Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

Факультет начального образования
Кафедра естественнонаучных дисциплин
(рег. № УМ 27-2-143-2019)

СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой
естественнонаучных дисциплин
__________ Г.Л.Муравьева
17 10 2019 г.

СОГЛАСОВАНО
Декан факультета
начального образования
__________ Н.В.Жданович
18 10 2019 г.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО–МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ»

для специальности
1-01 02 01 Начальное образование

Составитель: Муравьева Г.Л., кандидат педагогических наук, доцент

Рассмотрено и утверждено
на заседании Совета БГПУ «21» ноября 2019г. протокол № 3

2019г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» представляет собой неотъемлемую составную часть фундаментальной подготовки будущих учителей начальных классов. В данной дисциплине рассматриваются основные вопросы, связанные с особенностями логического мышления младших школьников, понятие и сущность логического мышления в педагогике и психологии, основные операции логического мышления и их формирование у учащихся младшего школьного возраста.

Содержание данной дисциплины тесно связано с такими приложениями математики, как «комбинаторика», «элементы математической логики», с которыми будущим учителям непременно придется столкнуться в своей профессиональной деятельности.

Программа предусматривает, что дисциплина наряду с теоретическим материалом должна содержать и практический материал, достаточное количество задач.

Цель и задачи электронного учебно-методического комплекса по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников».

Цель ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников»:

сформировать у студентов интерес к математике как науке и с помощью соответствующих заданий развивать логическое мышление, пространственное воображение, познавательную и творческую активность, а также математические способности и внутреннюю мотивацию к предмету.

Задачи ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников»:

– познакомить с основными понятиями, фактами и историческими сведениями теории;

– сформировать представления об основные операциях логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, абстрагирование, конкретизация;

– познакомить с основными видами логических задач;

– научить практически решать логические задачи.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ ЭУМК

Данный раздел ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» содержит курс лекций для теоретического изучения учебной дисциплины в объеме, установленном учебным планом по специальности 1 – 01 02 01 Начальное образование.

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ ЭУМК

Данный раздел ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» содержит материалы для проведения семинарских (практических) занятий в соответствии с учебным планом по специальности 1 - 01 02 01 Начальное образование.

3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ЭУМК

Данный раздел ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» содержит:

- материалы для итоговой аттестации, позволяющие определить соответствие результатов учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации образовательных программ высшего образования;
- вопросы к зачету.

1. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ ЭУМК

Данный раздел ЭУМК по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» содержит
учебную программу для высших учебных заведений по специальности
1 - 01 02 01 Начальное образование.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Лекция 1. Теоретические основы развития логического мышления младших школьников

Вопросы:

1. Особенности мышления младших школьников.
2. Понятие и сущность логического мышления в педагогике, психологии и математике.
3. Основные операции мышления (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию) и их формирование у детей младшего школьного возраста.
4. Методы решения логических задач (матричный метод, метод графов и другие).

1. Особенности мышления младших школьников.

Мышление как один из познавательных процессов присуще каждому человеку. Хорошо развитое умение правильно мыслить занимает не последнее место среди факторов успешности обучения различным предметам.

В целом под умением «правильно мыслить» обычно понимают умение анализировать, строить суждения на основе проведенного анализа с соблюдением причинно-следственных связей, логичность, корректность (непротиворечивость) суждений.

В своем становлении мышление любого человека проходит две стадии: допонятийное и понятийное мышление.

Допонятийное мышление – это начальная стадия, когда формируются свойства, позволяющие преодолеть ряд временных и пространственных ограничений.

На понятийном этапе мышление у детей имеет иную, чем у взрослых, логику и организацию. Логика не является врожденной, а развивается постепенно в процессе оперирования с предметами.

