Проведенные численные эксперименты показали, что предложенный в работе алгоритм для вычисления компонент вектора скорости количественно и качественно воспроизводит основные черты атмосферной циркуляции и представляет практический интерес для анализа состояния реальной атмосферы.

Summary

An algorithm to calculate vector velocity components in the baroclinic atmosphere by the given pressures and temperatures is suggested. The results of comparison between the computed and observed data are discussed.

Литература

1. Витвицкий Г. Н. Зональность климата Земли.— М.: Мысль, 1980.— 253 с.
2. Журбило Л. А., Цветков В. И. Приближенный метод решения задачи динамики вращающейся бароклинной атмосферы. II.— Мн., 1981.— 18 с. (Препринт / Ин-т математики АН БССР: № 20 (121)).
3. Кибель И. А. Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды.— М.: ГИТТЛ, 1957.— 375 с.
4. Лоренц Э. Н. Природа и теория общей циркуляции атмосферы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1970.— 259 с.
5. Матвеев Л. Г. Основы общей метеорологии. Физика атмосферы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1965.— 876 с.
6. Фридман А. А. Избранные труды.— М.: Наука, 1966.— 462 с.
7. Цветков В. И., Цветкова А. А. Приближенный метод решения задачи динамики вращающейся бароклинной атмосферы. I.— Мн., 1981.— 44 с. (Препринт / Ин-т математики АН БССР: № 7 (108)).

Гомельское отделение
Института математики АН БССР

Поступила в редакцию
14.12.82

УДК 519.1

А. А. ЧЕРНЯК

ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНО ПОЛНЫЕ СВОЙСТВА ГРАФОВ

Все рассматриваемые графы — конечные, неориентированные, без петель и кратных ребер. Все неопределяемые понятия можно найти в [1].

Переключением $t=(abcd)$ графа G, содержащего ребра ac, bd, но не содержащего ребер ad, bc, называется преобразование, при котором ребра ac, bd в G заменяются ребрами ad, bc. Впервые понятие переключения было использовано в [2] при изучении комбинаторных свойств (0, 1)-матриц. Впоследствии это понятие неоднократно переоткрывалось и обобщалось (см., например, [3, 4]). В [5] вводятся переключательно полные свойства: некоторое теоретико-графовое свойство P называется переключательно полным (s-полным), если для любых двух графов G и H с одинаковыми списками степеней вершин, обладающих свойством P, существует конечная последовательность переключений, переводящая G в H и сохраняющая свойство P (т. е. графы, получаемые после каждого переключения, обладают свойством P).

В [6] сформулирована проблема определения s-полных свойств. Как было показано в [5], для таких свойств P имеется эффективный метод генерации графов, обладающих свойством P. Вопросы s-полноты различных свойств, касающихся связности графов, могут применяться в теории надежности сложных систем [7, 8].

S-полнота свойств, определяемых списками степеней вершин графа, очевидна. К таковым, например, относятся полярность, разложимость [9], пороговость [10]. Помимо этого, к настоящему времени известна s-полнота лишь нескольких свойств: «быть связным графом» [5, 12], «иметь фиксированную последовательность степеней ребер» [11]. Неполнота таких свойств, как 2-раскрашиваемость, «иметь фиксированно число $\chi(G)$» где $\chi(G)$ — минимальное число вершин в графе G, удаление которых приводит к несвязному графу, была показана в [5, 12]

Основные результаты настоящей работы: доказательство s-полноты вершинной и реберной двусвязности соответственно, а также установление неполноты некоторых свойств P.

Теперь несколько основных определений.

