

1506
ДОМАШНИЙ РЕПЕТИТОР



ЖАННА ЧЕРНЯК, АРКАДИЙ ЧЕРНЯК

МАТЕМАТИКА

Решения
наиболее трудных задач
из Сканави

АЙРИС  ПРЕСС

РОЛЬФ
МОСКВА
2000



80

УДК 510(076)

ББК 22.1я721

Ч-49

Серия «Домашний репетитор»[®] основана в 1996 году.

Все права защищены.

Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Черняк Ж. А., Черняк А. А.

Ч-49 Решения наиболее трудных задач из Сканави. – М.: Рольф, 2000. – 384 с., с илл. – (Домашний репетитор).

ISBN 5-7836-0112-8

Книга содержит решения всех задач группы В, приведенных в главах 3–13 «Сборника задач для поступающих во вузы» под редакцией М. Е. Сканави. Приведены справочные материалы, содержащие как традиционные формулы и свойства, так и основные равносильные преобразования, составляющие ядро методики решения уравнений и неравенств любого типа. Некоторые главы снабжены методическими указаниями, в которых обобщены методы решения задач.

Пособие рекомендуется абитуриентам и школьникам, будет также полезно преподавателям элементарной математики.

ISBN 5-7836-0112-8

© Рольф, 1999.

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Сборник задач по математике для поступающих во втузы» под редакцией М. И. Сканави с момента своего первого выхода в свет в 1960-е гг. выдержал более 10 переизданий (исправленных и дополненных). Решая задачи из этого Сборника, совершенствовались своя техника и развивали математическую культуру несколько поколений абитуриентов. Сборник снискал заслуженный успех, благодаря огромному (более 5000) количеству задач и их разнообразию, разделению задач на группы сложности (А, Б, В), профессионализму авторов-составителей (преподавателей ведущих московских вузов).

Популярность Сборника инициировала в 1995–97 гг. в странах СНГ ряд изданий, содержащих решения приведенных в нем задач. Это и понятно: с позиции абитуриента, обучающегося умению решать конкурсные задачи, любой, даже самый совершенный сборник задач только с ответами, проигрывает в сравнении со сборником, содержащим эти задачи с решениями. Однако глобальность замысла — привести решения всех задач Сборника — сказалась на качестве решебников: многие задачи решены в них схематично, зачастую требуют дополнительных громоздких выкладок. К тому же по количеству томов (которые продолжают выходить и по сей день) эти «многосерийные» решебники могут соперничать с энциклопедиями.

Более рациональным путем пошли авторы настоящего пособия, выпустившие в 1995 г. компактное издание в двух частях, содержащее решения задач только самой сложной группы (В). Задачи именно этой группы вызывают наибольшие трудности у учащихся и особый интерес у учителей и репетиторов.

Данное издание книги содержит решения всех задач группы В, приведенных в главах 3–13 Сборника: «Тождественные преобразования тригонометрических выражений», «Прогрессии», «Комбинаторика и бином Ньютона», «Алгебраиче-

ские уравнения», «Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения», «Неравенства», «Задачи по планиметрии», «Задачи по стереометрии», «Задачи по геометрии с применением тригонометрии», «Применение уравнений к решению задач». Названия глав и нумерация задач в них соответствуют Сборнику под редакцией М. И. Сканави, изданному в 1990 г. «Вышэйшай школай», Минск.

Решения всех алгебраических задач в данной книге выполнены на основе единой методики равносильных преобразований без обременительных манипуляций с ОДЗ. Приведены также справочные материалы, содержащие как традиционные формулы и свойства, так и основные равносильные преобразования, составляющие ядро одноименной методики решения уравнений и неравенств любого типа. Некоторые главы снабжены методическими указаниями, в которых обобщены методы решения задач. Решения геометрических задач отличаются краткостью без ущерба строгости математического изложения (кстати, геометрические задачи группы В не были полностью представлены ни в одном из упомянутых выше решебников).

Настоящее пособие рекомендуется всем тем, кто изучает, преподает и просто интересуется элементарной математикой. Книга также поможет абитуриенту подготовиться к вступительному экзамену, учитывая, что разбор решений серьезных задач, выполненных в рамках единой методики, — важнейший элемент самостоятельной подготовки.

Авторы благодарны Черноруцкому В. В., Федину С. Н. (г. Москва) и Гридасову В. И. (г. Воронеж) за ценные замечания по улучшению некоторых решений.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
АЛГЕБРА	
Справочные материалы	7
Тождественные преобразования тригонометрических выражений	14
Прогрессии	45
Комбинаторика и бином Ньютона	54
Алгебраические уравнения	61
Логарифмы. Показательные и логарифмические уравнения	109
Тригонометрические уравнения	127
Неравенства	179
ГЕОМЕТРИЯ	
Справочные материалы	217
Задачи по планиметрии	221
Задачи по стереометрии	253
Задачи по геометрии с применением тригонометрии ...	281
ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	
Применение уравнений к решению задач	335