Суждения детей – единичные, о данном конкретном предмете, поэтому они категоричны и обычно относятся к наглядной действительности, лишь немного отходя от нее. При объяснении чего-либо все сводится ими к частному, знакомому и известному. Большинство детских суждений – суждения по сходству, у них отсутствует цепь суждений – умозаключения. Очень широко детьми используется суждение по аналогии, поскольку в этот период в мышлении главную роль играет память. Самая ранняя форма доказательства в детском возрасте – пример. Учитывая эту особенность мышления, убеждая или что-либо объясняя ребенку, взрослому необходимо подкреплять свою речь наглядными примерами, пользоваться аналогиями со знакомыми детьми предметами или явлениями.

Для формирования понятий и понятийного мышления необходима практическая деятельность, включающая не только разнообразные формы взаимодействия с внешней средой, но и контролируемый эксперимент. Доступный ребенку управляемый эксперимент – это игра. Она позволяет развивать мышление, вскрывать отношения между целями и средствами их достижения, и тем самым расширять опыт ребенка.

Мышление развивается от конкретных образов к совершенным понятиям. Образы и представления у разных людей сильно различаются и не обеспечивают надежного взаимопонимания. Понятия совпадают по содержанию у различных людей, и это ведет к обеспечению взаимопонимания.

Понятие – это опосредованное и обобщенное знание о предмете, основанное на раскрытии его более или менее существенных объективных связей и отношений.

Теоретическое понятийное мышление – это такое мышление, пользуясь которым человек в процессе решения задачи обращается к понятиям, выполняет действия в уме, непосредственно не имея дела с опытом, получаемым при помощи органов чувств. Теоретическое понятийное мышление характерно для научных исследований.

Теоретически образное мышление отличается от понятийного тем, что материалом, который здесь пользуется человек для решения задачи, являются не понятия, суждения или умозаключения, а образы. Они или непосредственно извлекаются из памяти, или творчески воссоздаются воображением.

Дети младшего школьного возраста достаточно легко справляются с мыслительными действиями с конкретными предметами или их образами и испытывают затруднения при иллюстрации общих положений конкретными примерами, т.е. наблюдается конкретно-образное мышление. Кроме того, младший школьник оперирует конкретными образами, а не общими понятиями, что говорит о наглядно-действенном мышлении.

2. Понятие и сущность логического мышления в педагогике, психологии и математике.

Проблеме развития логического мышления школьников уделяли внимание еще А.Дистервег, Я.А.Коменский, Г.Песталоцци, К.Д.Ушинский, В.А.Сухомлинский и др.

Под логическим мышлением мы будем понимать способность и умение ребенка самостоятельно производить:
простые логические действия: анализ, синтез, сравнение, обобщение;
составные логические операции: построение отрицания, доказывание через построение рассуждений, опровержение через построение рассуждений;
использование для выполнения этих операций индуктивных и дедуктивных логических схем.

3. Основные операции мышления (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию) и их формирование у детей младшего школьного возраста.

Анализ – это мысленное расчленение чего-либо на части или мысленное выделение отдельных свойств предмета.

Синтез – это соединение различных элементов (признаков, свойств, частей) в единое целое, а также мысленное сочетание их свойств.

Сравнение – логический прием умственных действий, требующий выявления сходства и различия между признаками объекта (предмета, явления, группы предметов).

Абстракция – это мысленное отвлечение от каких-либо частей или свойств предмета для выделения существенных признаков.

Обобщение – это оформление в словесной форме результатов процесса сравнения.

Конкретизация – это представление чего-либо единичного, что соответствует тому или иному понятию или общему положению.

Классификация – разделение множества на группы по какому-либо признаку, который называют «основанием классификации».

Развитие операций ведет к появлению такого важного элемента логического мышления, как умозаключение.

Умозаключение – форма мышления, в которой из одного или нескольких суждений на основании определенных правил вывода получается новое суждение, с необходимостью или определенной степенью вероятности следующих из них.

Два основных вида умозаключения: индукция и дедукция.

Индукция – такое умозаключение, в котором посылки – конкретные частные случаи, а заключение – общее положение, выводимое из наблюдений над этими случаями.

Дедукция – умозаключение, на основании общих положений делающее выводы о частных случаях.

Отрицание – логический акт, противоположный утверждению.

