

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»

П. И. Кибалко, В. А. Шилинец

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И  
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ–ЗАОЧНИКОВ**

Методические рекомендации

Минск 2007

**УДК 51**  
**ББК 22.1**  
М545

Печатается по решению редакционно-издательского совета БГПУ,  
рекомендовано секцией физико-математических и технических наук  
(протокол № от )

*Рецензенты:*

кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой математики  
МГВРК Л. И. Майсеня;  
доктор педагогических наук, заведующий кафедрой  
алгебры и геометрии В. В. Шлыков

**Кибалко П. И., Шилинец В. А.**

М545 Методические указания и контрольные задания по математике для студентов–  
заочников/ П. И. Кибалко, В. А. Шилинец.— Мн.: БГПУ, 2007. — 29 с.  
ISBN

Издание содержит учебную программу, варианты контрольных заданий и  
образцы решения типовых задач по математике.

Адресуется студентам–заочникам факультета психологии БГПУ.

**УДК 51**  
**ББК 22.1**

ISBN

© Кибалко П. И., Шилинец В. А., 2007  
© БГПУ, 2007

## **Требования к выполнению и оформлению контрольной работы**

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради школьного формата. Следует пронумеровать страницы и оставить на них поля не менее 3 см для замечаний преподавателя.

2. На обложке тетради следует разборчиво написать свою фамилию, инициалы и адрес, номер группы, название дисциплины, номер варианта контрольной работы и дату отправления работы в университет.

3. Работа должна быть выполнена чернилами одного цвета, аккуратно и разборчиво.

4. Каждую задачу надо начинать с новой страницы. Решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в задании, номера задач следует указывать перед условием. Условия задач обязательно переписываются полностью в тетрадь. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, переписывая условие, следует заменить общие данные конкретными.

5. При оформлении записей в тетради необходимо придерживаться общих требований к культуре их ведения. Перечислим важнейшие из них:

а) студенты должны соблюдать абзацы, всякую новую мысль следует начинать с красной строки;

б) важные формулы, равенства, определения лучше выделять в отдельные строки, чтобы сделать их более обзримыми;

в) при описании решения задачи краткая запись условия отделяется от решения и в конце решения ставится ответ;

г) необходимо правильно употреблять математические символы.

6. Решения задач должны сопровождаться краткими, но достаточно обоснованными пояснениями, используемые формулы нужно выписывать.

7. Чертежи следует выполнять карандашом с использованием чертежных инструментов, соблюдая масштаб.

8. В конце работы следует указать литературу, которой вы пользовались, проставить дату выполнения работы и подпись.

9. Если в работе допущены недочеты и ошибки, то студент должен выполнить все указания преподавателя, сделанные в рецензии, в этой же тетради.

Если работа не зачтена, то после выполнения указаний рецензента, следует прислать ее на повторную проверку.

10. Контрольная работа должна быть выполнена в срок в соответствии с учебным планом (графиком). В период сессии работа на проверку не принимается.

11. Работа, выполненная не по своему варианту, не учитывается и возвращается студенту без оценки.

12. Студенты, не имеющие зачетов по контрольной работе, к зачету по изучаемой дисциплине не допускаются.

## **Программа курса «Математика»**

### ***Множество действительных чисел***

Первоначальные сведения о множествах. Соответствия между множествами. Множество действительных чисел. Взаимно однозначное соответствие между множеством действительных чисел и множеством точек прямой. Модуль действительного числа. Числовые промежутки. Верхняя и нижняя грани числового множества.

### ***Элементы аналитической геометрии***

Декартова прямоугольная система координат. Полярные координаты. Прямая линия. Кривые второго порядка.

### ***Функции, пределы, непрерывность***

Определение и способы задания функции. Обзор элементарных функций. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах. Непрерывность функции. Непрерывные и разрывные функции в биологии.

### ***Дифференциальное исчисление функции одной переменной***

Понятие производной и ее геометрический смысл. Правила дифференцирования и производные элементарных функций. Дифференциал функции. Свойства дифференцируемых функций. Возрастание и убывание функции. Максимумы и минимумы. Построение графиков функций.

### ***Интегральное исчисление функции одной переменной***

Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование дробно-рациональных функций и некоторых тригонометрических выражений.

Понятие определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Геометрическое приложение определенного интеграла. Биологические приложения определенного интеграла.

### ***Линейная алгебра***

Определители. Определение и свойства. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений. Прямоугольные матрицы и их свойства. Квадратные матрицы. Приложение матриц. Матрицы в биологических исследованиях.

### ***Элементы теории вероятностей и математической статистики***

Основные понятия. Определение вероятности. Свойства вероятностей. Случайные величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Некоторые законы распределения

случайных величин. Генеральная совокупность и выборка. Оценки параметров генеральной совокупности по ее выборке. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Проверка статистических гипотез. Линейная корреляция.

## Контрольная работа

### Задание 1

В задачах каждого варианта даны координаты вершин треугольника  $ABC$ .

Требуется найти: 1) длину стороны  $AB$ ; 2) уравнение стороны  $AB$  и её угловой коэффициент; 3) уравнение медианы, проведенной из вершины  $B$ ; 4) координаты точки пересечения медиан; 5) уравнение высоты, опущенной из вершины  $C$  на сторону  $AB$ ; 6) расстояние от вершины  $C$  до стороны  $AB$ ; 7) уравнение окружности, для которой  $AB$  есть диаметр.

В-1. $A(-7;-1),$	$B(1;-7),$	$C(6;5).$	В-2. $A(2;2),$	$B(-1;6),$	$C(5;-2).$
В-3. $A(3;-1),$	$B(11;-7),$	$C(16;5).$	В-4. $A(4;1),$	$B(-1;13),$	$C(5;5).$
В-5. $A(-7;-4),$	$B(1;-10),$	$C(6;2).$	В-6. $A(3;-7),$	$B(0;-3),$	$C(-3;0).$
В-7. $A(8;-2),$	$B(0;-4),$	$C(5;8).$	В-8. $A(-4;-4),$	$B(2;4),$	$C(5;0).$
В-9. $A(-11;-7),$	$B(-3;-13),$	$C(2;-1).$	В-10. $A(3;-2),$	$B(-3;6),$	$C(0;2).$
В-11. $A(1;-4),$	$B(9;-10),$	$C(14;2).$	В-12. $A(-6;-1),$	$B(-1;11),$	$C(5;3).$
В-13. $A(-1;-1),$	$B(7;-7),$	$C(12;5).$	В-14. $A(5;3),$	$B(2;-1),$	$C(-4;7).$
В-15. $A(-6;-6),$	$B(2;-12),$	$C(7;0).$	В-16. $A(10;1),$	$B(-2;-8),$	$C(4;0).$
В-17. $A(-5;-2),$	$B(3;-8),$	$C(8;4).$	В-18. $A(-6;-6),$	$B(-1;6),$	$C(2;2).$
В-19. $A(-9;-5),$	$B(-1;-11),$	$C(4;1).$	В-20. $A(-7;6),$	$B(-4;2),$	$C(2;10).$
В-21. $A(-6;-4),$	$B(-10;-1),$	$C(6;1).$	В-22. $A(-2;6),$	$B(1;4),$	$C(-5;-4).$
В-23. $A(1;-2),$	$B(7;6),$	$C(-11;3).$	В-24. $A(4;4),$	$B(-8;-5),$	$C(-3;-4).$
В-25. $A(8;2),$	$B(14;10),$	$C(-4;-7).$	В-26. $A(-3;-7),$	$B(2;5),$	$C(8;-3).$
В-27. $A(12;0),$	$B(18;8),$	$C(0;5).$	В-28. $A(-4;5),$	$B(8;-4),$	$C(3;8).$
В-29. $A(2;-1),$	$B(8;7),$	$C(-10;4).$	В-30. $A(-8;-5),$	$B(-5;1),$	$C(1;-7).$
В-31. $A(14;-6),$	$B(20;2),$	$C(2;-1).$	В-32. $A(-8;2),$	$B(4;-7),$	$C(-1;5).$
В-33. $A(3;4),$	$B(-1;7),$	$C(15;9).$	В-34. $A(3;8),$	$B(0;4),$	$C(6;-4).$
В-35. $A(5;-3),$	$B(1;0),$	$C(17;2).$	В-36. $A(2;-5),$	$B(-1;-1),$	$C(5;7).$
В-37. $A(2;-4),$	$B(-2;-1),$	$C(14;1).$	В-38. $A(5;-2),$	$B(2;2),$	$C(-4;-6).$
В-39. $A(-2;-6),$	$B(-6;-3),$	$C(10;-1).$	В-40. $A(-9;-5),$	$B(-1;-11),$	$C(4;1).$