Последовательность целых положительных чисел

$$d = d_1,\ d_2,\ \ldots\ ,\ d_n \qquad (1$$

называется графической, если существует граф G, список степеней верш которого совпадает с (1). При этом G называется реализацией последов тельности (1). Пусть G — граф с множеством вершин V, $A, B \subseteq V$. Буде писать $A \sim B\,(A \nsim B)$, если $A \cap B = \varnothing$ и для любых $a \in A$, $b \in B$ верш ны a и b смежны (не смежны). $P(a, b)$ — цепь графа G с концевы вершинами a, b. Если $t = (abcd)$, то $t' = (abdc)$; если последовательнос переключений σ равна $t_1, \ldots, t_k$, то $\sigma' = t'_k, \ldots, t'_1$; tG — это граф, п лученный из G в результате переключения t. $O_G(v)$ — окружение верши v в графе G; $\deg_G v$ — степень вершины v в G. Скажем, что графы G и одинаково помечены, если они имеют одно и то же множество верш $\{v_1, \ldots, v_m\}$ и $\deg_G v_i = \deg_H v_i$, $i = \overline{1, m}$.

Помеченной реализацией последовательности (1) называется граф (вершинами $v_1, \ldots, v_n$ такой, что $\deg_G v_i = d_i$, $i = \overline{1, n}$.

Цепи $P_1(a, b)$, $P_2(a, b)$ называются вершинно-непересекающими (реберно-непересекающимися), если они не имеют общих вершин (бер), кроме вершин a, b. Вершинно m-связные графы будут называт m-связными. Пусть $W \subseteq V$. Пара (G, W) называется реберно-согла ванной, если для любого моста $u \in G$ каждая компонента графа G- содержит вершины из W. Пара (G, W) называется согласованной, е любой висячий блок B графа G содержит по крайней мере одну верш из W, отличную от точки сочленения. Граф называется хордальн если каждый его подграф, порожденный вершинами цикла длины где $m > 3$, содержит цикл длины меньшей m; $\delta(G)$, $\Delta(G)$ — соотве венно минимальная и максимальная степени вершин графа G; $s(G)$ число точек сочленения в G; $l_i(G)$—число вершин степени i в G; $m($ число мостов.

Последовательность (1) называется потенциально P-графичес если она имеет реализацию, обладающую свойством P. Графом ре заций $R(d)$ (помеченных реализацией $R_l(d)$) графической послед тельности d называется граф, вершины которого суть реализации по довательности d, причем две вершины A, B в $R(d)(R_l(d))$ смежны да и только тогда, когда существует переключение, переводящее A [3]. $R(d, P)$ $(R_l(d, P))$ — подграф графа $R(d)(R_l(d))$, порожден вершинами, обладающими свойством P [12]. Свойство P называет полным, если граф $R(d, P)$ связный для любой потенциально P-гр ческой последовательности d.

Предложение 1 [12, 13]. *Графы $R(d)$, $R_l(d)$ связные.*

Предложение 2 [12]. *Связность $R_l(d,\ P)$ влечет связность $R($*

Предложение 3 [14]. *Если граф $G - v$ является m-связным (берно-связным), $\deg_G v \geqslant m \geqslant 2$, то G — m-связный (m-реберно-связны*

Предложение 4. *Пусть G — n-связный (n-реберно-связный) $n \geqslant 2$, с ребром $u = ab$, содержащий n попарно вершинно-непересекаю (реберно-непересекающихся) цепей, отличных от u, с концевыми верш a, b. Тогда граф $H = G - u$ является n-связным (n-реберно-связным)*

Предложение 5. *Пусть H — связный граф, $s(H) > 0$, $\delta(H$ любые два цикла из разных блоков графа H имеют общие вершины. $s(H) = 1$, $l_2(H) \geqslant 4$ и степень точки сочленения v превосходит ст других вершин графа H не менее чем на 2.*

Доказательство. Очевидно, $s(H) = 1$. Пусть теперь B — произвольный блок. Добавим по одному висячему ребру к каждой вершине графа $B - v$, которая была смежной с v в графе H. Так как каждый цикл в B должен содержать вершину v, то полученный граф B' — дерево, висячие ребра которого не имеют общих вершин, причем $l_1(B') = \deg_B v \geqslant 2$ (ибо $\delta(H) \geqslant 2$). Из неравенства $l_1(B') \geqslant 2$ следует неравенство $l_2(B') \geqslant 2$. Отсюда $l_2(H) \geqslant 4$. Кроме того, $l_1(B') \geqslant \Delta(B')$, т. е. $\deg_B v \geqslant \Delta(B)$ или $\deg_H v \geqslant \Delta(B) + 2$. Утверждение доказано.

