дадзеным выпадку імкнуліся выконваць заданні творчага характару, больш працаваць з навуковай і метадычнай літаратурай, праяўлялі цікавасць да сваёй прафесійнай падрыхтоўкі, да новых адукацыйных тэхналогій.

ЛІТАРАТУРА

1. *Ананчанка К. А.* Лагічныя памылкі на ўроках матэматыкі // Народная асвета. 1994. № 8. С. 45—50.
2. *Груденов Я. И.* Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. М., 1990.
3. *Гуцанович С. А., Радьков А. М.* Тестирование в обучении математике: диагностико-дидактические основы: Учеб. пособие для пед. вузов. Могилев, 1995.
4. *Кибалко П. И.* Профессиональная направленность преподавания курса математического анализа в педвузе: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: / 13.00.02 МГПИ им. А. М. Горького, Мн., 1985.
5. *Кузнецова Е. П.* Принципы отбора содержания курса «Алгебра» в системе разноуровневого обучения / Состояние, проблемы и перспективы теории и практики обучения математике, физике, информатике: Материалы Междунар. науч. конф. Мн., 2002. С. 76—78.
6. *Метельский Н. В.* Психолого-педагогические основы дидактики математики. Мн., 1977.
7. *Монахов В. М.* Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса. Волгоград, 1995.
8. *Мордкович А. Г.* Беседы с учителем математики: Концептуальная метод. // Обучение через задачи. М., 1995.
9. *Новик И. А.* Пути совершенствования методической подготовки учителя математики в пединституте. Метод. материалы. Мн., 1989.
10. *Новик И. А.* О специфике понятий технологии и методики обучения математике будущих учителей // Матэматыка: праблемы выкладання. 2002. № 2. С. 3—13.
11. *Радьков А. М.* Система непрерывной подготовки учителя в условиях комплекса. Мн., 1995.
12. *Рогановский Н. М.* Научно-методические основы построения учебника геометрии средней школы. Мн., 1992.
13. *Саранцев Г. И.* Упражнения в обучении математике // Современные проблемы методики преподавания математики: Учеб. пособие для студ. мат. и физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Сост. И. С. Антонов, В. А. Гусев. М., 1985. С. 121—132.
14. *Скатецкий В. Г.* Профессиональная направленность преподавания математики: теоретический и практический аспекты. Мн., 2000.
15. *Столяр А. А.* Педагогика математики. 3-е изд. Мн., 1986.
16. *Ляховіч А. В.* Актывізацыя вучэбна-пазнавальнай дзейнасці студэнтаў пры пераўтварэнні матэматычных задач // Весці БДПУ. 2004. № 3. Сер. 3. С. 11—13.

SUMMARY

There were suggested and approved new methods of teaching of the accomplishing of the tasks with sufficient initial parameters on mathematics with the aim of activization of learning and cognitive activity of the students by means of embodiment of the entire understanding of a learned phenomenon or regularity. The increase of the effectiveness in learning mathematics by means of including in the educationalprocessthe tasks with sufficient initial parameters and recommended methods of their revelation provides for more qualified grounding of future teachers.

УДК 517.983

Г. І. Кабак

СПАЛУЧАНЫ ЛІНЕЙНЫ МНАГАЗНАЧНЫ АПЕРАТАР

У працы даследуюцца ўласцівасці спалучанага лінейнага мнагазначнага (л. м.) аператара, звязаныя з адназначнай і абагульненай абарачальнасцю.

Няхай E_x, E_y — гільбертавы прасторы са скалярнымі здабыткамі $<\cdot,\cdot>_x$, $<\cdot,\cdot>_y$ і нулявымі элементамі 0_x, 0_y, адпаведна $E=E_x \times E_y$ — гільбертава прастора са звычайнай лінейнай структурай і скалярным здабыткам $<\cdot,\cdot>=<\cdot,\cdot>_x+<\cdot,\cdot>_y$, $(\cdot^{\perp})$ — аперацыя артаганальнага дапаўнення ў гільбертавай прасторы, $M: E_x \supset D(M) \to E_y$ — л. м. аператар, у якога абсяг вызначэння $D(M)$ не з'яўляецца шчыльным у прасторы E_x, а абсяг значэнняў $R(M)$ з'яўляецца замкнёным у E_y, $\Gamma(M)$ — графік л. м. аператара M.

Вядома [1], што пры гэтых меркаваннях спалучаная адпаведнасць M^* з'яўляецца л. м. аператарам, які дзейнічае з прасторы E_y у прастору E_x і графік якога вызначаецца роўнасцю

$$\Gamma(M^*)=\left\{(z,t) \,\middle|\, <y,z>_y=<x,t>_x, \forall (x,y)\in \Gamma(M)\right\}. \quad (1)$$

Калі графік л. м. аператара M з'яўляецца замкнёным мноствам у прасторы E, то л. м. аператар M называецца замкнёным.

