

ПРИМЕНЕНИЕ MATHCAD В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Основная трудность в преподавании курса теоретической физики заключается в отсутствии наглядности, невозможности увидеть численный результат, что приводит к ослаблению внимания со стороны студентов, а зачастую вызывает аллергическую реакцию на излагаемый материал. Овладение сложными абстрактными знаниями за короткое время некоторым студентам оказывается просто не под силу. Персональный компьютер призван, в значительной мере, устранить указанные недостатки. Особая роль при этом отводится применению математических пакетов, таких как Mathcad, Mathematica, Matlab, Maple и др. Для студентов педагогических вузов предпочтительнее других выгладит Mathcad [1], который мало уступает в математической мощи другим, более сложным в освоении, программам, но, как преимущество, обладает дружественным интерфейсом. Проиллюстрируем вариант применения пакета Mathcad в курсе теоретической механики при исследовании колебаний систем со многими степенями свободы [2,3].

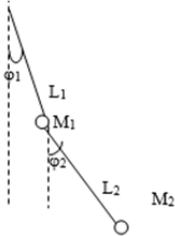


Рисунок 1 – Плоский двойной математический маятник

Для кинетической и потенциальной энергии системы (рис. 1) имеем:

$$T = \frac{M_1 + M_2}{2} L_1^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{M_2}{2} L_2^2 \dot{\phi}_2^2 + M_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_1 - \phi_2),$$

$$\Pi = -(M_1 + M_2) g L_1 \cos(\phi_1) - M_2 g L_2 \cos(\phi_2).$$

В случае малых колебаний ($\phi_1, \phi_2 \ll 1$) имеем:

$$T = \frac{M_1 + M_2}{2} L_1^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{M_2}{2} L_2^2 \dot{\phi}_2^2 + M_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2,$$

$$\Pi = \frac{M_1 + M_2}{2} g L_1 \phi_1^2 + \frac{M_2}{2} g L_2 \phi_2^2.$$

Дифференциальные уравнения, описывающие движение системы, в общем случае являются нелинейными. Для их линеаризации введем матрицы **A** и **C** :

$$A = \begin{bmatrix} (M_1 + M_2)L_1^2 & M_2L_1L_2 \\ M_2L_1L_2 & M_2L_2^2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} (M_1 + M_2)gL_1 & 0 \\ 0 & M_2gL_2 \end{bmatrix}$$

Дальнейшие выкладки производим для численного примера (в нотации Mathcad).

Пусть $L_1 = 1$ м, $L_2 = 2$ м, $M_1 = 1$ кг, $M_2 = 2$ кг. Тогда

$$A := \begin{bmatrix} (M_1 + M_2) \cdot L_1^2 & M_2 \cdot L_1 \cdot L_2 \\ M_2 \cdot L_1 \cdot L_2 & M_2 \cdot L_2^2 \end{bmatrix} \quad C := \begin{bmatrix} (M_1 + M_2) \cdot g \cdot L_1 & 0 \\ 0 & M_2 \cdot g \cdot L_2 \end{bmatrix}$$

Делаем проверку на симметричность и положительность матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \quad |A| = 8 \quad A^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$|C| = 1.154 \times 10^3 \quad C^T = \begin{pmatrix} 29.421 & 0 \\ 0 & 39.228 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 29.421 & 0 \\ 0 & 39.228 \end{pmatrix}$$

После введения обозначений уравнения движения маятника будут выглядеть следующим образом:

пусть $V := \text{genvals}(C, A)$ $U := \text{genvecs}(C, A)$, тогда

$$\phi_1(t, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) := C_1 \cdot (U^{<0>})_0 \cdot \sin(\sqrt{V_0} \cdot t + \alpha_1) + C_2 \cdot (U^{<1>})_0 \cdot \sin(\sqrt{V_1} \cdot t + \alpha_2)$$

$$\phi_2(t, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) := C_1 \cdot (U^{<0>})_1 \cdot \sin(\sqrt{V_0} \cdot t + \alpha_1) + C_2 \cdot (U^{<1>})_1 \cdot \sin(\sqrt{V_1} \cdot t + \alpha_2)$$

где $C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2$ – постоянные, которые найдем из начальных условий. Пусть

$$\phi_1(0, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) = \phi_2(0, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) = 0, \quad \phi_1'(0, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) = 0.01,$$

$$\phi_2'(0, C_1, C_2, \alpha_1, \alpha_2) = 0.01.$$

Введем обозначения: $a = \sin(\alpha_1)$, $b = \sin(\alpha_2)$.

Начальные значения для итерационного процесса:

$$C_1 := 0.1 \quad C_2 := 0.1 \quad a := 0.1 \quad b := 0.1$$

Блок решений:

Given

$$C_1 \cdot (U^{<0>})_0 \cdot a + C_2 \cdot (U^{<1>})_0 \cdot b = 0$$

$$C_1 \cdot (U^{<0>})_1 \cdot a + C_2 \cdot (U^{<1>})_1 \cdot b = 0$$

$$C_1 \cdot \sqrt{V_0} \cdot (U^{<0>})_0 \cdot \sqrt{1-a^2} + C_2 \cdot \sqrt{V_1} \cdot (U^{<1>})_0 \cdot \sqrt{1-b^2} = 0.01$$

$$C_1 \cdot \sqrt{V_0} \cdot (U^{<0>})_1 \cdot \sqrt{1-a^2} + C_2 \cdot \sqrt{V_1} \cdot (U^{<1>})_1 \cdot \sqrt{1-b^2} = 0$$

$$C := \text{Find}(C_1, C_2, a, b)$$

$$\text{Имеем: } C_1 := C_0 \quad C_2 := C_1 \quad \alpha_1 := a \cdot \sin(C_2) \quad \alpha_2 := a \cdot \sin(C_3).$$