Лемма 1. *Пусть $d_1 \geqslant \ldots \geqslant d_n$ в (1), G — помеченная двусвязная реализация последовательности* (1), $n \geqslant 3$, $v_n \sim v_i$, $i = \overline{1,\ m}$, $v_n \nsim v_{m+1}$, $m < d_n$. *Тогда G допускает такое переключение t, что tG — двусвязный граф*, $v_n \sim v_i$, $i = \overline{1,\ m+1}$, *в графе tG.*

Доказательство. Пусть $v_n \sim v_j$ для некоторого $j \in \{m+2, \ldots, n\}$. Так как $d_j \leqslant d_{m+1}$, то найдется вершина v_l такая, что $v_l \sim v_{m+1}$, $v_l \nsim v_j$. Согласно теореме 3.3 [1], в G существует цикл C, содержащий ребра $v_n v_j$, $v_{m+1} v_l$. Рассмотрим два случая.

1. Вершина v_j располагается по циклу C между вершинами v_n, v_{m+1}. Граф $H = G + v_n v_{m+1} + v_j v_l$ двусвязный, и в H для каждого из ребер $v_n v_j$, $v_{m+1} v_l$ существует пара вершинно-непересекающихся цепей, отличных от этих ребер, с концевыми вершинами v_n, v_j и v_{m+1}, v_l соответственно. В силу предложения 4 граф $tG = H - v_j v_m - v_{m+1} v_l$ является двусвязным.

2. Вершина v_n располагается по циклу C между вершинами v_{m+1} и v_j. Пусть $P_1(v_j,\ v_l)$, $P_2(v_{m+1},\ v_n)$ — дуги цикла C, не содержащие ребра $v_j v_n$, $v_{m+1} v_l$ соответственно. Обозначим через W множество вершин w таких, что $w \sim v_{m+1}$, $w \notin \{v_j,\ v_l\}$. Каждой вершине w из W поставим в соответствие вершину $N(w) \neq v_{m+1}$, которая является ближайшей к w вершиной цикла C (возможно, $w = N(w)$).

Предположим сначала, что найдется вершина $v_i \in W$ такая, что $v_i \nsim v_j$, $N(v_i) \in P_2$. Тогда если в качестве цикла, содержащего ребра $v_j v_n$, $v_l v_{m+1}$, взять цикл v_{m+1}, v_i, $P_7(v_i,\ v_n)$, v_j, v_l, v_{m+1}, где $P_7 \subset P_2$, то по аналогии с п. 1 показывается, что переключение $t = (v_i v_{m+1} v_n v_i)$ — искомое. Предположим теперь, что найдется вершина $v_s \in W$ такая, что $v_k = N(v_s) \in P_1$ и $v_k \neq v_j$. Положим P_3 — кратчайший путь между вершинами v_s и v_k (возможно, $v_s = v_k$), $v_r \in C$, $v_r \sim v_{m+1}$, $P_4(v_n,\ v_r) \subset P_2$, $P_5(v_j,\ v_k) \subset P_1$, $P_6(v_k,\ v_l) \subset P_1$. Тогда P_4, v_j и P_5, P_3, v_{m+1}, v_n, P_6, P_3, v_s, v_{m+1} и v_{m+1}, v_r, v_j, v_l — пары вершинно-непересекающихся цепей в графе $G + v_{m+1} v_n + v_i v_l$, откуда в силу предложения 4 граф tG, где $t = (v_j v_{m+1} v_n v_l)$, — двусвязный.

