ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

УДК 681.3.06 (075.8)

Черняк А.А., *доктор физ.-мат. наук, доцент,*
профессор кафедры МиМПМ БГПУ им. М. Танка,
Черняк Ж.А., *кандидат физ.-мат. наук, доцент,*
доцент кафедры ВМ БГУИР,
Богданович С.А., *кандидат физ.-мат. наук, доцент,*
доцент кафедры МиМПМ БГПУ им. М. Танка
Минск, Республика Беларусь

ПРОВЕДЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ НА БАЗЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Аннотация: *описаны методические принципы, лежащие в основе разработанного пособия для педагогических и технических университетов по проведению практических занятий по алгебре и геометрии с использованием интерактивной доски и Mathcad.*

Ключевые слова: *инновационный подход, практические занятия по высшей математике, системы компьютерной математики, Mathcad.*

Charniak A.A, *Doctor of Sciences, professor of BSPU,*
Charniak Z.A., *PhD of Mathematics, Associate professor of BSUIR,*
Bogdanovich S.A.. *PhD of Mathematics, Associate professor of BSPU*
Minsk, Republic of Belarus

ORGANIZATION OF CLASSROOM EXERCISES ON MATHEMATICS ON THE BASE OF MATHCAD

Abstract*: we describe the main ideas realized in the textbook on linear algebra and geometry for conducting classroom exercises on the base of computer system Mathcad in pedagogical and engineering universities.*

Key words: *innovative method, classroom exercises on linear algebra and geometry, Mathcad.*

Стремительное развитие компьютерных технологий бросает вызов консервативным подходам и формам преподавания математики в высших учебных заведениях. Многие математические выкладки и расчеты, на которые еще лет 20 назад могли уйти месяцы напряженной работы, сегодня выполняются за считанные минуты с помощью современных систем компьютерной математики (сокращенно, СКМ) [1, 2, 5].

Именно поэтому во всем мире наблюдается лавинообразное распространение методических разработок, учебников и программ по применению СКМ в преподавании естественнонаучных дисциплин [3, 4]. И уже нет необходимости убеждать кого-либо в том, что использование СКМ поднимает эффективность математического образования на иной, более высокий, качественный уровень, освобождая учебный процесс от трудоемких и рутинных вычислений, захламляющих мыслительный процесс студентов, и тем самым позволяя преподавателю сконцентрировать обучение на постановке задачи, алгоритме ее решения и анализе полученных результатов.

В данной статье кратко остановимся на основных принципах, которые составляют основу разработанного методического комплекса по проведению практических занятий по алгебре и геометрии с использованием интерактивной доски и СКМ Mathcad.

1. Практическое занятие должно быть организовано таким образом, чтобы интерактивная доска не просто украшала стену студенческой аудитории, но служила основным подспорьем в решении практических задач, будучи полностью задействованной в своих возможностях, вытеснив из обращения калькуляторы, вычисления «столбиком» в студенческих тетрадках, исключив длительные и утомительные выписывания мелом на доске скучных и малополезных преобразований.

Кроме того, применение Mathcad открывает также неисчерпаемые возможности для решения сложных параметрических задач, развивающих навыки моделирования и анализа поведения модели в зависимости от значений параметров (условная оптимизация, нахождение численного решения задачи Коши, проверка решения задачи Коши на устойчивость и т.д.).

2. Студент не обязан «предварительно владеть многообразным инструментарием Mathcad или «отвлекаться» на его изучение в процессе аудиторных занятий. Ему достаточно уметь вводить математические символы с помощью соответствующих панелей инструментов и «отдавать» команды на выполнение той или иной процедуры.

Сами же процедуры для автоматизации вычислений, использующие средства программирования Mathcad, должны быть заранее разработаны преподавателями и затем, с помощью специальных встроенных средств Mathcad, «скрыты» на рабочих листах Mathcad-документа. Преподаватель также должен позаботиться о том, чтобы вся необходимая информация для ввода исходных данных содержалась в виде комментариев и наглядных примеров на рабочем листе Mathcad-документа.

3. Степень автоматизации вычислений должна быть достаточно высокой, чтобы полностью исключить рутинные и неэффективные выкладки или построения, но не на столько, чтобы заслонить от студента идею алгоритма или суть метода, лишив его потенциальной возможности научиться решать «вручную» на листе бумаги задачи в упрощенной формулировке (при малой размерности матриц, небольшом количестве переменных в уравнениях, и целочисленности их коэффициентов, элементарности функций и т.п.).

