

Формирование профессиональных компетенций в высших учебных заведениях на основе адаптивного обучения [3], была разработана концепция адаптивного обучения для ВУЗ-ов и педагогическая модель ее реализации, которая была апробирована на нескольких специальностях, в частности на специальности Математика и информатика на протяжении 4 лет. В процессе апробации модели были разработаны:

- новая структура программы по специальности Математика и информатика (2016 г.), ориентированная на уточнение структуры и уровня формируемых профессиональных компетенций. Впоследствии эта структура была принята на государственном уровне;
- курсы на обучающей платформе MOODLE в формате смешанного обучения (blended-learning), использующие различные приемы адаптации в зависимости от уровня научности курса, удаления от начала обучения, взаимосвязи с другими курсами по данной программе, возможностей применения компьютерного оценивания знаний и др.;
- учебники и методические пособия для внедрения адаптивной модели обучения [4].

Модель адаптивного обучения была представлена на XXV конференции «Математика. Компьютер. Образование» в городе Дубна, РФ, 2018 на стендовой сессии. Также результаты исследований отражены в более чем 50-и публикациях различного уровня.

По итогам исследований можно утверждать, что:

- адаптивное обучение действительно формирует профессиональные компетенции будущих учителей математики при условии максимального использования адаптивности обучения на всех курсах;
- разработанная модель доказала свою эффективность в условиях малых групп педагогических специальностей.



ЛИТЕРАТУРА

1. Шутова Е. В. Формирование профессиональной компетентности педагогов // Молодой ученый. – 2016. – №23. – С. 545-548. – URL <https://moluch.ru/archive/127/35116/> (дата обращения: 23.10.2019).
2. Кодекс Nr. 152 от 17.07.2014 об образовании в Республике Молдова URL <http://lex.justice.md> (дата обращения: 23.10.2019).
3. Сайт проекта Формирование профессиональных компетенций в высших учебных заведениях на основе адаптивного обучения URL <http://profadapt.usarb.md/?lang=ru> (дата обращения: 23.10.2019).
4. ZASTÎNCEANU, L., GAȘIȚOI, N. Organizarea instruirii adaptive a viitorilor profesori de matematică în cadrul instituțiilor de învățământ superior. Методическое пособие для преподавателей ВУЗ-ов – Бельцы – 2016- 96 стр.,

УДК 372.851

Ю.П. ЗОЛОТУХИН

Гродно, ГрГУ имени Янки Купалы

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ НА ПРИПИСЫВАНИЕ И ВЫЧЕРКИВАНИЕ ЦИФР

Предлагаются задачи для организации исследований школьниками старших классов, посвященные манипуляциям с цифрами натуральных чисел, записанных в десятичной системе счисления.

Задача 1. Пусть A, B, C – натуральные числа, записанные в десятичной системе счисления. Количества их цифр обозначим через $l(A), l(B)$ и $l(C)$ соответственно. Преобразования числа A в натуральные числа

$$f(A, B) = A \cdot 10^{l(B)} + B, \text{ и } g(A, C) = C \cdot 10^{l(A)} + A \quad (1)$$

назовем *операторами приписывания* к числу A справа числа B и слева числа C соответственно (кратко – *правым и левым операторами приписывания*).

Докажите равенства, используя формулы (1):

- 1) $f(A, 0) = A, g(A, 0) = A$; 2) $f(A, B) = g(B, A)$; ;
- 3) $g(f(A, B), C) = f(g(A, C), B)$; ; 4) $f(A + B, C) = f(A, C) + f(B, C) - C$; ;
- 5) $g(A, B + C) = g(A, B) + g(A, C) - A$. ($A, B, C \in \mathbf{N}$).

Комментарий. Указанные равенства выражают простейшие свойства правого и левого операторов приписывания. В частности, приписывание к числу A числа B справа приводит к тому же результату, что и приписывание к числу B числа A слева (свойство 2). Приписывание к числу A справа числа B , а затем к полученному числу слева числа C , приводит к тому же результату, что и приписывание к числу A слева числа C , а затем к полученному числу справа числа B (свойство 3).

Задача 2. Преобразования числа A в натуральные числа

$$u_p(A) = \left[\frac{A}{10^p} \right] \text{ и } v_q(A) = \left\{ \frac{A}{10^{l(A)-q}} \right\} \cdot 10^{l(A)-q}. \quad (2)$$

назовем *операторами вычеркивания* из цифровой записи числа A p его цифр справа и q его цифр слева соответственно (кратко – *правым и левым операторами вычеркивания*). Здесь с помощью квадратной и фигурной скобок обозначены целая и дробная части соответствующих чисел; $p, q = 0, 1, \dots, l(A)$.