**Задание 2**

Найти область определения функции.

B-1. $f(x) = \sqrt{x+3} - \arcsin \frac{x+2}{3}$ .	B-2. $f(x) = \lg(2x-6) + \arccos \frac{2x}{1+x^2}$ .
B-3. $f(x) = 2^{\sqrt{x^2-3x-10}} + \ln(x+1)$ .	B-4. $f(x) = \arccos(\lg x) + \frac{1}{x-3}$ .
B-5. $f(x) = \ln \frac{x}{x+4} - \arccos \frac{6+x}{3}$ .	B-6. $f(x) = \arccos \frac{x-2}{4} - \log_{2x-5} 3$ .
B-7. $f(x) = \ln(\sin x) + \sqrt{\pi^2 - x^2}$ .	B-8. $f(x) = \ln(8-x) + \arcsin 10^x$ .
B-9. $f(x) = \sqrt{6x-x^2-5} - \arccos \frac{x}{2}$ .	B-10. $f(x) = \frac{x}{\ln(1-4x)} + \sqrt{x+3}$ .
B-11. $f(x) = \sin(\ln x) - \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$ .	B-12. $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{2-x} + \ln(16-x^2)$ .
B-13. $f(x) = \operatorname{arctg}(\ln(16-x^2)) + \frac{x}{x^2-4}$ .	B-14. $f(x) = \arcsin 3^x - \ln(8-x^2-2x)$ .
B-15. $f(x) = \sqrt{4\pi^2 - x^2} - \ln(\cos x)$ .	B-16. $f(x) = \log_{x-3} 7 - \sqrt{x^2 - 8x + 12}$ .
B-17. $f(x) = \sqrt{1-5^x} + \arcsin \frac{x-1}{4}$ .	B-18. $f(x) = \ln(\operatorname{tg} x) + \arcsin x$ .
B-19. $f(x) = \ln(4x-x^2) - \sqrt{\sin 0,5x}$ .	B-20. $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{2-x} + \ln(16-x^2)$ .
B-21. $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{4-x} + \ln(25-x^2)$ .	B-22. $f(x) = 2^{\sqrt{x^2-4}} - \arcsin \frac{x}{5}$ .
B-23. $f(x) = \ln(1-4^x) + 5 \arccos \frac{x+1}{4}$ .	B-24. $f(x) = \sqrt{\sin 0,5x} + \ln(4\pi^2 - x^2)$ .
B-25. $f(x) = 3^{\sqrt{x^2-9}} - \ln(2-2^x)$ .	B-26. $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x-5} + \ln(8x-x^2)$ .
B-27. $f(x) = 5^{\sqrt{\sin x}} + \log_2(9\pi^2 - x^2)$ .	B-28. $f(x) = \arccos(\log_2 x) - \sqrt{1-x^2}$ .
B-29. $f(x) = \ln(x^2+6x) + \sqrt{49-x^2}$ .	B-30. $f(x) = \log_2 \sqrt{\cos x} + \arcsin x$ .
B-31. $f(x) = \arcsin \frac{x^2}{16} + \ln(2-x)$ .	B-32. $f(x) = \arccos \frac{x^2}{9} + 2^{\sqrt{\ln x}}$ .
B-33. $f(x) = \log_2(x^2-3x-10) + \sqrt{36-x^2}$ .	B-34. $f(x) = \frac{x}{\ln(2+x)} - \sqrt{25-x^2}$ .
B-35. $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2}} + \arcsin \frac{x}{5}$ .	B-36. $f(x) = \log_2(1-3^x) + \arccos(2+x)$ .
B-37. $f(x) = \sqrt{2^x - 5^x} - \ln(4-x^2)$ .	B-38. $f(x) = \ln(5^x - 8^x) + \arcsin \frac{x^2}{4}$ .
B-39. $f(x) = \ln(12+x-x^2) + \arcsin \frac{x}{3}$ .	B-40. $f(x) = 2^{\sqrt{\frac{x+3}{2-x}}} - \log_2(4-3x-x^2)$ .

**Задание 3**

Вычислить указанные пределы.

- B-1.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x}$  .
- B-2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 5x - 5x^3}{x - 4}$  .
- B-3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{x} \right)^{5+x}$  .
- B-4.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+1} \right)^{x+2}$  .
- B-5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + x^2 - 1}{7x^4 + 3x^3 + x + 1}$  .
- B-6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{7x^2}$  .
- B-7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 + 4x - 5}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x} \right)^{x+1}$  .
- B-8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4}{x^2 + 5x^3}$  .
- B-9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x^3}{x^2 - 2x^3}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{4}{x} \right)^{3x-5}$  .
- B-10.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+4} \right)^{x+1}$  .
- B-11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sin x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} \right)^{3x^2}$  .
- B-12.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^3 + 5x^5}{4x^5 - x^2 + x}$  .
- B-13.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 9}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x+4} \right)^{2x-5}$  .
- B-14.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + 1}{3x^2 + 2} \right)^{x^2+5}$  .
- B-15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 3x + 1}{x + 5x^2 - 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 3x}$  .
- B-16.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+4} \right)^{3x-2}$  .
- B-17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + x^3 + 2x}{5x^4 + x + 5}$  ;
- B-18.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8+x} - 3}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 + 1}{5x^2 - 1} \right)^{x^2}$  .
- B-19.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$  .

