z_n)\right). \quad (22)$$

Для доказу нагадаем, што [5, с. 114—115] для любых $\{z_k\}_{k=1}^{n}$, $\operatorname{Im} z_k > 0$, і любых $n$ справядлівы раўнанні

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2[\Phi_n(t) - \Phi_n(x)]}{(t-x)^2} dt = \pi \Phi_n'(x),$$

у прыватнасці таксама выконваецца

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2\left[\Phi_n(t) - \Phi_n(x) + n\left(\delta_0(t) - \delta_0(x)\right)\right]}{(t-x)^2} dt =$$

$$= \pi\left(\Phi_n'(x) + \frac{n}{1+x^2}\right).$$

З гэтых стасункаў і (21) вынікае пры ўмове тэарэмы, што норма $\|R_{4n-2}\|$ аператара $R_{4n-2} : C_R \to C_R$

$$\|R_{4n-2}\| \le \sup_{-\infty < x < \infty} \frac{x^2+1}{n}\left(\Phi_n'(x) + \frac{n}{1+x^2} + \Phi_n'(x)\right) < 2C + 1$$

Калі $r_{2n}^*(x)$ рацыянальная функцыя найлепшага набліжэння, то для адхілення аператара $R_{4n-2}(x,f)$ ад функцыі $f(x)$ атрымаем

$$\|f(x) - R_{4n-2}(x,f)\| \le \|f(x) - r_{2n}^*(x)\| +$$

$$+ \|r_{2n}^*(x) - R_{4n-2}(x,f)\| =$$

$$= R_n(f, z_1, z_2, \ldots, z_n) + \|R_{4n-2}(x, f - r_{2n}^*(x))\| <$$

$$< 2(C+1) R_n(f, z_1, z_2, \ldots, z_n),$$

і доказ тэарэмы 4 завершаны.

*ЛІТАРАТУРА*


1. *Takanaka S.* On the orthogonal function and a new formula of integration // Japan Journal of Mathemathics. 1925. № 2. P. 129—145.
2. *Malmquist F.* Sur la determination d`une classe de fonctions analytiques par leurs valeurs dans un ensemble donne de points // Comples rendus du sixieme congres des mathematiciens scandinaves. Kopenhagen. 1925. P. 253—259.
3. *Уолш Дж. Л.* Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области. М., 1961.
4. *Джрбашян М. М.* К теории рядов Фурье по рациональным функциям // Изв. АН Арм. ССР. Сер. физ.-мат. наук. 1956. Т. 9. № 7. С. 3—28.
5. *Русак В. Н.* Рациональные функции как аппарат приближения. Мн., 1979.
6. *Русак В. Н.* Точные порядковые оценки для наилучших рациональных приближений на классах функций, представимых в виде свёртки // Мат. сб. 1985. Т. 128. № 4. С. 492—515.
7. *Ровба Е. А.* Интерполяция и ряды Фурье в рациональной аппроксимации. Гродно, 2001



*SUMMARY*

*The construction of rational operators responsible for approximation is found.*


---

*УДК 517.95*

***М. Т. Стэльмашук, У. А. Шылінец***

# РЭДУЦЫРАВАННЕ АДНОЙ СІСТЭМЫ РАЎНАННЯЎ У ЧАСТКОВЫХ ВЫТВОРНЫХ ДА КАНАНІЧНАГА ВЫГЛЯДУ ПРЫ ДАПАМОЗЕ ДВАЙНЫХ ФУНКЦЫЙ

Уводзіны. Прадметам даследавання з'яўляецца наступная сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных:

$$\left.\begin{aligned} f'_x &= A_1\varphi'_x + A_2\varphi'_y + T_1 f + \Theta_1\varphi + E_1 \\ f'_y &= A_3\varphi'_x + A_4\varphi'_y + T_2 f + \Theta_2\varphi + E_2 \end{aligned}\right\}, \quad (1)$$

дзе $A_k (k = 1,2,3,4)$ — камплексныя канстанты; $T_k$, $\Theta_k$, $E_k \in C^1(D)$ $(k = 1,2)$; $f, \varphi \in C^2(D)$.

Заўсёды абазначаем праз $C^1(D)$ $(C^2(D))$ клас рэчаісных або камплексных функцый рэчаісных зменных $x, y$, якія непарыўна дыферэнцавальныя (двойчы непарыўна дыферэнцавальныя) у некаторым адназвязным абсягу $D$.

Як было паказана ў працы [1], сістэма (1), дзе шукаемыя функцыі $f, \varphi \in C^2(D)$, а даныя функцыі $T_k$, $\Theta_k$, $E_k \in C^1(D)$, эквівалентна сіс-