Сериация – построение упорядоченных возрастающих или убывающих радов. Примеры: матрешки, пирамидки, вкладные мисочки и т.д.

4. Методы решения логических задач (матричный метод, метод графов и другие).

Задача. Три подруги – Белова, Чернова и Краснова – вышли в белом, черном и красном платьях. Девочка в белом платье, обращаясь к Черновой, говорит: «У каждой из нас цвет платья не совпадает с фамилией». Какой цвет платья у каждой девочки?

Решение. Рассуждение начнем с высказывания девочки в белом платье.

Способ 1. Построим таблицу (матрицу), строки которой будут соответствовать фамилиям девочек, а столбцы – цветам платьев.

Из условия задачи следует, что на Беловой не белое платье, на Черновой – не черное, на Красновой – не красное. Поставим – минусы.

По условию задачи девочка в белом платье не Чернова. Поставим минус в соответствующей клетке таблицы.

	белое	черное	красное
Белова	–	+	–
Чернова	–	–	+
Краснова	+		–

Способ 2. Построим граф. Обозначим фамилии девочек и цвета платьев точками. Если на девочке будет определенное платье, соединим соответствующие точки сплошной линией, если не будет – штриховой линией. Так как каждая девочка носит только одно платье и каждое платье имеет одну хозяйку, то из каждой точки должна выходить только одна сплошная линия.

Лекция 2. Логические задачи в первом классе

Вопросы:

1. Формирование понятия числа.

2. Нахождение закономерностей.
3. Эвристические задачи.
4. Задачи на оперирование понятиями «все», «некоторые», «отдельные».
5. Задачи на установление временных, пространственных и функциональных отношений.
6.Задачи на придумывание способов обозначения схематизации и символизации различных отношений.
7. Задачи на комбинаторные действия.
8. Задачи на установление сходства и соответствия
9. Задачи на активный перебор вариантов отношений
10. Задачи, решаемые с помощью графов

1. Формирование понятия числа.

Для успешного овладения понятием числа необходимо:
– сформировать представления о последовательности;
– выработать умение упорядочить некоторую совокупность;
– выработать умение устанавливать взаимно-однозначное соответствие и на этой основе сравнивать дискретные величины;
– умение делить непрерывную величину на части, равные некоторой выбранной величине того же рода;
– умение использовать условные обозначения объектов, знаки, построенные по определенным правилам.

Для достижения поставленных целей можно предложить следующие задания:

Выложите в ряд палочки. Покажите, с какой палочки начинается ряд. Покажите, какая палочка идет (следует) за ней. Покажите последнюю палочку. Почему она последняя? Как можно сделать так, чтобы она не была последней? Как это можно сделать?

Аналогичное задание с полосками разных цветов.

Аналогичное задание: нарисуйте последовательность черточек.

Сравните две данные полоски. Какая полоска длиннее? Как узнали? Положите их в ряд так, чтобы сначала шла длинная полоска, затем короткая. Положите так, чтобы сначала шла короткая полоска, затем длинная.

Расположите 3 (4, 5, 6) полоска так, чтобы сначала шла самая короткая полоска, а каждая следующая была длиннее предыдущей. Что можно сказать о последней полоске?

Положите в ряд разноцветные полоски одинаковой длины. Нарисуйте то, что у вас получилось.

Положите эти же полоски в другой последовательности. Нарисуйте то, что получилось теперь. Сравните полученные рисунки.
Положите в ряд круг, треугольник, квадрат. Какая фигура следует, за какой фигурой? Можно ли положить эти фигуры в ряд по-другому? Как это сделать? Какая фигура следует теперь за треугольником? Рассматриваются разные варианты.
Перечислите названия дней недели, пальцев на руке. Можно ли поменять местами слова в этих рядах?
Для выработки умения использовать условные обозначения можно взять геометрические фигуры из математического набора. Для этого введем следующие обозначения:
Нарисуйте условное обозначение выбранной фигуры.
Найдите фигуру, если ее условное обозначение дано. Можно ли закодировать фигуру по-другому.
Выберите какую-нибудь фигуру из набора и закодируйте ее.
Из набора найдите фигуру, если ее закодировали так:
Нарисуйте столько кругов, сколько пальцев на руке.
Нарисуйте столько квадратов, сколько дней в неделе.
Как узнали?
Узнайте, сколько полосок белого цвета укладывается в полоску голубого цвета.
Разрежьте данную полоску на части, равные другой полоске. Сосчитайте, сколько частей получилось.
Составьте из нескольких данных полосок такую полоску, чтобы она была равна полоске выбранного цвета.
Аналогичные задания можно составить из одинаковых квадратов и прямоугольника.