Теперь искомые уравнения движения можно рассматривать как функцию одной переменной – времени:

$$\phi_1(t) := C1 \cdot (U^{<0>})_0 \cdot \sin(\sqrt{V_0} \cdot t + \alpha_1) + C2 \cdot (U^{<1>})_0 \cdot \sin(\sqrt{V_1} \cdot t + \alpha_2)$$

$$\phi_2(t) := C1 \cdot (U^{<0>})_1 \cdot \sin(\sqrt{V_0} \cdot t + \alpha_1) + C2 \cdot (U^{<1>})_1 \cdot \sin(\sqrt{V_1} \cdot t + \alpha_2)$$

$$\theta(t) := \text{Isolve} \left[U, \begin{pmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{pmatrix} \right]$$

Находим нормальные координаты. Элементы полученного вектора $\theta(t)$ дают зависимость каждого нормального колебания от времени.

В заключение построим соответствующие графики. На рисунке 2 изображены графики для обобщенных координат. Для нормальных координат графики представляют собой чистые синусоиды (рис. 3).

t:=0,0.01..6

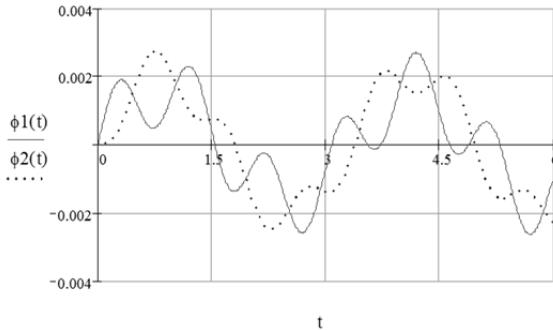


Рисунок 2 – График зависимости обобщенных координат от времени

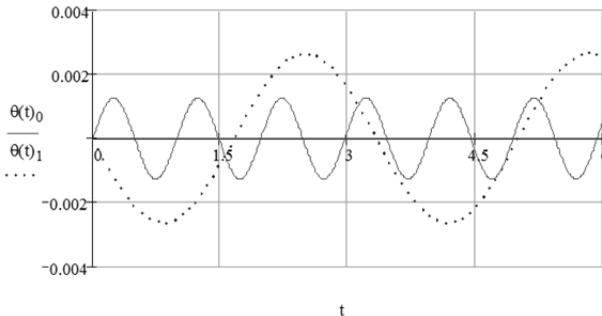


Рисунок 3 – График зависимости нормальных координат от времени

Идеология «живого документа» [1], представляемая программой Mathcad, позволяет исследовать решение задачи, изменяя начальные условия и физические параметры

системы. Не составит также большой проблемы переход к расчету систем с большим числом степеней свободы (молекулярные системы).



ЛИТЕРАТУРА

1. Очков В.Ф. Mathcad 8 Pro для студентов и инженеров. М.: "Компьютер Пресс", 1998. – 380 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика.-М.: Наука, 1973.-208 с.
3. Мигулин В.В. и др. Основы теории колебаний М.: "Наука", 1988.-392 с.

УДК 537.378.016

И.В. ПАВЛОВИЧ, В.В. БОГДАНОВИЧ, С.С. НЕФЕДОВ

Минск, БГАТУ

ОПЫТ ПОСТАНОВКИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ИЗУЧЕНИЮ КОНТАКТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ИНЖЕНЕРОВ-ЭЛЕКТРИКОВ

Постановка лабораторных работ по специальным дисциплинам в технических ВУЗах в настоящее время имеет ряд особенностей. В частности, в связи с переходом на новые стандарты резко сократилось аудиторное время, отведенное на изучение физики. Таким образом, при постановке лабораторных работ возникла необходимость вводить не только техническую часть, но и приводить сведения из курса общей физики. Поскольку контактные электрические соединения являются важной составляющей любого электрооборудования, для инженеров энергетических специальностей представляется особо актуальной разработка отдельной лабораторной работы по изучению контактных соединений и материалов для их выполнения, а так же особенностей протекания тока в них.

Нами была разработана лабораторная работа по изучению контактных соединений для подключения возобновляемых источников энергии [1]. На подготовительном этапе лабораторной работы студентам необходимо изучить методические указания, которые были разработаны на основе анализа технических нормативных правовых актов и литературы по контактным электрическим соединениям [2–5].

При выполнении работы студенческая группа делится на микрогруппы, каждой из которых преподавателем выдается необходимое оборудование и материалы: образцы проводов с медной (однопроволочной и многопроволочной) и алюминиевой жилой различного сечения, набор инструментов, паяльник, канифоль, припой (ПОС-40), набор соединительных зажимов, клемм и т.п. В разработанной лабораторной работе измерение переходного сопротивления осуществляется с помощью цифрового измерителя (микроомметра) MMR-620. Непосредственно при выполнении лабораторной работы каждый студент, используя заготовленные провода, изготавливает по заданию преподавателя различные виды контактных соединений (рисунок 1), а также контрольный образец провода.

Студенты, изучая сопротивления контактов, выполненных из различных материалов, одновременно осваивают приемы настройки и работы с измерительным оборудованием на примере измерителя MMR-620. На основе анализа полученных данных составляется заключение о техническом состоянии не только различных по конструкции контактных соединений, но также и о влиянии на их переходное сопротивление различных факторов.