- B-20.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{2+x} \right)^x$ ;
- B-21.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ ;
- B-22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x}{x^4 + x^2 + 2x}$ ;
- B-23.  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$ ;
- B-24.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$ ;
- B-25.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1+x)}{x}$ ;
- B-26.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ ;
- B-27.  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{x+8}$ ;
- B-28.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ ;
- B-29.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 2x + 1}$ ;
- B-30.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$ ;
- B-31.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$ ;
- B-32.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{x}}$ ;
- B-33.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{2x - 16}$ ;
- B-34.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{1+x}}{x^2 - 9}$ ;
- B-35.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1+x)}{\sqrt[3]{x}}$ ;
- B-36.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$ ;
- B-37.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 6x^4 + 3x^2 + 1}{6x^3 - 3x^5 + x - 1}$ ;
- B-38.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{2x - 2}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{x-8}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{3x-1}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 3x}$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x - 1}{4x^3 + 2x^2 + x}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+3}{5x+1} \right)^{2+x}$ .
- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 4x}{x} \right)^{2/(x+2)}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} \right)^{2x^2}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 + 3}{3x^3 + 1} \right)^{2x^3+1}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{x+5}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos 2x}$ .
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 3x - 1}{2x^2 + 5x + 3}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 1} (8 - 7x)^{\frac{2x}{x-1}}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 2} (7 - 3x)^{\frac{x}{x-2}}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{x-1}}$ .



$$\text{B-39. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x^2}{1 - \cos 4x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (7 - 2x)^{\frac{1}{2x-6}}.$$

$$\text{B-40. } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 6x + 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 2x}.$$

#### Задание 4

Найти производную функции.

B-1. $y = \frac{x}{5} \operatorname{tg}^5 x + \frac{e^{3x}}{\log_4(3-5x)}.$	B-2. $y = \frac{\ln^2 x}{x} - 4^{1-3x} \operatorname{tg} 5x.$
B-3. $y = \frac{2^{1-3x}}{\cos(5x-2)} + x \ln^4 x.$	B-4. $y = x^2 e^{5x} - \frac{\ln(2x-3)}{\sin^2 x}.$
B-5. $y = x \cos^3 x + \frac{\ln(1+e^x)}{3^{1-2x}}.$	B-6. $y = x \cos^3 x - \frac{5^{1-3x}}{\ln(6x-5)}.$
B-7. $y = x^2 \ln(4x-1) - \frac{1+2^x}{\cos^4 x}.$	B-8. $y = x^3 \ln(2-3x) + \frac{\cos^2 x}{4^{3x}}.$
B-9. $y = x^4 2^{1+3x} + \frac{\sin^2 x}{\ln(7x+3)}.$	B-10. $y = \frac{\cos(2x-1)}{x} - 2^x \ln^5 x.$
B-11. $y = \frac{x^4-1}{\cos^2 x} - e^{5x} \ln^3 x.$	B-12. $y = x\sqrt{\sin x} + \frac{\ln^2 x}{e^{3x}}.$
B-13. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{x} + e^{5x-1} \ln(1-3x).$	B-14. $y = 3x^4 \sqrt{\ln x} - \frac{\sin(2-3x)}{e^{5x}}.$
B-15. $y = 2^x \ln(3x-5) - \frac{\sin^5 x}{\sqrt{x}}.$	B-16. $y = \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sqrt{3x-2}} + e^{5x-2} \ln(1+x^2).$
B-17. $y = e^{5x} \sqrt{3x-1} + \frac{\ln^4 x}{\cos(1-7x)}.$	B-18. $y = 2^{3x} \cos(2+5x) - \frac{\ln^5 x}{\sqrt{3+2x}}.$
B-19. $y = \frac{2^{\sin x}}{\ln(1+4x)} - \sqrt{3-2x} \operatorname{tg}^3 x.$	B-20. $y = \frac{\ln^3 x}{\cos(3x+2)} + \sqrt[3]{\operatorname{tg} x} 2^{5x}.$
B-21. $y = 3^{5x-2} \cos 4x - \frac{\sqrt{4+3x}}{\ln^3 x}.$	B-22. $y = 2^{\cos x} \sqrt{5-3x} + \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\ln(1-3x)}.$
B-23. $y = \frac{\sin \ln x}{\sqrt{2x+1}} + 3^x \operatorname{tg}^5 x.$	B-24. $y = \frac{\ln \sin x}{x} - \sqrt[3]{2x-1} e^{5x}.$
B-25. $y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} \log_3(2x+6) - \frac{e^{3x}}{\sqrt[3]{x}}.$	B-26. $y = 5\sqrt[3]{\ln x} \sin(1-2x) + \frac{e^{3x-2}}{x}.$
B-27. $y = \sqrt[3]{\cos x} e^{2-3x} - \frac{\ln^5 x}{x^2}.$	B-28. $y = \frac{2^{5x+4}}{x} - \ln^4 x \operatorname{ctg}(1-7x).$

B-29. $y = \frac{\sin(5-3x)}{x} + e^{1-2x} \ln_3^4 x.$	B-30. $y = \frac{x}{\ln(2+5x)} + 5^{2x-1} \sin^5 x.$
B-31. $y = \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sqrt{x}} + 6^{2-7x} \ln(2-5x).$	B-32. $y = \frac{\log_2(1-8x)}{\sin 2x} + e^{3x} \sqrt{1+6x}.$
B-33. $y = \frac{\ln^5 x}{\cos(1-3x)} - 3^{2+x^2} \sqrt{(2-7x)}.$	B-34. $y = 5^{2x+4} \cos^3 x - \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}.$
B-35. $y = \sqrt{1-3x} \operatorname{tg}^4 x + \frac{2^{3-4x}}{\ln(1-5x)}.$	B-36. $y = \frac{\ln^2 x}{\sqrt{3x-1}} + e^{1-5x} \cos 3x.$
B-37. $y = \frac{2^{1-3x}}{\sin(2x+5)} - \sqrt{7x+2} \ln^4 x.$	B-38. $y = \sqrt[3]{1-4x} \ln^5 x + \frac{2^{3x-2}}{\cos(1-6x)}.$
B-39. $y = e^{7x} \operatorname{ctg}^3 x + \frac{\log_2(3x-6)}{\sqrt{x}}.$	B-40. $y = \frac{\sin^2 x}{2^{5x}} - \sqrt{2x-3} \ln(1-5x).$

### Задание 5

B-1. Докажите, что из всех прямоугольников, имеющих периметр 32 см, наибольшую площадь имеет квадрат.

B-2. Какой из цилиндров с объёмом  $128\pi$  см<sup>3</sup> имеет наименьшую полную поверхность?

B-3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 8 см. Найдите длину каждого катета, при которых площадь треугольника будет наибольшей.

B-4. Требуется изготовить ящик с крышкой, объём которого равен 288 см<sup>3</sup>, а стороны основания относятся как 1:3. Каковы должны быть размеры ящика, чтобы его полная поверхность была наименьшей?

B-5. Какие размеры должен иметь цилиндр, площадь полной поверхности которого  $96\pi$  см<sup>2</sup>, чтобы его объём был наибольшим?

B-6. Каковы должны быть размеры цилиндрического сосуда ёмкостью 8л литров, открытого сверху, чтобы на его изготовление потребовалось наименьшее количество материала?

B-7. Докажите, что из всех прямоугольников площадью 400 см<sup>2</sup> квадрат имеет наименьший периметр.

B-8. Открытый кузов грузового автомобиля имеет вид прямоугольного параллелепипеда с площадью поверхности  $2S$ . Каковы должны быть длина и ширина кузова, чтобы его объём был наибольшим, если известно, что отношение длины кузова к ширине равняется 5:2?

B-9. Консервная банка должна иметь форму цилиндра, ёмкостью 1 дм<sup>3</sup>. Рассчитайте, каким должен быть радиус её оснований, чтобы площадь жёстяного листа, израсходованного на изготовление банки, была наименьшей.

B-10. Образующая конического сосуда равна 25 см. Какой должна быть его высота, чтобы вместимость сосуда была наибольшей?

В-11. Определить наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 20 см.