2.Нахождение закономерностей.

Исследование, открытие закономерностей, объяснение смысла каждой закономерности, поиск новых закономерностей по образцу уже известных – именно эти виды деятельности ведут к настоящему пониманию и должны стать основными в процессе обучения.

Прививать вкус к наблюдению закономерностей, к их анализу и осмыслению необходимо с первых уроков математики.

Способность обнаружить закономерности проявляется у детей очень рано, и они делают с большим удовольствием.

В математике известны много интересных закономерностей. Например, закономерность академик Колмогоров в 5 лет заметил:

$1 = 1^2$
$1 + 3 = 2^2$
$1 + 3 + 5 = 3^2$
$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$ и т.д.
а закономерность математик Гаусс в 6 лет заметил:
$1 + 99 = 100$
$2 + 98 = 100$
$3 + 97 = 100$ и т.д.

Рассмотрим специальные задания, развивающие способность анализировать и искать закономерности.
Например задача: Дедушка принес внучке игрушки и сказал, что одна из них лишняя. Попробуй догадаться, какая?
На рисунке изображены 5 кукол-девочек и 1 кукла-мальчик.
Простейший ответ, который бросается сразу в глаза, лишняя кукла – мальчик. Но это не должно быть единственным решением.

3. Эвристические задачи

Одной из наиболее сложных проблем школьного обучения остается проблема развития самостоятельности мышления учащихся.

Существующие программы и учебники по математике предоставляют учителю большие возможности для развития мышления учащихся. Однако если логические действия учащихся при современном обучении развиваются достаточно активно, то развитие их умственной инициативы, эвристических элементов мышления значительно отстает. Как показывают психологические исследования и наши наблюдения, учащиеся начальной школы, уверенно оперируя довольно сложными приемами и абстрактными понятиями, усвоенными с помощью учителя, нередко обнаруживают полную беспомощность в простейших ситуациях, где требуется проявить минимум умственной инициативы, сообразительности. Не случайно поэтому за последние годы в методической печати уделяется большое внимание решению так называемых нестандартных задач, развивающих эвристическое мышление. При этом большая часть предлагаемых материалов рекомендуется для использования не на уроке, а во внеклассной работе. И это вполне оправдано. Поисковая деятельность учащихся, направленная на решение эвристических задач и его графическое оформление, а также обсуждение различных вариантов решения и анализ типичных ошибок требуют значительного времени, выделять которое на уроке при его современной насыщенности учебным материалом не всегда возможно.

В то же время развитие умственной инициативы, эвристических элементов мышления учащихся требует определенной системы.

На наш взгляд, наиболее благоприятные условия для построения такой системы предоставляет на сегодня именно внеклассная работа, где имеется возможность посвящать решению нестандартных задач полностью каждое занятие и проводить эту работу в определенной последовательности.

В своей статье мы хотим поделиться опытом применения системы решения эвристических задач во внеклассной работе с учащимися 1–2-х классов, которую регулярно проводят студенты факультета педагогики и психологии в период непрерывной педагогической практики в течение всего учебного года.

Планирование работы потребовало от нас прежде всего отбора наиболее подходящих для работы с младшими школьниками видов эвристических задач в целях их всестороннего использования.

