

Министерство образования  
Республики Беларусь

Белорусский государственный  
педагогический университет  
имени Максима Танка



Ministry of Education  
of the Republic of Belarus

Belarusian State  
Pedagogical University  
named after Maxim Tank

**ФИЗИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
ОБРАЗОВАНИЕ:  
ЦЕЛИ, ДОСТИЖЕНИЯ  
И ПЕРСПЕКТИВЫ**

*Материалы Международной  
научно-практической  
конференции  
г. Минск,  
18–19 ноября 2019 г.*

**PHYSICAL  
AND MATHEMATICAL  
EDUCATION:  
GOALS, ACHIEVEMENTS  
AND PROSPECTS**

*Materials of the International  
Scientific and Practical  
Conference  
Minsk,  
November 18–19, 2019*



БГПУ  
Минск  
2019

BSPU  
Minsk  
2019

## **МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ КОСОГО УДАРА В ПРИБЛИЖЕНИИ УПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАЗЛИЧНЫХ ПО МАССЕ ШАРОВ**

**Введение.** Изложение механики в курсах средней и высшей школы основывается на отображении основополагающих закономерностей движения физических систем, которые базируются на ряде законов сохранения, и которые достаточно легко усвоить используя мысленный и реальный эксперимент повседневной жизни. В частности законы сохранения механической энергии и импульса возможно закрепить рассматривая упругие и неупругие взаимодействия частиц в обычном и релятивистском приближениях. Используемые принципы классического описания рассеяния неодинаковых по массе частиц основываются на привлечении понятий лабораторной системы отсчета, связанной с одной из сталкивающихся частиц, системы центра масс, приведенной массы. Существенно, что в таком подходе постулируется взаимодействие без учета конкретных размеров частиц и связываются задаваемые углы разлета с величиной масс. Между тем угол отклонения конкретной частицы при ее рассеянии зависит от прицельного параметра, что отражено в соотношении Резерфорда для потока, налетающего на силовой центр. В классическом рассмотрении пренебречь размерами тел допустимо только при центральном ударе, когда результирующее движение осуществляется вдоль единой линии. В иных случаях угол рассеяния зависит и от масс взаимодействующих тел и от прицельного расстояния между линиями траекторий [1 – 4].

**Постановка задачи.** В сообщении представлена процедура анализа параметров упругого взаимодействия конечных по массе и по размерам шаров при боковом ударе. Известные соотношения по обмену скоростями и импульсами при центральном взаимодействии адаптированы к случаю упругого взаимодействия в приближении лабораторной системы отсчета, относительно которой один из шаров, а именно ударяемый шар, покоится, а налетающий шар характеризуется спектрами значений масс и прицельного параметра.

**Процедура анализа, результаты, обсуждение.** Известные законы сохранения энергии и импульса в системе центрального взаимодействия двух различных по массам тел позволяют представить динамику произвольной системы в функции масс и исходных скоростей налетающих друг на друга объектов. При центральном взаимодействии выполняются известные соотношения

$$\bar{U}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\bar{v}_1 + 2m_2\bar{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{U}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\bar{v}_2 + 2m_1\bar{v}_1}{m_1 + m_2}$$

Здесь  $m_1$  и  $m_2$  массы первого и второго соударяющихся шаров,  $\bar{v}$  и  $\bar{u}$  с нижним индексом 1 или 2 – скорости до и после удара шара 1 или шара 2. Боковой удар в данном случае аналитически легко описать только для частного случая равенства масс, когда шары разлетаются под прямым углом. Для описания бокового соударения разновеликих по массе тел предлагается алгоритм сведения задачи к центральному взаимодействию, при котором условно ударяемый шар (предположим шар 2) покоится в собственной лабораторной системе по линии центров. Условно ударяющий шар (здесь шар 1) обменивается компонентой импульса по линии центра, при том, что нормальная составляющая импульса к линии центра остается неизменной. Результирующее движение системы после применения соотношения (1) можно восстановить, решив задачу обратную начальному разделению импульсов системы на центральные и нормальные к ним составляющие.