В-12. Боковые стороны и меньшее основание трапеции равны по 10 см. Определит её большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

В-13. Найти размеры прямоугольника наибольшей площади, вырезанной из фигуры ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$ .

В-14. Площадь, занимаемая печатным текстом, составляет на странице книги 432 см<sup>2</sup>. Ширина полей сверху и внизу страницы составляет по 2 см, а ширина полей боковых полей по 1,5 см. Каковы должны быть размеры страницы, чтобы количество израсходованной на неё бумаги было наименьшим?

В-15. Каковы должны быть ширина и высота прямоугольной балки, выпиленной из круглого бревна радиуса R, чтобы количество отходов было наименьшим?

В-16. Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью 72 м<sup>2</sup>, одна сторона которого примыкает к стене дома. Каковы должны быть размеры участка, чтобы длина забора была наименьшей?

В-17. Из квадратного листа жести со стороной 100 см, отрезая по углам равные квадраты и загибая края, составляют открытую прямоугольную коробку. Чему должна быть сторона выбрасываемых квадратов, чтобы получилась коробка наибольшей вместимости?

В-18. Требуется огородить забором прямоугольный участок земли, одна сторона которого примыкает к стене дома. Каковы должны быть размеры участка наибольшей площади, если длина забора 200 м?

В-19. Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объёмом 32 м<sup>3</sup> так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

В-20. Из круглого бревна данного диаметра 50 см требуется вырезать балку прямоугольного сечения так, чтобы она находясь в горизонтальном положении, оказала наибольшее сопротивление на изгиб(известно, что сопротивление изгибу прямо пропорционально произведению ширины сечения на квадрат высоты сечения).

В-21. От канала шириной  $a$  м под прямым углом к нему отходит канал шириной  $b$  м. Найти наибольшую длину бревна, которое можно сплавлять по этим каналам из одного в другой.

В-22. Найти положительное число, которое будучи сложено со своим квадратом, даёт наименьшую сумму.

В-22. Найти положительное число, которое будучи сложено с обратным ему числом, даёт наименьшую сумму.

В-23. Число 12 разбить на две части так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

В-24. Из всех прямоугольников площадью  $100 \text{ м}^2$  выбрать тот, у которого периметр минимальный.

В-25. Из всех прямоугольников с диагоналями  $4 \text{ см}$  выбрать тот, у которого наибольшая площадь.

В-26. Из всех равнобедренных треугольников с периметром  $198 \text{ см}$  найти треугольник с наибольшей площадью.

В-27. Сумма длин высоты и диаметра основания конуса равна  $6$ . При какой длине радиуса основания объём конуса будет наибольшим?

В-28. Дом в форме прямоугольного параллелепипеда имеет квадратный пол. Через потолок теряется в три раза больше теплоты, чем через стены (на квадратный метр); через пол теплота не теряется. При каких размерах этот дом будет терять минимум теплоты, если его объём  $1500 \text{ м}^3$ ?

В-28. Спортплощадку площадью  $9000 \text{ м}^2$ , имеющую форму прямоугольника, необходимо огородить с севера и юга деревянным забором. с востока и запада – проволочным. Установка одного метра деревянного забора обходится  $5$  рублей, проволочного – в два рубля. При каких размерах площадки оплата за установку забора будет наименьшей?

В-29. Проволоку, имеющую длину  $a$ , предполагают разрезать на две части, из которых одну требуется согнуть в окружность, а другую – в квадрат. При какой длине каждой из частей сумма площадей круга и квадрата окажется наибольшей?

В-30. Окно имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом. Периметр равен  $P$ . Каковы должны быть размеры окна, чтобы оно пропускало наибольшее количество света?

В-31. Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью в  $294 \text{ м}^2$  и разделить затем этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина забора окажется наименьшей?

В-32. При подготовке к экзамену студент за  $x$  дней изучает  $\frac{x}{x+1}$  – ю часть курса и забывает  $0,04x$  – ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

В-33. На координатной плоскости дана точка  $M(2;3)$ . Найти уравнение прямой, проходящей через точку  $M$  так, чтобы треугольник, образованный ею с положительными полуосями координат, имел наименьшую площадь.

В-34. Найти такое положительное число, чтобы разность между ним и его кубом была наибольшей.

В-35. Даны точки  $A(0;3)$  и  $B(4;5)$ . На оси  $Ox$  найти такую точку  $M$ , чтобы длина ломаной  $AMB$  была наименьшей.

В-36. Диагональ осевого сечения прямого кругового цилиндра равна  $12 \text{ см}$ . Найти наибольший возможный объём этого цилиндра.

В-37. Из всех прямоугольных треугольников с гипотенузой, равной 20 см найти треугольник наибольшего периметра.

В-38. Известно, что сумма длин гипотенузы и одного из катетов равна 33 см. При какой длине гипотенузы площадь треугольника будет наибольшей?

В-39. Завод  $D$  нужно соединить шоссейной дорогой с прямолинейной железной дорогой, на которой расположен город  $A$ . Расстояние  $DB$  до железной дороги равно 20 км, расстояние  $AB$  по железной дороге равно 100 км. Стоимость перевозки по шоссе в  $\sqrt{5}$  раз дороже стоимости перевозок по железной дороге. Как провести шоссе  $DP$  к железной дороге, чтобы стоимость перевозок от завода к городу была наименьшей?

В-40. Требуется построить открытый цилиндрический резервуар вместимостью  $100\pi$  м<sup>3</sup>. Толщина стенок и дна резервуара 0,5 м. Каковы должны быть внутренние размеры резервуара (радиус основания и высота), чтобы расход материала был наименьшим?

### Задание 6

Найти неопределенные интегралы

В-1.  $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$ .

В-2.  $\int \frac{x^2 + \ln^2 x}{x} dx$ .

В-3.  $\int \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$ .

В-4.  $\int \frac{4 \arctg x - x}{1 + x^2} dx$ .

В-5.  $\int \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$ .

В-6.  $\int \frac{\arctg x + x}{1 + x^2} dx$ .

В-7.  $\int x e^{x^2} dx$ .

В-8.  $\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ .

В-9.  $\int \frac{x^2}{5 - 2x^3} dx$ .

В-10.  $\int \frac{\cos x}{(3 \sin x + 1)^3} dx$ .

В-11.  $\int \frac{\sin t}{(2 \cos t + 3)} dt$

В-12.  $\int x 3^{2+x^2} dx$ .

В-13.  $\int \sqrt[3]{(3x-1)^2} dx$ .

В-14.  $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$ .

В-15.  $\int \frac{\cos x}{4 + 3 \sin x} dx$ .

В-16.  $\int x^2 5^{x^3} dx$ .

В-17.  $\int \operatorname{tg} x dx$ .

В-18.  $\int \sqrt{x^4 + 16} \cdot x^3 dx$ .

В-19.  $\int \frac{x}{(x^2 + 5)^5} dx$ .

В-20.  $\int \operatorname{tg} x \cdot \ln \cos x dx$ .

В-21.  $\int (3 - 2 \sin x)^3 \cos x dx$ .

В-22.  $\int \sqrt{x-1} dx$ .

В-23.  $\int \sqrt{4 + 5 \sin x} \cos x dx$ .