4. Задачи на оперирование понятиями «все», «некоторые», «отдельные»

Это задачи-вопросы вида:

1. Все ученики вашего класса пойдут завтра в кино. Пойдешь ли в кино ты?
2. В парке растут деревья и кустарники. Сирень – кустарник. Растет ли в парке сирень?
3. На дереве сидели 4 синицы и 6 воробьев. 5 птиц улетело. Был ли среди них хотя бы 1 воробей? Объясни.

5.Задачи на установление временных, пространственных и функциональных отношений

Примеры задач данного вида:

1. Сережа считал, что пришел на футбольный матч за 15 мин до начала, но его часы отстали на 10 мин, а проведение матча задержалось на 20 мин. Сколько времени ждал Сережа начала матча?
2. Деревянный окрашенный кубик распилили пополам. Сколько стало окрашенных и неокрашенных граней у каждой половины?
3. Бревно длиной 6 м распилили на 6 равных частей. Сколько раз пришлось распиливать бревно?
4. Как отмерить 3 л воды, если есть кружки 7 л и 2 л?
5. Коля живет на 6 этаже, а Петя на 3 этаже этого же подъезда. Сколько ступенек до Петиной квартиры, если до Колиной 60?

6.Задачи на придумывание способов обозначения схематизации и символизации различных отношений

Примеры задач данного вида:

1. Вырази схематически отношения, в которых находятся:

а) город, поселок, деревня;

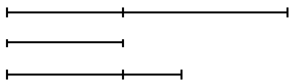
б) море, озеро, лужа;

в) солдат, сержант, офицер;

г) лето, зима, весна, осень;

д) город, улица в нем и дом на этой улице.

2. Даны три отрезка. Обозначь их и запиши несколько равенств, связывающих длины этих отрезков:



7. Задачи на комбинаторные действия

Примеры задач данного вида:

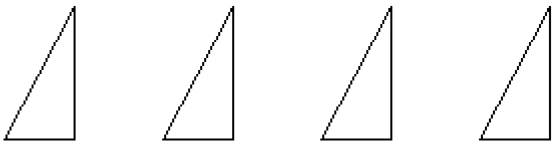
1. Петя (*П*), Коля (*К*) и Вася (*В*) хотят сесть на скамейку. Как можно их рассадить? Сколько всевозможных вариантов посадки ты можешь указать? Запиши их.

2. Составь как можно больше примеров, используя цифры 2, 4, 8.

3. Во дворе гуляли куры и собаки. Мальчик посчитал их лапы, получилось 10 лап. Сколько могло быть кур и сколько собак?

4. Во дворе стояли мотоциклы, легковые машины и мотоциклы с колясками. Мальчик насчитал всего 13 колес. Сколько могло стоять во дворе машин, мотоциклов и мотоциклов с колясками?

5. Составь всевозможные фигуры из четырех одинаковых элементов:



6. Покажи, как из данной фигуры можно получить прямоугольник.

8. Задачи на установление сходства и соответствия

Это задачи на придумывание слова, соответствующего по значению данному; на определение предметов, содержащих данную геометрическую фигуру; на придумывание пар предметов, находящихся в таких же отношениях, как предметы данной пары; на выделение из группы предметов тех, которым присущ общий признак, и т.п. Вот примеры таких задач:

1. Придумай свои пары предметов, которые находятся в таких же отношениях, как предметы в следующих парах:

а) колесо – машина, машина – шофер;

б) топор – дерево, дерево – кровать;

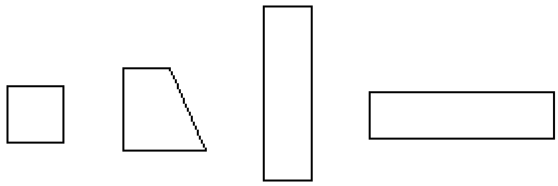
2. Найди лишнее слово в ряду: сливки, сало, сметана, творог. Объясни, почему оно лишнее.

3. Допиши еще несколько слов в ряду:

а) лужа, пруд, озеро... ;

б) солдат, сержант, офицер... .

4. Определи, какая фигура лишняя и почему.