Осталось рассмотреть следующий случай: пусть w — произвольная вершина из W, тогда либо $N(w) = v_j$, либо $N(w) \notin P_1$, причем если $w \nsim v_j$, то $N(w) \notin P_1$ (т. е. опять-таки $N(w) = v_j$). Отсюда имеем: $v_j \sim v_r$, $v_{m+1} \nsim v_t$, где v_r, $v_t \in C$, $v_r \sim v_{m+1}$, $v_r \neq v_l$, $v_t \sim v_j$, $v_t \neq v_n$. Таким образом, ввиду $d_{m+1} \geqslant d_j$ в W найдется по крайней мере две вершины v_s, v_k таких, что $\{v_s,\ v_k\} \nsim v_j$, $N(v_s) = N(v_k) = v_j$, и цепи $P_9(v_s,\ v_j)$, $P_8(v_k,\ v_j)$ не являются вершинно-непересекающимися, где P_9, P_8 — кратчайшие цепи между v_s и v_j, v_k и v_j соответственно. Пусть v_x — ближайшая к v_{m+1} по цепи P_9 вершина из $P_9 \cap P_8$. Положим $P_{10}(v_k,\ v_x) \subset P_8$, $P_{11}(v_x,\ v_s) \subset P_9$. Тогда P_4, v_j и P_1, v_{m+1}, v_n; v_s, v_j, v_r, v_{m+1} и v_{m+1}, v_k, P_{10}, P_{11} — пары вершинно-непересекающихся цепей в графе $G + v_j v_s + v_{m+1} v_n$. Поэтому в силу предложения 4 переключение $t = (v_j v_n v_{m+1} v_s)$ — искомое.

Лемма 2. *Пусть H — связный граф, $\delta(H) \geqslant 2$, $s(H) > 0$, W — такое подмножество вершин в H, что пара $(H,\ W)$ согласована и для любых вершин $w \in W$, $u \notin W$ $\deg_H w \geqslant \deg_H u - 1$, причем если $|W| \geqslant 3$, то $l_2(H) \leqslant 3$. Тогда существует такое переключение t, что tH — связный граф, $s(tH) < s(H)$ и пара $(tH,\ W)$ согласована.*

Доказательство. Предположим, что любые два цикла в H, принадлежащие различным блокам, имеют общие вершины. Тогда в силу предложения 5 H содержит единственную точку сочленения v, $\deg_H v \geqslant \deg_H e + 2$ для любой вершины $e \neq v$ и $l_2(H) \geqslant 4$. Из условий леммы следует, что это возможно только при $v \in W$, т. е. $|W| \geqslant 3$. Противоречи

Пусть теперь C_1, C_2 — циклы, принадлежащие различным блокам B_1 B_2 и не имеющие общих вершин. Всегда найдутся два ребра ac, bd так что $ac \in C_1$, $bd \in C_2$ и $\{a, c\} \nsim \{b, d\}$. Пусть A — множество вершин блоков графа H, которые принадлежат цепи $P_1(B_1, B_2)$ в дереве блоко точек сочленения графа H, $G = H + ad + bc$. Тогда $G\langle A \rangle$ — блок, а остальные блоки и точки сочленения графа H, не принадлежащие являются таковыми и в графе G. В графе G очевидны две пары вершин непересекающихся цепей, соединяющих a и c, b и d соответственно: образованы дугами циклов C_1, C_2, отличными от ac, bd, и ребрами ad, Отсюда в силу предложения 4 $F\langle A \rangle$ — блок, где $F = G - ac - bd =$ $t = (abcd)$. Согласованность пары (F, W) следует из согласованности па (H, W).

Т е о р е м а 1. *Если P — свойство «быть двусвязным» и последо тельность d потенциально P-графическая, то граф $R_l(d, P)$ связн*

Д о к а з а т е л ь с т в о. При $n \leqslant 3$ теорема очевидна. Предполож что утверждение верно для любой потенциально P-графической по довательности, длина которой меньше n, и докажем его справедливо для последовательности d.