В-24.  $\int x(x^2 + 1)^4 dx$ .

$$\text{B-25. } \int \sqrt{\sin x} \cos x \, dx .$$

$$\text{B-27. } \int \frac{x^2}{\sqrt{9+2x^3}} \, dx .$$

$$\text{B-29. } \int e^{3x+5} \, dx .$$

$$\text{B-31. } \int \frac{e^x}{x^2} \, dx .$$

$$\text{B-33. } \int \frac{\ln^5 x}{x} \, dx .$$

$$\text{B-35. } \int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx .$$

$$\text{B-37. } \int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} \, dx .$$

$$\text{B-39. } \int e^{x^5} \cdot x^4 \, dx .$$

$$\text{B-26. } \int \frac{x}{\sin^2 x^2} \, dx .$$

$$\text{B-28. } \int \sin\left(\frac{1}{x}\right) \frac{dx}{x^2} .$$

$$\text{B-30. } \int (5+6x)^{17} \, dx .$$

$$\text{B-32. } \int e^x \sqrt{e^x + 5} \, dx .$$

$$\text{B-34. } \int \frac{dx}{(\arcsin x)\sqrt{1-x^2}} .$$

$$\text{B-36. } \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx .$$

$$\text{B-38. } \int \sqrt[3]{(4-5x)^2} \, dx .$$

$$\text{B-40. } \int \sqrt[5]{(6x+5)^4} \, dx .$$

### Задание 7

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\text{B-1. } y = 8x - x^2 - 7, y = 0 .$$

$$\text{B-3. } y = x^2 + 2, y = 2x + 2 .$$

$$\text{B-5. } y = \frac{1}{x}, x = 2, x = 3, y = 0 .$$

$$\text{B-7. } y = x^3, y = x^2, x = -1, x = 0 .$$

$$\text{B-9. } y^2 - 3x = 0, x - 3 = 0 .$$

$$\text{B-11. } y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x .$$

$$\text{B-13. } y = (x+1)^2, y^2 = x+1 .$$

$$\text{B-15. } x = 4 - (y-1)^2, x = y^2 - 4y + 3 .$$

$$\text{B-17. } x = \sqrt{4-y^2}, x = 0, y = 0, y = 1 .$$

$$\text{B-19. } y = \sqrt{4-x^2}, y = 0, x = 0, x = 1 .$$

$$\text{B-21. } y = \frac{x^2}{2} - x + 2, y = x, x = 0 .$$

$$\text{B-23. } y = e^x, y = 0, x = 2, x = 0 .$$

$$\text{B-25. } y = \frac{5}{x}, y = 6 - x .$$

$$\text{B-27. } xy = 2, x + 2y - 5 = 0 .$$

$$\text{B-29. } y = x^2, y = \sqrt[3]{x} .$$

$$\text{B-31. } y = x^2, y = 2\sqrt{2x} .$$

$$\text{B-33. } y = 0, y = -x + 2, y = \sqrt{x} .$$

$$\text{B-2. } y = 6x - 3x^2, y = 0 .$$

$$\text{B-4. } y = x^2 - 4x - 5, y = 0 .$$

$$\text{B-6. } y = x^3, y = 0, x = 0, x = 2 .$$

$$\text{B-8. } y^2 = 4x, x^2 = 4y .$$

$$\text{B-10. } y = x^2, y = x + 2 .$$

$$\text{B-12. } y = 2x - x^2 + 3, y = x^2 - 4x + 3 .$$

$$\text{B-14. } x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y .$$

$$\text{B-16. } y = (x-1)^2, y^2 = x-1 .$$

$$\text{B-18. } y = \arccos x, y = 0, x = 0 .$$

$$\text{B-20. } y = 1 + x^2, y = 2 .$$

$$\text{B-22. } y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4, y = 10 - x .$$

$$\text{B-24. } y = x^3, y = \sqrt{x} .$$

$$\text{B-26. } y = 0, y = -x + 2, y = \sqrt{x} .$$

$$\text{B-28. } y = \frac{9}{x}, y = x, x = 9, y = 0 .$$

$$\text{B-30. } xy = 3, x + y = 4 .$$

$$\text{B-32. } y = x^4 - 2x^2 + 5, y = 1, x = 0, x = 1 .$$

$$\text{B-34. } y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = \frac{1}{2}, x = 2,5 .$$

В-35.  $y = \frac{5}{x}$ ,  $y = 6 - x$ .

В-36.  $y = \frac{4}{x^2}$ ,  $x = 1$ ,  $y = x - 1$ .

В-37.  $y = \cos x$ ,  $y = 1 + \frac{2}{\pi}x$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$ .

В-38.  $y = \sin 6x$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$ ,  $y = 0$ .

В-39.  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{4 - 3x}$ ,  $y = 0$ .

В-40.  $y = -x^2$ ,  $y = 2e^x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

### Задание 8

В-1–10. Бросаются три игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях появятся числа очков, сумма которых делится на  $n$ .

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n$	4	5	3	8	9	6	7	5	4	3

В-11–20. Бросаются три игральные кости. Определить вероятность того, что на верхних гранях появятся числа очков, сумма которых не превосходит  $n$ .

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$n$	10	11	9	12	13	8	14	7	15	6

В-21–30. Бросаются три игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях появятся числа очков, сумма которых больше  $n$ .

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$n$	12	11	10	15	12	13	9	8	14	7

В-31–40. Бросаются три игральные кости. Найти вероятность того, что на верхних гранях появятся числа очков, произведение которых делится на  $n$ .

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$n$	5	4	3	8	9	6	5	4	3	8

### Задание 9

В-1–15. Ваша фамилия и имя записаны с помощью карточек. Карточки с буквами фамилии и имени смешивают и вынимают без возврата по одной.

Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке следования в вашей фамилии и имени.

В-16–28. Имеются изделия четырёх сортов, причем число изделий  $i$ -го сорта равно  $n_i$ ,  $i=1, 2, 3, 4$ . Для контроля наудачу берутся  $m$  изделий. Определить вероятность того, что среди них  $m_1$  первосортных,  $m_2$ ,  $m_3$  и  $m_4$  второго, третьего и четвертого сорта соответственно  $\left(\sum_{i=1}^4 m_i = m\right)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$n_1$	10	12	16	12	18	12	18	20	14	22	10	14	16
$n_2$	5	10	10	8	20	14	16	14	9	20	8	12	12
$n_3$	6	8	14	6	24	16	14	10	7	10	6	10	10
$n_4$	4	9	12	5	10	18	12	8	6	8	4	8	6
$m_1$	2	4	4	2	3	6	4	5	4	5	2	4	6
$m_2$	3	3	5	3	4	4	3	2	3	2	4	3	3
$m_3$	4	1	7	2	5	3	2	4	3	3	2	2	2
$m_4$	2	3	3	4	7	2	2	2	2	1	1	2	3

В-29–40. Среди  $n$  лотерейных билетов  $k$  выигрышных. Наудачу взяли  $m$  билетов. Определить вероятность того, что среди них  $l$  выигрышных.

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$n$	10	12	12	9	8	11	12	9	9	8	10	10
$l$	2	3	2	2	2	2	2	2	2	3	4	5
$m$	4	8	8	4	4	5	5	3	3	4	6	7
$k$	6	5	3	6	5	7	4	5	6	5	5	7

### Задание 10

В-1–40. Устройство состоит из трех независимых элементов, работающих в течение времени  $T$  безотказно соответственно с вероятностями  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ . Найти вероятность того, что за время  $T$  выйдет из строя:

- только один элемент;
- хотя бы один элемент.