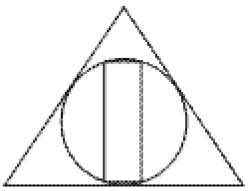


9. Задачи на активный перебор вариантов отношений

Примеры задач данного вида:

1. Как разделить 6 яблок на 6 человек, чтобы каждый получил по одному яблоку и одно осталось в корзинке?

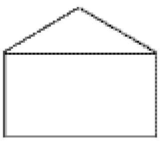
2. Из каких знакомых тебе фигур состоит эта фигура:



3. Заполни цифрами квадрат так, чтобы сумма чисел по всем направлениям была равна 15.

	5	3
2		

4. Нарисуй такую же фигуру без отрыва карандаша от бумаги и не проводя два раза одну и ту же линию.



При подборе задач каждого вида мы придерживались следующих принципов: Задачи должны:

соответствовать возможностям учащихся как по объему элементов, так и по сложности их отношений;

быть близкими жизненному (но не обязательно учебному) опыту ребенка и в то же время содержать элемент новизны, необычности формулировки, нестандартности решения;

стимулировать прежде всего самостоятельные умственные усилия каждого ученика, способствовать раскрытию его творческой индивидуальности.

Внеклассные занятия проводились один раз в неделю по 45 мин. На каждом занятии дети получали для решения по 6–7 задач разных видов. Степень трудности задач каждого вида как по объему, так и по сложности отношений возрастала по мере приобретения детьми умения анализировать и решать их. Решение каждой задачи, особенно на первых занятиях, мы подробно анализировали, давая возможность высказаться всем желающим, чтобы каждому было интересно и понятно, где и что он решил правильно, а где ошибался и почему.

Работа началась с решения задачи, не содержащей числовых данных: «Все ученики вашего класса идут завтра в кино. Пойдешь ли в кино ты?» Дети по распространенной в быту привычке восприняли слово «все» в условии задачи как «большинство» или «все», «кроме меня», и в ответе учитывали только свое желание или нежелание пойти в кино, то есть исключали себя из множества учащихся своего класса. Потребовалось дополнительное разъяснение значения слова «все» по сравнению со словами «часть», «некоторые», «отдельные».

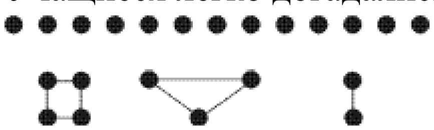
Немалые затруднения вызвала у детей и другая задача, не требовавшая выполнения арифметических действий: «На дереве сидели 4 синицы и 6 воробьев. 5 птиц улетело. Улетел ли среди них хотя бы один воробей?» Большинство учащихся по опыту решения обычных задач решили и эту задачу двумя арифметическими действиями (4 + 6 = 10; 10 – 5 = 5) и записали в ответе: «Один воробей улетел». Только трое учеников сразу дали правильное решение и записали, что 5 птиц больше, чем 4 синицы, значит, хотя бы один воробей улетел.

Анализируя решение, мы предлагали рассказать, как дети рассуждали, как представляли себе то, что описано в задаче. Кроме того, детям предложили перечислить все возможные варианты состава улетевших птиц. При этом было выяснено, что наименьшее число улетевших воробьев может быть только 1 и что для этого достаточно сравнить числа 4 и 5 в условии задачи.

Самыми трудными на первых занятиях оказались задачи на установление пространственных отношений, как, например: «Деревянный окрашенный кубик распилили пополам. Сколько окрашенных и неокрашенных сторон (граней) оказалось у каждой половины?» Мы считали, что, опираясь на образное представление хорошо знакомого предмета, дети быстро решат эту задачу. Поэтому, не показывая кубика, предложили представить окрашенный кубик, мысленно распилить его пополам и посчитать, сколько будет окрашенных и неокрашенных сторон у каждой половины. Однако только один ученик ответил, что у каждой половины будет 5 окрашенных и одна неокрашенная сторона, то есть имел одно из двух возможных решений. Остальные не смогли дать и этого решения. Активное манипулирование образом только во внутреннем плане оказалось непосильным для учащихся. Только наглядный показ распиливания кубика на объемной модели и практический подсчет окрашенных и неокрашенных граней после распиливания по диагональному сечению, и по сечению, параллельному одной из граней, помогли детям убедиться в возможности двух решений этой задачи.