Докажите равенства, используя формулы (2):

- 1) $u_0(A) = A$ и $u_{l(A)}(A) = 0$; 2) $v_0(A) = A$ и $v_{l(A)}(A) = 0$;
- 3) $u_{l(B)}(f(A, B)) = A$; ; 4) $v_{l(C)}(g(A, C)) = A$; ;
- 5) если $p + q \leq l(A)$, то $v_q(u_p(A)) = u_p(v_q(A))$, ($A, B, C \in \mathbf{N}$).

Комментарий. Указанные равенства выражают простейшие свойства правого и левого операторов вычеркивания. В частности, вычеркивание из цифровой записи числа A p его цифр справа и затем q цифр слева приводит к тому же результату, что и вычеркивание сначала q цифр слева, а затем p цифр справа (свойство 5).

Задача 3. Выясните, для каких натуральных чисел A и B приписывание к числу A числа B слева и справа приводит к одному и тому же результату?

Указания. В общем виде ответ на поставленный вопрос прост: для тех и только тех, для которых $f(A, B) = g(A, B)$, то есть

$$\frac{1 \dots 1}{l(B)} \cdot A = \frac{1 \dots 1}{l(A)} \cdot B. \quad (3)$$

Таким образом, необходимо решить уравнение (3) в натуральных числах.

Если $d = \text{НОД}(\underbrace{1\dots 1}_{l(A)}, \underbrace{1\dots 1}_{l(B)})$, то $A = \frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(A)}}{d}t$, $B = \frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(B)}}{d}t$, где t – натуральное число,

удовлетворяющее условиям $l(A) = l\left(\frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(A)}}{d}t\right)$ и $l(B) = l\left(\frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(B)}}{d}t\right)$.

Если $d = 1$, то есть числа $\frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(A)}}{l(A)}$ и $\frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(B)}}{l(B)}$ взаимно просты, то $A = \frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(A)}}{l(A)} \cdot t$, $B = \frac{\overbrace{1\dots 1}^{l(B)}}{l(B)} \cdot t$, $t = 1, 2, \dots, 9$, другими словами, числа A и B записываются с помощью одной и той же цифры.

Если же $d \neq 1$, то рассмотрим следующие случаи:

а) $l(A) = l(B)$ (уравнению (3) удовлетворяет любая пара одинаковых неоднозначных натуральных чисел);

б) $l(A) = kl(B)$, $k = 2, 3, \dots$ (уравнению (3) удовлетворяет любая пара натуральных (A, B) , где число A получается k -кратным выписыванием подряд цифр числа B);

в) $l(A) = \frac{1}{k}l(B)$, $k = 2, 3, \dots$ (уравнению (3) удовлетворяет любая пара натуральных чисел (A, B) , где число B получается k -кратным выписыванием цифр числа A).

Выясните, имеет ли уравнение (3) другие решения.

Задача 4. Вставьте между p последними цифрами числа A и предыдущими его цифрами число B ($p = 0, 1, \dots, l(A)$).

Указания. Запишите число, образованное p последними цифрами числа A ($v_q(A)$, где $q = l(A) - p$); запишите число, образованное q первыми цифрами числа A ($u_p(A)$); припишите к числу B число $v_q(A)$ справа; припишите к полученному числу число $u_p(A)$ слева. Искомое число получит следующее представление:

$$g(f(B, v_q(A)), u_p(A)) = [A \cdot 10^{-p}] \cdot 10^{l(B)+p} + B \cdot 10^p + \{A \cdot 10^{-p}\} \cdot 10^p.$$

Применяя полученные формулы, можно записать аналитические представления ряда других манипуляций с цифрами десятичных чисел. Больше информации по этой теме можно найти в статьях [1] и [2].



ЛИТЕРАТУРА

1. Золотухин, Ю.П. Припишем – вычеркнем, вставим – переставим: материалы для организации научно-исследовательской работы школьников / Ю.П. Золотухин // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2007. – № 3. – С. 61–64.
2. Золотухин, Ю.П. Исследовательские задачи на приписывание и вычеркивание цифр / Ю.П. Золотухин // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися: сб. материалов Респ. заоч. науч.-практ. конф., Брест, 15–16 апр. 2015 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С.Пушкина. – Брест: БрГУ, 2015. – С. 60 – 63.