Значения параметров вычислить по следующим формулам:

$$k = |14,9 - V| : 100,$$

$$p_1 = 1 - k, p_2 = 0,9 - k, p_3 = 0,85 - k, V \text{ — номер варианта.}$$



### Задание 11

В-1–8. Производятся четыре выстрела по мишени. Вероятность поражения мишени первым выстрелом равна  $p_1$ , вторым —  $p_2$ , третьим —  $p_3$ , четвертым —  $p_4$ . Случайная величина  $X$  (СВХ) — число поражений мишени. Найти закон распределения указанной дискретной СВХ и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера задач	1	2	3	4	5	6	7	8
$p_1$	0,3	0,4	0,2	0,6	0,4	0,2	0,2	0,35
$p_2$	0,6	0,6	0,5	0,8	0,7	0,4	0,6	0,45
$p_3$	0,5	0,7	0,7	0,8	0,9	0,5	0,7	0,8
$p_4$	0,8	0,9	0,8	0,7	0,9	0,8	0,75	0,9

В-9–16. Вероятность сдачи данного экзамена для каждого из  $n$  студентов равна  $p$ . Случайная величина  $X$  (СВХ) — число студентов, сдавших экзамен. Найти закон распределения указанной дискретной СВХ и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера задач	9	10	11	12	13	14	15	16
$n$	5	4	3	4	6	5	6	3
$p$	0,6	0,8	0,7	0,7	0,6	0,7	0,8	0,8

В-17–24. Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна  $p$ . Случайная величина  $X$  (СВХ) — число библиотек, которые он может посетить, если ему доступны  $n$  библиотек. Найти закон распределения указанной дискретной СВХ и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера задач	17	18	19	20	21	22	23	24
$n$	6	5	4	3	4	3	6	7
$p$	0,4	0,6	0,8	0,7	0,9	0,8	0,6	0,3

В-25–32. В партии, содержащей  $n$  изделий, имеется  $m$  изделий с дефектами. Наудачу отобрали  $k$  изделий для проверки их качества. Случайная величина  $X$  (СВХ) — число дефектных изделий, содержащихся в указанной выборке. Найти закон распределения указанной дискретной СВХ и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера задач	25	26	27	28	29	30	31	32
$n$	20	30	20	30	40	40	16	24
$m$	5	6	4	5	8	5	4	6
$k$	4	3	3	4	5	4	3	4

В-33–40. Вероятность успешной сдачи первого экзамена для данного студента равна  $p_1$ , второго экзамена —  $p_2$ , третьего экзамена —  $p_3$ . Случайная величина  $X$  (СВХ) — число сданных экзаменов. Найти закон распределения указанной дискретной СВХ и ее функцию распределения  $F(x)$ . Вычислить математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ . Построить график функции распределения  $F(x)$ .

Данные приведены в таблице.

Номера задач	33	34	35	36	37	38	39	40
$p_1$	0,5	0,4	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,6
$p_2$	0,6	0,6	0,7	0,6	0,8	0,8	0,8	0,9
$p_3$	0,8	0,7	0,9	0,6	0,9	0,9	0,9	0,9

### Задание 12.

В-1–10. При изучении некоторой дискретной случайной величины в результате 20 независимых наблюдений получена выборка.

Требуется: а) составить вариационный ряд; б) составить таблицу частот; в) построить полигон.

Данные выборки приведены в таблице.

Номер варианта	Данные выборки
1	10; 11; 12; 6; 6; 8; 9; 9; 7; 14; 13; 10; 11; 6; 7; 8; 11; 12; 13; 14
2	13; 14; 12; 13; 14; 14; 10; 11; 11; 6; 7; 8; 8; 9; 9; 10; 11; 11; 14; 13
3	6; 8; 8; 14; 7; 12; 12; 14; 8; 9; 10; 11; 9; 9; 9; 13; 9; 10; 11; 7

4	14; 13; 12; 6; 8; 8; 9; 8; 6; 10; 11; 11; 7; 8; 7; 7; 14; 14; 9; 10
5	9; 8; 9; 9; 7; 6; 6; 10; 11; 14; 14; 13; 10; 11; 14; 14; 12; 6; 7; 10
6	14; 13; 6; 7; 6; 6; 7; 8; 14; 13; 13; 10; 11; 12; 9; 9; 8; 6; 9; 10
7	10; 11; 6; 7; 8; 10; 6; 7; 8; 10; 11; 14; 13; 12; 9; 6; 10; 11; 13; 14
8	9; 8; 7; 9; 9; 6; 8; 8; 7; 8; 8; 6; 14; 12; 10; 11; 10; 11; 13; 14
9	14; 6; 14; 6; 7; 6; 8; 6; 13; 14; 6; 7; 9; 10; 11; 12; 14; 12; 7; 7
10	14; 6; 13; 7; 12; 6; 13; 7; 11; 10; 9; 7; 6; 8; 9; 8; 9; 10; 14; 11

В-11–20. Двадцатью абитуриентами на вступительных экзаменах получены определенные количества баллов.

Требуется: а) составить вариационный ряд; б) составить таблицу частот; в) построить полигон частот.

Данные выборки приведены в таблице.

Номер варианта	Количества баллов
11	15; 30; 12; 16; 30; 29; 18; 28; 18; 30; 15; 16; 25; 26; 25; 24; 26; 20; 20; 26
12	29; 25; 24; 16; 17; 15; 12; 16; 16; 18; 10; 28; 29; 25; 16; 17; 24; 17; 18; 17
13	24; 25; 30; 12; 15; 18; 19; 25; 24; 25; 20; 21; 16; 17; 18; 20; 21; 16; 19; 15
14	22; 20; 25; 30; 15; 22; 24; 22; 30; 15; 16; 17; 20; 20; 22; 25; 15; 16; 22; 20
15	20; 19; 16; 19; 18; 20; 25; 19; 18; 25; 30; 16; 20; 18; 25; 15; 20; 19; 22; 29
16	15; 18; 19; 16; 18; 30; 14; 18; 16; 25; 17; 14; 15; 17; 25; 25; 30; 29; 30; 16
17	30; 27; 26; 28; 27; 28; 26; 15; 16; 19; 16; 15; 16; 16; 26; 28; 28; 26; 30; 27
18	16; 20; 25; 23; 20; 25; 16; 18; 18; 23; 29; 27; 30; 29; 27; 28; 30; 16; 17; 20
19	24; 26; 29; 26; 24; 27; 24; 24; 15; 18; 19; 17; 18; 20; 23; 20; 24; 26; 15; 22
20	26; 28; 20; 22; 30; 16; 26; 28; 28; 26; 15; 17; 18; 20; 25; 30; 19; 20; 22; 16

В-21–30. Имеются результаты измерения роста 100 студентов:

Рост (см)	154–158	158–162	162–166	166–170	170–174	174–178	178–182	182–186
Число студентов	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_6$	$n_7$	$n_8$

Преобразовать данную таблицу в таблицу частот. Выбрав середины интервалов за значения роста, составить дискретную таблицу частот и построить полигон.