Пусть для определенности $d_1 \geqslant \ldots \geqslant d_n$, G_1 и G_2 — помечен двусвязные реализации последовательности d. Согласно лемме существует конечная последовательность переключений σ_i, перево щая G_i в F_i и сохраняющая двусвязность, причем $O_{F_i}(v_n) = \{v_1,$ $\ldots, v_{d_n}\}$, $i = 1, 2$. Обозначим: $d' = d_1 - 1, d_2 - 1, \ldots, d_{d_n} - 1, d_{d_n+1},$ $\ldots, d_n$, $W = \{v_1, \ldots, v_{d_n}\}$, $H_i = F_i - v_n$, $i = 1, 2$. Рассмотрим два случ

1) $d_{d_n} - 1 = 1$. Тогда $d_n = 2$, $d = m$, 2^{n-1}, где $m \geqslant 2$. Отсюда г $G_1 - v_1$ должен быть связной реализацией последовательности 2^{n-m-1} что возможно только при $m = 2$. Но в этом случае d имеет единствен связную помеченную реализацию, т. е. $G_1 = G_2$, и теорема доказана

2) $d_{d_n} - 1 \geqslant 2$. Предположим, что $s(H_i) > 0$, $i \in \{1, 2\}$. Так как двусвязный граф, то пара (H_i, W) согласована. Если $d_n \geqslant 3$, то в более трех членов равны 2. Выполняются условия леммы 2. Таким о зом, всегда существует конечная последовательность ω_i переключ (если $s(H_i) = 0$, то ω_i — пустая), переводящая H_i в двусвязный T_i и сохраняющая согласованность графов с множеством W. Так T_1 и T_2 — помеченные двусвязные реализации последовательности по предположению индукции существует конечная последователь Ω переключений, переводящая T_1 в T_2 и сохраняющая двусвязность следовательность переключений $\sigma_1, \omega_1, \Omega, \omega_2', \sigma_2'$ переводит G_1 в G_2 храняет двусвязность (Ω сохраняет двусвязность в силу предложен ω_1 и ω_2^1 сохраняют двусвязность ввиду согласованности графов с жеством W).

С л е д с т в и е 1. Двусвязность является s-полным свойством.

Л е м м а 3. *Пусть $d_1 \geqslant \ldots \geqslant d_n$ в (1), G — помеченная реб двусвязная реализация последовательности (1), $n \geqslant 3$, $v_n \sim v_i$, $i =$ $v_n \nsim v_{m+1}$, $m < d_n$. Тогда G допускает такое переключение t, что реберно-двусвязный граф, $v_n \sim v_i$, $i = \overline{1, m+1}$, в графе tG.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $v_n \sim v_j$, где $j \in \{m+2, \ldots, n\}$ и блок графа G, содержащий ребро $v_n v_j$. Если $v_{m+1} \notin B_1$ или v_{m+1} явл точкой сочленения, то всегда найдется такое ребро $v_{m+1} v_l$, что v $\notin B_1$, $v_l \notin B_1$. Пусть B_2 — блок, содержащий $v_{m+1} v_l$ и отличный от B как G — реберно-двусвязный, то B_1, $B_2 \neq K_2$ и, следовательно, на цепи $P_1(v_n, v_j)$, $P_2(v_{m+1}, v_l)$, которые соответственно отличны от $v_n v_j$, $v_{m+1} v_l$ и принадлежат блокам B_1, B_2. В реберно-двусвязном $H = G + v_n v_{m+1} + v_j v_l$ имеем следующие пары реберно-непересекаю цепей: P_1 и $v_j, v_i, P_2, v_{m+1}, v_n$; P_2 и $v_{m+1}, v_n, P_1, v_j, v_l$. Выполн условия предложения 4, в силу которого граф $H - v_n v_j - v_{m+1} v_l = t$ $t = (v_j v_{m+1} v_n v_l)$, является реберно-двусвязным.