З працы [1] і з роўнасці (1) выцякае праўдзівасць наступных сцвярджэнняў:

1. Ядро $\ker M^*$ спалучанага л. м. аператара M^* супадае з дэфектнай падпрасторай $R^{\perp}(M)$ л. м. аператара M.
2. Калі л. м. аператар M замкнёны,то $(M^*)^*=M$.
3. Спалучаны л. м. аператар M^* заўсёды замкнёны.

4. Кожнае значэнне спалучанага л. м. аператара M* з'яўляецца замкнёным мноствам у прасторы E_x.
5. $M^*(0_y)=D(M)\perp$.

Як і ў працы [2], спалучаны л. м. аператар M^* будзем называць адназначна абарачальным, калі $R(M^*)=E_x$, а адваротная адпаведнасць $(M^*)^{-1}$ з'яўляецца адназначным аператарам. Калі ў гэтым выпадку аператар $(M^*)^{-1}$ з'яўляецца абмежаваным, то спалучаны л. м. аператар M* называецца непарыўна адназначна абарачальным.

Тэарэма 1. Калі л. м. аператар M з'яўляецца непарыўна адназначна абарачальным, то спалучаны л. м. аператар M^* таксама з'яўляецца непарыўна адназначна абарачальным, пры гэтым

$$(M^{-1})^*=(M^*)^{-1}. \qquad (2)$$

Доказ. З умовы непарыўна адназначнай абарачальнасці л. м. аператара M на падставае тэарэмы Банаха аб замкнёным графіку выцякае яго замкнёнасць, прычым $\ker M=\{0_x\}$ і $R\perp(M)=\{0y\}$. Таму $\ker M^*=\{o_y\}$, а $R(M^*)=E_x$. Значыць, спалучаны л. м. аператар M^* адназначна абарачальны. Застаецца даказаць непарыўнасць адваротнага аператара $(M^*)^{-1}$ і роўнасць (2). Для гэтага падставім у роўнасць (1) $y=M^{-1}x$, $t=(M^*)^{-1}z$ і атрымаем тоеснасць

$$<M^{-1}x, z>_y=<x, (M^*)^{-1}z>_x \ \forall x\in E_x, \forall z\in E_y. \qquad (3)$$

Тоеснасць (3) азначае, што выконваецца роўнасць (2), з якой і выцякае на падставе вядомай суадносіны норм спалучаных аператараў абмежаванасць адваротнага аператара $(M^*)^{-1}$.

Тэарэма даказана.

Азначэнне. Лінейны адназначны абмежаваны аператар $F:E_x\to E_y$ называецца абагульненым адваротным аператарам да спалучанага л. м. аператара M^*, калі $Fx(M^*)^{-1}(x)\ \forall x\in R(M^*)$

Паколькі спалучаны л. м. аператар M^* з'яўляецца замкнёным, то з працы [3] з улікам сцвярджэнняў (1)—(5) выцякае праўдзівасць наступных тэарэм.

Тэарэма 2. Спалучаны л. м. аператар M^* заўсёды мае абагульнены адваротны аператар.

Тэарэма 3. Калі $\ker M^*=\{o_y\}$ і $\ker M=\{0_x\}$, то абагульнены адваротны аператар да спалучанага л. м. аператара M* адзіны. У працілеглым выпадку спалучаны л. м. аператар M* мае бясконцае мноства абагульненых адваротных аператараў, кожны з якіх F мае выяву

$$F=G+B+C,$$

дзе G — некаторы абагульнены адваротны аператар да M*, $B:E_x\to\ker M^*$, $C:E_x\to E_y$ — лінейныя абмежаваныя аператары, у якіх $\ker B\supset\ker(M)$, $\ker C\supset R(M^*)$.

Тэарэма 4. Няхай M — замкнёны л. м. аператар, а H — яго адвольны абагульнены адваротны аператар. Тады спалучаны аператар H* з'яўляецца абагульненым адваротным аператарам да спалучанага л. м. аператара M*. Справядліва і адваротнае сцвярджэнне.

ЛІТАРАТУРА

1. *Ландо Ю. К.* О нормально разрешимых и управляемых соответствиях // Дифференциальные уравнения. 1977. Т. 13. № 11. С. 2070—2075.
2. *Кабак Г. И.* Об однозначной обратимости линейных многозначных операторов // Весці АН РБ. Сер.фіз.-мат. навук. 1994. № 1. С. 113—115.
3. *Кабак Г. І.* Абагульнены адваротны аператар да лінейнага мнагазначнага аператара // Весці БДПУ. 1998. № 2. С. 116—118.

SUMMARY

The properties of conjugate linear multi-valued operator are studied.