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$n_1$	8	10	6	10	6	8	5	7	4	6
$n_2$	14	12	10	16	18	12	12	15	11	12
$n_3$	20	18	24	18	18	18	25	20	22	26
$n_4$	32	30	30	34	36	28	36	30	32	31
$n_5$	12	10	14	10	10	14	12	12	15	10
$n_6$	8	10	6	8	6	10	6	9	9	8
$n_7$	4	6	6	2	4	6	3	4	4	5
$n_8$	2	4	4	2	2	4	1	3	3	2

В-31–40. Имеются данные о распределении предприятий области по росту выработки на одного рабочего (в % к предыдущему году):

%	80–90	90–100	100–110	110–120	120–130
Число предприятий	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$

Преобразовать данную таблицу в интервальную таблицу частот. Выбрав середины интервалов за значение роста выработки, составить дискретную таблицу частот и построить полигон.

Данные приведены в таблице.

Номера вариантов	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$n_1$	2	1	3	4	8	9	10	3	4	5
$n_2$	14	10	12	20	25	30	22	15	12	10
$n_3$	60	50	55	40	35	46	56	62	58	56
$n_4$	20	30	25	30	22	13	8	17	22	24
$n_5$	4	9	5	6	10	2	4	3	4	5

### Решение типовых задач

1. Найти расстояние между точками  $A(-1; -2)$  и  $B(-4; 2)$ .

*Решение.* Расстояние  $d$  между двумя точками  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  плоскости определяется по формуле

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Применяя эту формулу, находим расстояние между точками  $A(-1; -2)$  и  $B(-4; 2)$ :

$$d = \sqrt{(-4+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{25} = 5.$$

2. Найти угловой коэффициент прямой, зная, что прямая проходит через точки  $M(2; -1)$  и  $P(-1; 8)$ .

*Решение.* Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , имеет вид

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

Подставляя в уравнение вместо  $x_1, y_1, x_2, y_2$  координаты точек  $M$  и  $P$ , получаем

$$\frac{y - (-1)}{8 - (-1)} = \frac{x - 2}{-1 - 2},$$

отсюда

$$y = -3x + 5.$$

Искомое уравнение прямой мы привели к уравнению с угловым коэффициентом, т. е. к уравнению вида  $y = kx + b$ .

Таким образом, угловой коэффициент искомой прямой  $k = -3$ .

Угловой коэффициент можно найти также и по формуле  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ :

$$k = \frac{8 - (-1)}{-1 - 2} = -3.$$

3. Даны вершины треугольника:  $A(3; 2)$ ,  $B(6; -2)$ ,  $C(-5; -4)$ . Найти уравнение медианы проведённой из вершины  $B$ .

*Решение.* Пусть точка  $D$  — середина отрезка  $AC$ . Для определения координат точки  $D$  применяем формулы деления отрезка пополам:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Находим координаты точки  $D$ :

$$x = \frac{3 - 5}{2} = -1, \quad y = \frac{2 - 4}{2} = -1; \quad D(-1; -1).$$

Подставив координаты точек  $B$  и  $D$  в уравнение  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ , находим уравнение медианы  $BD$ :

$$\frac{y + 2}{-1 + 2} = \frac{x - 6}{-1 - 6}, \quad y + 2 = \frac{x - 6}{-7},$$

$$x + 7y + 8 = 0 \quad (BD).$$

4. Найти точку пересечения прямых  $2x + 3y - 8 = 0$  и  $x - 2y + 3 = 0$ .

*Решение.* Решая систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 8 = 0, \\ x - 2y + 3 = 0, \end{cases}$$

получаем  $x=1, y=2$ . Следовательно, данные прямые пересекаются в точке  $M(1; 2)$ .

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1; 1)$  и перпендикулярной прямой  $3x-y-2=0$ .

*Решение.* Искомая прямая  $l_1$  перпендикулярна прямой  $l_2: 3x-y-2=0$ , а потому их угловые коэффициенты  $k_{l_1}$  и  $k_{l_2}$  удовлетворяют условию перпендикулярности двух прямых, т. е.  $k_{l_1} = -\frac{1}{k_{l_2}}$ .

Так как  $k_{l_2}=3$ , то  $k_{l_1} = -\frac{1}{3}$ .

Зная координаты точки  $A(-1; 1)$  и угловой коэффициент  $k_{l_1} = -\frac{1}{3}$  и пользуясь уравнением прямой  $y-y_1=k(x-x_1)$ , проходящей через данную точку в данном направлении, составляем уравнение искомой прямой:

$$y-1 = -\frac{1}{3}(x+1), \quad 3y-3 = -x-1, \quad x+3y+2=0.$$

6. Найти уравнение окружности, если известно, что концы одного из диаметров ее имеют координаты  $A(2; -4)$  и  $B(-6; 2)$ .

*Решение.* Уравнение окружности с центром  $O(a, b)$  и радиусом  $R$  имеет вид  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ .

Так как по условию задачи  $AB$  — диаметр окружности, то середина отрезка  $AB$ , т. е. точка  $E(-2; -1)$ , является центром окружности.

Кроме того,  $AB=10$ , поэтому  $AE=EB=5$ . Следовательно, радиус окружности  $R=5$ .

Подставив в уравнение  $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$   $R=5, a=-2, b=-1$ , получим уравнение искомой окружности:

$$(x+2)^2+(y+1)^2=25.$$

7. Найти область определения функции

$$y = \sqrt{\lg \frac{5x-x^2}{4}}.$$

*Решение.* Функция определена при тех значениях  $x$ , для которых

$$\lg \frac{5x-x^2}{4} \geq 0.$$

Это неравенство будет выполнено, если

$$\frac{5x-x^2}{4} \geq 1, \text{ или } x^2-5x+4 \leq 0.$$

Решая последнее неравенство, находим  $1 \leq x \leq 4$ , то есть  $D(y)=[1; 4]$ .

8. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$ .

*Решение.* Здесь имеем неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ . Чтобы ее раскрыть, умножаем числитель и знаменатель на выражение, сопряженное числителю. После этого можно будет сократить на  $x^2$  и воспользоваться теоремой о пределе дроби.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2-1}{x^2(\sqrt{1+x^2}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2(\sqrt{1+x^2}+1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

9. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x+6}{4x^2+x+1}$ .

*Решение.* Мы имеем неопределенность вида  $\frac{\infty}{\infty}$ , так как здесь  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2+5x+6) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x^2+x+1) = \infty$ . Для ее раскрытия предварительно числитель и знаменатель дроби  $\frac{3x^2+5x+6}{4x^2+x+1}$  почленно разделим на  $x^2$ . Следовательно, получим:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x+6}{4x^2+x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}.$$

Но  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{x^2} = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 0$ . В результате имеем:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x+6}{4x^2+x+1} = \frac{3}{4}.$$

10. Найти производную функции

$$y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

*Решение.*  $y' = \frac{1}{1 + \frac{x^2}{1-x^2}} \cdot \frac{\sqrt{1-x^2} - x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = (1-x^2) \frac{1-x^2+x^2}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$

11. Бак цилиндрической формы должен вмещать  $V_n$  воды. Каковы должны быть его размеры, чтобы поверхность (без крышки) была наименьшей?

*Решение.* Имеем

$$V = \pi x^2 y,$$

где  $x$  — радиус основания цилиндра, а  $y$  — его высота, откуда  $y = \frac{V}{\pi x^2}$ .

Поверхность  $S = \pi x^2 + 2\pi x y = \pi x^2 + \frac{2V}{x}$ .

Исследуем функцию  $S = \pi x^2 + \frac{2V}{x}$  на минимум:

$$S'(x) = 2\pi x - \frac{2V}{x^2} = 0; \quad x = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}; \quad S''(x) = 2\pi + \frac{4V}{x^3},$$

$$S''\left(\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}\right) > 0,$$

т. е. в точке  $x = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$  функция  $S(x)$  имеет минимум.