Предположим теперь, что $v_{m+1} \in B_1$ и v_{m+1} — не точка сочленения. В этом случае $\deg_{B_1} v_j \leqslant \deg_{B_1} v_{m+1}$. Следовательно, проходят рассуждения, использованные при доказательстве леммы 1, которые обосновывают существование такого переключения $t = (v_j v_{m+1} v_n v_i)$, что $v_i \in B_1$, tB_1 — блок, т. е. граф tG — реберно-двусвязный. Лемма доказана.

Лемма 4. *Пусть H — связный граф, $\delta(H) \geqslant 2$, $m(H) > 0$, W — такое подмножество вершин в H, что пара (H, W) является реберно-согласованной. Тогда H допускает такое переключение t, что tH — связный граф, $m(tH) < m(H)$ и пара (tH, W) реберно-согласована.*

Доказательство. Пусть u — мост в H, H_1, H_2 — компоненты связности графа $H - u$. Так как $\delta(H) \geqslant 2$, то в H_i существует цикл C_i, принадлежащий некоторому блоку B_i графа H_i, $i = 1, 2$. Пусть ребра ac, bd принадлежат соответственно C_1, C_2 и c, d не инцидентны ребру u в графе H; A — множество вершин всех блоков в H, принадлежащих цепи $P_1(B_1, B_2)$ в дереве блоков и точек сочленения графа H; $G = H + ad + bc$; $G\langle A\rangle$ — блок в G, а все остальные блоки и точки сочленения графа H, не принадлежащие P_1, являются таковыми и в G. В графе G очевидны две пары вершинно-непересекающихся цепей, соединяющих a и c, b и d. Они образованы дугами циклов C_1, C_2 и ребрами ad, bc. Это означает в силу предложения 4, что $F\langle A\rangle$ — блок, где $F = G - ac - bd = tH$, $t = (abcd)$. Поэтому $m(tH) < m(H)$, и пара (tH, W) реберно-согласована.

Теорема 2. *Если P — свойство «быть реберно-двусвязным» и последовательность d потенциально P-графическая, то граф $R_l(d, P)$ связный.*

Доказательство. При $n \leqslant 3$ теорема очевидна. Предположим, что утверждение верно для любой потенциально P-графической последовательности, длина которой меньше n, и докажем ее справедливость для последовательности d.

Пусть для определенности $d_1 \geqslant \ldots \geqslant d_n$, G_1 и G_2 — помеченные реберно-двусвязные реализации последовательности d. Согласно лемме 3, существует конечная последовательность переключений σ_i, переводящая G_i в F_i и сохраняющая реберную двусвязность, причем $O_{F_i}(v_n) = \{v_1, \ldots, v_{d_n}\}$, $i = 1, 2$. Пусть d', W, H_i — такие же, как и в доказательстве теоремы 1. Рассмотрим два случая:

1) $d_{d_n} - 1 = 1$. Тогда $d_n = 2$, $d = m, 2^{n-1}$, $m \geqslant 2$. Предположим, что d имеет связную реализацию H и $m(H) > 0$. Тогда если u — мост в H, то ввиду $\delta(H) \geqslant 2$ каждая компонента связности графа $H - u$ должна содержать по крайней мере один цикл. А это означает, что в H по крайней мере степени двух вершин превосходят 2. Противоречие. Таким образом, любая связная реализация d является реберно-двусвязной. Согласно теореме 3.3 [12], существует конечная последовательность σ переключений, переводящая G_1 в G_2 и сохраняющая связность, а значит, и реберную двусвязность;

2) $d_{d_n} - 1 \geqslant 2$. Так как F_i — реберно-двусвязный, то пара (H_i, W) реберно-согласована и v_n смежна по крайней мере с двумя вершинами из каждой компоненты. Из леммы 4 следует существование конечной последовательности переключений ω_i, переводящей H_i в F_i и сохраняющей согласованность компонент связности графов с множеством W, причем в E_i каждая компонента является уже реберно-двусвязным графом. Проводя переключения вида $t = (abcd)$, где ребра ac, bd из разных компонент, можно перейти от E_i к реберно-двусвязному графу T_i. Так как T_1 и T_2 — помеченные реализации последовательности d', то по предположению индукции существует конечная последовательность переключений, переводящая T_1 в T_2 и сохраняющая реберную двусвязность. Теорема следует из предложения 3 и согласованности графов с W.