4. Применение графических и анимационных средств Mathcad должно помочь студенту лучше усвоить ряд основных понятий и алгоритмов решения задач (построение графиков функций, анализ поля направлений интегральных кривых дифференциального уравнения, нахождение суммы ряда, вычисление кратных интегралов и т.д.), обучение которым традиционными методами не столь убедительно. При этом решения некоторых задач могут быть

комплексными, когда отдельные этапы рассматриваются «вручную», а наиболее трудоемкие — на компьютере.

5. Завершать изучение той или иной темы должна заранее разработанная процедура, позволяющая студенту в условиях своего персонального (домашнего) компьютера осуществлять быструю проверку результатов выполнения домашних заданий и самостоятельной контролируемой работы по данной теме без какого-либо участия преподавателя.

Для иллюстрации описанных выше принципов приведем один пример применения СКМ на практических занятиях по алгебре и геометрии.

Тема занятия: «Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с тремя переменными».

Вначале вводим исходные данные: матрицу квадратичной формы, определяемой коэффициентами уравнения при слагаемых второго порядка, и строку коэффициентов уравнения при слагаемых первого порядка. Например:

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Получаем явный вид исходного уравнения.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + B \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 4 \text{ simplify } \rightarrow x + 2 \cdot y + 3 \cdot y^2 + 3 \cdot z^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot x \cdot z - 2 \cdot y \cdot z + 4$$

С помощью встроенной функции eigenvals определяем собственные значения матрицы квадратичной формы. Вычисления следует проводить в символьном виде, чтобы избежать приближенных численных результатов и получить значения в виде, удобном для дальнейших преобразований.

$$Sz := \text{eigenvals}(A) \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

С помощью встроенной функции eigenvecs определяем матрицу собственных векторов.

$$Sv := \text{eigenvecs}(A) \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Чтобы определить, какие столбцы матрицы собственных векторов соответствуют конкретным найденным ранее собственным значениям, следует применить встроенную функцию eigenvec.

$$c := \text{eigenvec}(A,-2) \rightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{eigenvec}(A,4) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Наиболее рутинной частью алгоритма приведения к каноническому виду, отвлекающей студента от основной идеи, является ортогонализация базиса подпространства собственных векторов, соответствующих кратному собственному значению. Эту процедуру следует запрограммировать заранее и поместить в скрытой части данного документа Mathcad.

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$\text{Ortogon}(a,b) := \left| \begin{aligned} & k \leftarrow \frac{a^T \cdot b}{a^T \cdot a} \\ & b \leftarrow b - k \cdot a \\ & \text{augment}(a,b) \end{aligned} \right.$$

$$\text{Normali}(Bas) := \left| \begin{aligned} & \text{for } j \in 1..3 \\ & \quad \left| \begin{aligned} & v \leftarrow \text{submatrix}(Bas,1,3,j,j) \\ & norma \leftarrow \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2 + (v_3)^2} \\ & \text{for } i \in 1..3 \\ & \quad Bas_{i,j} \leftarrow \frac{v_i}{norma} \end{aligned} \right. \\ & Bas \end{aligned} \right.$$

Там же должна находиться вторая рутинная процедура — нормализация ортогонального базиса.

Теперь можно выделить собственные векторы, которые соответствуют 2-кратному собственному значению (если таковые имеются), и с помощью процедуры Ortogon произвести ортогонализацию базиса подпространства собственных векторов, соответствующих 2-кратному собственному значению. Затем сформировать ортогональную матрицу со столбцами из собственных векторов.

$$aa := \text{submatrix}(Sv,1,3,2,2) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad bb := \text{submatrix}(Sv,1,3,3,3) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Bas := \text{Ortogon}(aa,bb) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{2}{5} \\ 1 & -\frac{1}{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{OrtBas} := \mathrm{augment}(c, \mathrm{Bas}) \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & \frac{1}{2} & \frac{2}{5} \\ 1 & 1 & -\frac{1}{5} \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Далее, с помощью процедуры Normali, упомянутой выше, произвести нормализацию полученного ортогонального базиса подпространства собственных векторов.

$$\mathrm{BasOrt} := \mathrm{Normali}(\mathrm{OrtBas})\ \mathrm{simplify} \rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{5}}{5} & \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{2\cdot\sqrt{5}}{5} & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & 0 & \frac{2\cdot\sqrt{5}}{5} \end{pmatrix}$$

Теперь можно получить явный вид исходного уравнения в новых координатах — в ортонормированном базисе собственных векторов.

$$(x\ \ y\ \ z)\cdot \mathrm{BasOrt}^{-1}\cdot A\cdot \mathrm{BasOrt}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + B\cdot \mathrm{BasOrt}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 4\ \mathrm{simplify} \rightarrow 4\cdot y^2 - 2\cdot x^2 + \sqrt{5}\cdot y + 4\cdot z^2 + \frac{\sqrt{5}\cdot z}{5} + 4$$