Итак, радиус цилиндра  $x = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ , высота  $y = \frac{V}{\pi x^2} = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ , следовательно,  $x = y = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ .

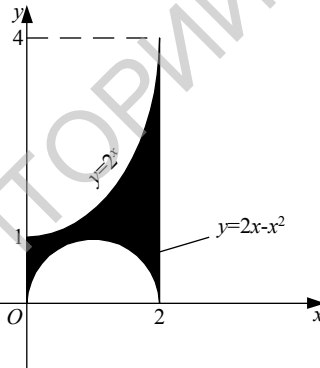
**12.** Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{\cos \ln x}{x} dx.$$

*Решение.*  $\int \frac{\cos \ln x}{x} dx = \int \cos \ln x d(\ln x) = \sin \ln x + C.$

**13.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямыми  $x=0$ ,  $x=2$  и кривыми  $y=2^x$ ,  $y=2x-x^2$ .

*Решение.*



$$S = \int_0^2 (2^x - (2x - x^2)) dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^2 - \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{\ln 2} - \frac{4}{3}.$$

**14.** Брошены три игральные кости. Какова вероятность того, что на верхних гранях выпадут только четные числа очков?



*Решение.* Определим испытание и его результат, т. е. элементарное событие. Испытанием является бросание трех игральных костей; результатом — одно из сочетаний очков 1, ..., 6 на верхних гранях трех костей.

Исследуемое событие  $A$  — на верхних гранях появились только четные числа очков. Вероятность события  $A$  вычислим с помощью формулы  $P(A) = \frac{m}{n}$ , т. е. вероятность события  $A$  равна отношению числа благоприятствующих элементарных событий для  $A$  к общему числу элементарных событий испытания.

Итак, получаем:

$$n = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216, m = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27,$$

$$P(A) = \frac{27}{216} = 0,125.$$

**15.** Слово «МАТЕМАТИКА» составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

*Решение.* Испытание заключается в вынимании карточек с буквами в случайном порядке без возврата. Элементарным событием является полученная последовательность букв. Событие  $A$  состоит в получении нужного слова «МАТЕМАТИКА».

Элементарные события являются перестановками из 10 букв, значит, имеем  $n = 10!$

Некоторые буквы в слове «МАТЕМАТИКА» повторяются (М — 2 раза, А — 3 раза, Т — 2 раза), поэтому возможны перестановки, при которых слово не изменяется. Их число равно  $m = 2! \cdot 3! \cdot 2! = 24$ .

Таким образом,

$$P(A) = \frac{24}{10!} = \frac{1}{151200}.$$

**16.** Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,9, для второго — 0,8, для третьего — 0,7. Стрелки независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что хотя бы один из них попадет в мишень.

*Решение.* Пусть события  $A, B, C$  — соответственно попадание в мишень 1, 2 и 3-го стрелка,  $D$  — хотя бы одно попадание в мишень.  $D$  можно представить как событие, противоположное  $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$  (ни одного попадания). Тогда имеем:

$$p(D) = 1 - p(\bar{A})p(\bar{B})p(\bar{C}) = 1 - 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,994.$$

**17.** По мишени проводится 4 независимых выстрела с вероятностью попадания при каждом выстреле  $p = 0,8$ . Найти закон распределения дискретной случайной величины  $X$ , равной числу попаданий в мишень, и ее функцию распределения  $F(x)$ .

*Решение.* Возможные значения случайной величины  $X$ : 0, 1, 2, 3, 4. Соответствующие вероятности вычисляемой по формуле Бернулли:

$$\begin{aligned}
P(X=0) &= C_4^0 \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^4 = 0,0016, \\
P(X=1) &= C_4^1 \cdot 0,8 \cdot 0,2^3 = 0,0256, \\
P(X=2) &= C_4^2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^2 = 0,1536, \\
P(X=3) &= C_4^3 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2 = 0,4096, \\
P(X=4) &= C_4^4 \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^0 = 0,4096.
\end{aligned}$$

Закон распределения  $X$  представится таблицей:

$x_i$	0	1	2	3	4
$p_i$	0,0016	0,0256	0,1536	0,4096	0,4096

Проверка:  $0,0016+0,0256+0,1536+0,4096+0,4096=1$ .

Функция распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ 0,0016, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 0,0272, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0,1808, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 0,5904, & \text{если } 3 < x \leq 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

**18.** Случайная величина  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	3	5	7	11
$p_i$	0,14	0,20	0,49	0,17

Вычислить математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсию  $D(X)$  случайной величины  $X$ .

*Решение.* Математическое ожидание  $M(X)$  вычисляем по формуле  $M(X) =$

$$\sum_{i=1}^n x_i p_i :$$

$$M(X) = 3 \cdot 0,14 + 5 \cdot 0,20 + 7 \cdot 0,49 + 11 \cdot 0,17 = 6,72.$$

Для нахождения дисперсии воспользуемся формулой

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2:$$

$$M(X^2) = 3^2 \cdot 0,14 + 5^2 \cdot 0,20 + 7^2 \cdot 0,49 + 11^2 \cdot 0,17 = 50,84,$$

$$D(X) = 50,84 - (6,72)^2 = 5,6816.$$

**19.** При изучении некоторой дискретной случайной величины в результате 40 независимых наблюдений получена выборка:

10, 13, 10, 9, 9, 12, 12, 6, 7, 9,  
 8, 9, 11, 9, 14, 13, 9, 8, 8, 7,  
 10, 10, 11, 11, 11, 12, 8, 7, 9, 10,  
 14, 13, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12.

Требуется: а) составить вариационный ряд; б) составить таблицу частот.

*Решение.* а) Выбирая различные варианты из выборки и располагая их в возрастающем порядке, получим вариационный ряд:  
 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

б) Для нахождения частот  $\mu_i = \frac{k_i}{40}$  предварительно подсчитаем для каждой варианты соответствующие кратности  $k_i$ :  $k_i = 1, 3, 6, 8, 6, 6, 5, 3, 2$ .

Таблица частот:

$\alpha_i$	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\mu_i$	$\frac{1}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{2}{40}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Артемьева Е. Ю. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике для психологов. М., 1969.
2. Баврин И. И. Высшая математика. М., 1980.
3. Гусак А. А. Высшая математика: В 2 т. Мн., 1984.
4. Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Основы теории вероятностей. М., 1967.
5. Лобозкая Н. Л. Основы высшей математики. Мн., 1978.

## СОДЕРЖАНИЕ

Требования к выполнению и оформлению контрольной работы .....	3
Программа курса «Математика» .....	4
Контрольная работа .....	5
Решение типовых задач .....	22
Литература .....	30

Учебное издание

КИБАЛКО Петр Игнатьевич

ШИЛИНЕЦ Владимир Адамович

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И  
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ–ЗАОЧНИКОВ**

Методические рекомендации

*Редактор Л. М. Корневская*

*Техническое редактирование и компьютерная верстка А. А. Пакало*

Подписано в печать .200 . Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.  
Гарнитура Agial. Печать офсетная. Усл. печ. л. Уч.–изд. л.  
Тираж 100 экз. Заказ

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический  
университет имени Максима Танка».  
ЛИ № 02330/0133496 от 01.04.04.  
ЛП № 02330/0131508 от 30.04.04.  
220050, Минск, Советская, 18.