Следствие 2. Реберная двусвязность является s-полным свойством.

Теорема 3. *Свойство P не является s-полным, если P означает л «быть реберным графом», либо «быть кактусом», либо означает при лежность к одному из следующих основных известных подклассов к са совершенных графов [15, 16]: хордальные, сильно хордальные, ин вальные, квазитриангулированные, транзитивно ориентируемые, гр подстановок.*

Доказательство. Графы H_1 и H_2 на рис. 1 неизоморфные, ют список степеней вершин 3^4, 2^3, являются хордальными, сильно

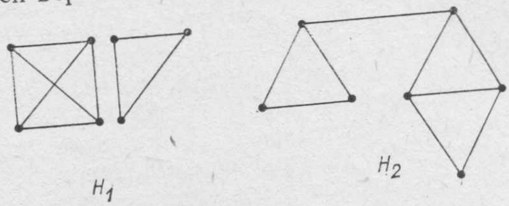

Рис. 1

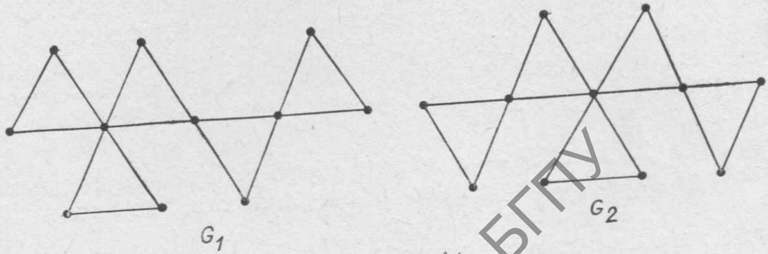

Рис. 2

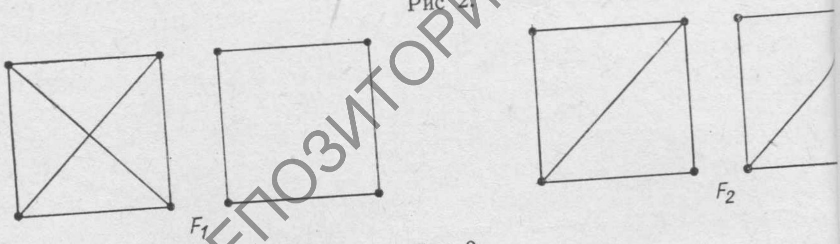

Рис. 3

дальными, интервальными, а также графами подстановок. Одна любого допускаемого переключения t tH_1 содержит цикл C_6 без хо не обладает перечисленными свойствами. На рис. 2 изображены морфные кактусы G_1 и G_2, имеющие один и тот же список степен шин 6, 4^2, 2^8. Пусть G_1 допускает переключение $t=(abcd)$. Если принадлежат блокам, имеющим общую вершину, то G_1 и tG^i изом Если ac, bd принадлежат блокам, не имеющим общих вершин, отличен от кактуса.

На рис. 3 графы F_1 и F_2 имеют список степеней вершин 3^4, 2^4 ются как транзитивно ориентируемыми, так и квазитриангулирова Но tF_1 всегда содержит цикл C_7 без хорд, т. е. tF_1 не совершенны

Summary

A property P is called s-complete, if for any two graphs G and H with degree sequence, both satisfying P, there is a finite sequence of switching co to property P which transforms H into a graph isomorfic to G. Golbourn [5] mulated the problem of determinating s-complete graph properties. To this s-completeness of few propreties has been known (except for trivial results): «b nected graph» [12, 5], «having a given edge degree sequences» [11].