После этого студенты самостоятельно выделяют полные квадраты для переменных, которые содержатся как во 2-й, так и в 1-й степенях.

$$4\left(x + \frac{\sqrt{5}}{8}\right)^2 + 4\left(z + \frac{1}{8\sqrt{5}}\right)^2 - 2y^2 + \frac{147}{40} = 0$$

Необходимо сделать проверку своих преобразований.

$$4\left(x + \frac{\sqrt{5}}{8}\right)^2 + 4\left(z + \frac{1}{8\sqrt{5}}\right)^2 - 2y^2 + \frac{147}{40}\ \mathrm{simplify} \rightarrow 4\cdot x^2 + \sqrt{5}\cdot x - 2\cdot y^2 + 4\cdot z^2 + \frac{\sqrt{5}\cdot z}{5} + 4$$

В завершение, сделаем параллельный перенос, вводя новые переменные X,Y,Z.

$$F(X,Y,Z) := 4\left(x + \frac{\sqrt{5}}{8}\right)^2 + 4\left(z + \frac{1}{8\sqrt{5}}\right)^2 - 2y^2 + \frac{147}{40} \left| \begin{array}{l} \mathrm{substitute}, x = X - \frac{\sqrt{5}}{8} \\ \mathrm{substitute}, z = Z - \frac{1}{8\sqrt{5}} \\ \mathrm{substitute}, y = Y \end{array} \right. \rightarrow 4\cdot X^2 - 2\cdot Y^2 + 4\cdot Z^2 + \frac{147}{40}$$

$$F(X,Y,Z) \rightarrow 4\cdot X^2 - 2\cdot Y^2 + 4\cdot Z^2 + \frac{147}{40}$$

Остается определить вид поверхности второго порядка. Так, наше уравнение F(X, Y, Z) задает двуполостный гиперболоид.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Андронов А. М., Копытов Е. А., Гринглаз Л. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. СПб: Питер, 2004. 464 с.

2. Поршнев С. В., Беленкова И. В. Численные методы на базе Mathcad. СПб: БХВ, 2005. 450 с.

3. Черняк А.А., Богданович С.А., Василец С.И. Использование систем компьютерной математики в лабораторном практикуме по теории вероятностей в процессе обучения высшей математике. Материалы Республиканской научно-практической конференции “Повышение эффективности практической подготовленности будущего учителя к профессиональной деятельности”. Минск, 23 ноября 2012 г. Мн.: БГПУ. 2013. С. 367-370.

4. Черняк А.А., Черняк Ж.А., Василец С.И. Математика для экономистов на базе Mathcad. БХВ-Петербург, 2016. 495 с.

5. Черняк А.А., Черняк Ж.А., Доманова Ю.А. Высшая математика на базе Mathcad. Общий курс. СПб: БХВ, 2004. 593 с.

УДК 621.3(076.5)

***Богданович Валентина**, старший преподаватель*
УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»
Гомель, Беларусь

ВОЗМОЖНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»

***Аннотация**. Рассмотрены возможности использования новых образовательных технологий в высшей школе для организации учебного процесса, которые позволят применить оптимальные методы и средства обучения в соответствии с учебными программами и поставленными задачами и использовать рейтинговую систему контроля знаний на основе дидактических тестов. Приведены примеры применяемых тестов в дисциплине «Основы радиоэлектроники»*

***Ключевые слов:** технологии обучения, профессиональная направленность, образовательные технологии, дидактика, рейтинговых систем контроля, тесты, дидактические тесты, текущий контроль, рубежный контроль, встроенный контроль, итоговый контроль, радиоэлектроника*

***Bogdanovich Valentina**, Senior Lecturer,*
UO “Gomel State University of Francis Skaryna”
Gomel, Belarus

POSSIBILITY OF APPLICATION OF EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN THE DISCIPLINE “BASES OF RADIO ELECTRONICS”

***Annotation**. The possibilities of using new educational technologies in higher education for organizing the educational process, which will allow applying the best methods and means of teaching in accordance with the curriculum and the tasks set and using the rating system of knowledge control based on didactic tests, are considered. The examples of the tests used in the discipline "Basics of Radio Electronics" are given*

***Keywords**: learning technologies, professional orientation, educational technologies, didactics, rating control systems, tests, didactic tests, current control, mid-term control, embedded control, final control, radio electronics*

На современном этапе развития общества возрастает социальная потребность в нестандартно мыслящих творческих личностях. Поэтому перед