Для лабораторной системы шара 2 схема векторов скоростей для шара 1 имеет вид (рис. 1)

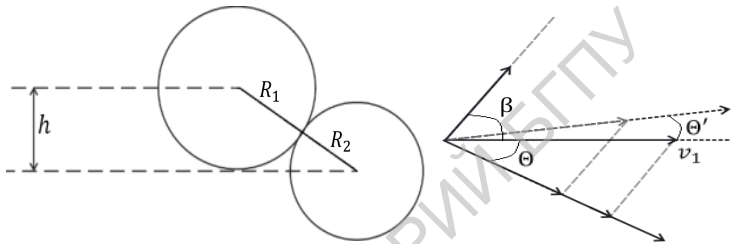


Рис. 1 – Схема расположения шаров в момент соприкосновения при ударе; вектор скорости шара 1 и его проекции на линию центра (до и после удара) и нормаль к линии центра. Угол  $\Theta$  – угол между начальным вектором скорости шара 1 и линией центров,  $\Theta'$  – угол между векторами скорости шара 1 до и после удара

Следуя схеме рис.1 достаточно просто записать выражение для угла отклонения первого шара от направления движения как

$$\Theta' = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\sqrt{1 - \frac{h^2}{(R_1 + R_2)^2}}}{\frac{h}{R_1 + R_2}} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} - \arcsin \frac{h}{R_1 + R_2}$$

Указанное соотношение, в том числе, отвечает канонам предельного перехода, поскольку, действительно, при минимальных значениях прицельного параметра обозначенный выше угол стремится к нулю, линия движения налетающего шара остается неизменной, равно как и при стремлении прицельного параметра к значению равному сумме радиусов рассматриваемых шаров. Также при равенстве масс взаимодействующих шаров обозначенный угол дополняет угол встречи до девяноста градусов (рис. 2).

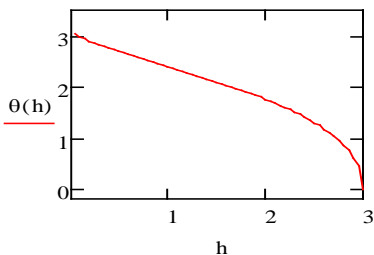


Рис. 2. Угол рассеяния шара 1 по отношению к исходному движению в функции прицельного расстояния  $h$  при значениях масс шара 1 и шара 2 равных  $m_1=1$  и  $m_2=10$  и значениях радиусов шаров  $R_1=2$ ,  $R_2=1$ .

**Заключение.** Таким образом, закон сохранения энергии и импульса в частном приближении центрального взаимодействия тел, может быть адаптирован для описания общей проблемы рассеяния разновеликих по массе шаров при произвольном значении прицельного параметра без привлечения сложных представлений системы центра инерции и геометрических представлений в формализме приведенной массы, где угол рассеяния в приближении точечных частиц только постулируется, но не может быть выявлен из первых принципов.



#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д. Механика. Электродинамика. / Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. М., 1969 г., 272 стр. с илл.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Механика / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 559 с. Александров, Н.В.
3. Александров Н.В. Курс общей физики: Механика / Н.В. Александров, А.Я. Яшкин. – М.: Просвещение, 2006. – 416 с.
4. Яковенко В.А. Общая физика : сборник задач : учеб. пособие / В.А. Яковенко [и др.] ; под общ. ред. В.Р.Соболя. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 455 с. : ил.

УДК: 53(076.1)(0.75.8)

**В.Р.СОБОЛЬ, С.А.КОЛБАСКО**

Минск, Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка

**Е.Б.ТУРЕЦ**

Минск, УО гимна. № 20

## ЦИФРОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ В ГРАВИТИРУЮЩЕМ ПОЛЕ

**Введение.** Понятие физической системы как взаимосвязанной совокупности нескольких тел (материальных точек) актуально для описания механического движения вообще и перемещения макроскопических тел под воздействием неких внешних возмущений, которые через последующее внутреннее взаимодействие изменяют состояние всей системы. В инерциальной динамике характерное проявление третьего закона Ньютона о равенстве сил действия и противодействия иногда вызывает затруднения у студентов и учащихся при