Our main results: proof of the s-completeness of vertex (edge) 2-connecte

Литература

1. Харари Ф. Теория графов.— М.: Мир, 1973.— 300 с.
2. Ryser H. J.— Canad. J. Math., 1957, vol. 9, p. 371—377.
3. Eggleton R., Holton D.— Lect. Notes Math., 1979, vol. 748, p. 1—10.
4. Chungphaisan V.— Discrete Math., 1974, vol. 7, p. 31—39.
5. Colborn C. J.— Research Report Cc-77-37.— University of Waterloo, 1977.— 200 p.
6. Capobianco M., Maurer S., McCarthy D., Molluzo J.— Annals N. J. Acad. Sciences, 1979, vol. 319, p. 565—590.
7. Soi I., Aggarwal K.— IEEE Trans. Rel., 1981, vol. R-30, p. 438—443.
8. Kleitman D., Steiglitz K., Weiner P.— IEEE Trans. Curcuit Theory, 1969, vol. CT-16, p. 455—460.
9. Тышкевич Р. И.— ДАН БССР, 1980, т. 24, № 8, с. 677—679.
10. Chvatal V., Hammer P.— Ann. Discrete Math., 1977, vol. 1, p. 145—162.
11. Черняк Ж. А.— Кибернетика, 1983, № 6, с. 10—13.
12. Taylor R.— Lecture Notes Math., 1981, vol. 884, p. 314—336.
13. Fulkerson D., Hoffman A., McAndrew M.— Canad. J. Math., 1965, vol. 17, p. 166—177.
14. Wang D., Kleitman D.— Networks, 1973, vol. 3, p. 225—239.
15. Columbic M. Algorithmic graph Theory and perfect graphs.— A series of monographs Univ. of Maryland, 1980.— 285 p.
16. Farber M.— Discrete Math., 1983, vol. 43, p. 173—189.

Институт проблем надежности
и долговечности машин АН БССР

Поступила в редакцию
21.03.83

УДК 514.757

З. Н. ЧЕТЫРКИНА

МАКСИМАЛЬНО ГОМОТЕТИЧЕСКИ ПОДВИЖНЫЕ ФИНСЛЕРОВЫ ПРОСТРАНСТВА

В [1] доказана теорема: если финслерово пространство F_n $(n>4)$ допускает группу изометрических движений порядка больше чем $\frac{1}{2}n(n-1)+1$, тогда это риманово пространство постоянной кривизны.

В финслеровом пространстве F_n всякая группа гомотетических движений порядка r содержит подгруппу движений порядка $r-1$, являющуюся нормальным делителем [3, 4].

Исследования автором гомотетически подвижных пространств Рандерса F_n^R [12] показали, что существуют неримановы пространства F_n $(F_n = F_n^R)$, допускающие группы гомотетических движений порядка $\frac{1}{2}n(n-1)+2$. Следовательно, максимальный порядок групп гомотетических движений в существенно финслеровых пространствах F_n равен $\frac{1}{2}n(n-1)+2$ и класс таких пространств непустой. Классификация и геометрическое описание максимально гомотетически подвижных пространств F_n — важная задача.

Теорема 1. *Максимально гомотетически подвижное финслерово пространство, допускающее нетривиальные гомотетии, имеет в некоторой системе координат метрику вида*

$$ds^2 = dx^{n^2}\varphi[u_1, u_2, \ldots, u_k], \tag{1}$$

где φ *— произвольная непрерывно дифференцируемая функция указанных аргументов,* k *— любое натуральное число,* $u_i = d\sigma_i^2/dx^{n^2}$,

$$d\sigma_i^2 = ds_i^2 + \beta_i dx^{n^2},\ i=\overline{1,k},\ \forall\beta_i \in R,$$

$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ *— различные числа,* ds *— метрика евклидова или псевдоевклидова пространства* E_{n-1} *или* E_n*. Максимальный порядок группы гомотетических движений в пространствах (1) равен* $\frac{1}{2}n(n-1)+2$.