Вызвала затруднения и одна из первых задач на комбинаторные действия: «Во дворе стояли легковые машины, мотоциклы и мотоциклы с колясками. Мальчик насчитал всего 13 колес. Сколько могло быть машин, мотоциклов и мотоциклов с колясками?».

Затруднение вызвало то, что в данной задаче три неизвестных, а явно обозначенных числовых данных только одно (13 колес). В результате беседы было выяснено, что в условии задачи не одно, а четыре числовых данных, так как кроме общего числа колес известно, что у мотоцикла 2 колеса, у мотоцикла с коляской – 3, а у машины – 4. Но и после этого оказалось, что решить задачу обычным путем с помощью арифметических действий трудно. Мы предложили детям использовать для обозначения условия задачи круги. Учащиеся легко догадались сделать такие обозначения:



Опираясь на условные обозначения, многие пришли к правильному решению. Однако при его анализе выяснилось, что учащиеся решали задачу не рассуждая, путем простого перебора разных сочетаний машин с последующим подсчетом общего числа колес. В дальнейшей беседе мы показали два возможных пути рассуждения при решении данной задачи.

1. Сколько могло быть легковых машин? Выяснили, что число колес машины (4 колеса) укладывается в общем числе колес 3 раза, но тогда на все

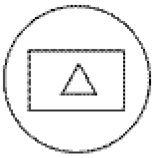
мотоциклы остается только 1 колесо, что невозможно. Значит, машин могло быть 2 или 1. Если машин было 2 (8 колес), то оставшиеся 5 колес могут приходиться только на 1 мотоцикл и 1 мотоцикл с коляской. Если машина была 1, то освободившиеся 4 колеса могут приходиться только на 2 мотоцикла.

2. Сколько будет колес, если предположить, что во дворе было по одной машине каждого вида? Выяснили, что 1 машина, 1 мотоцикл и 1 мотоцикл с коляской будут иметь вместе 9 колес, что при этом до 13 колес не хватило бы 4 колеса. А отсюда легко установить, что эти 4 колеса могут приходиться или на 1 машину, или на 2 мотоцикла.

Так дети познакомились с решением задачи с помощью схем и опорой на свой жизненный опыт, а также с помощью рассуждений и некоторых предположений.

Учитывая важность схематизации и символизации для выражения различных отношений, на одном из первых занятий мы предложили для решения только с помощью схем такую задачу. «Изобрази условными знаками свой город, свою улицу и дом, в котором ты живешь».

Учащиеся предложили изобразить данные отношения в виде отрезков разной длины: большой отрезок – город, поменьше – улица, еще меньше – дом. Это свидетельствовало о том, что дети имеют правильное представление о соразмерности элементов данного отношения. Но было необходимо, чтобы дети установили и выразили и другую особенность данного отношения – включение элементов одного множества в другое. Для этого в беседе было выяснено, что улица находится в городе и является его частью, а дом – частью улицы. После этого учащиеся сами предложили изобразить город и улицу в нем в виде включенных друг в друга геометрических фигур, например, в виде круга и расположенного внутри него квадрата, а дом – в виде треугольника внутри квадрата. В результате решение было выражено схемой.



Решение этой задачи потребовало от учащихся анализа жизненной ситуации, сравнения элементов множеств, установление факта включения элементов одного множества в другое, придумывания своих средств схематизации, что развивает творческое воображение учащихся.

Лекция 3. Логические задачи, связанные с числами и вычислениями

Вопросы:

Логические задачи на вычисления

Логические задачи на промежутки

Разные серии задач

Закономерности

1. Логические задачи на вычисления

Решение логических задач позволяет приучать младших школьников к правильности и четкости рассуждений, к критическому осмыслению полученных результатов; развивает у них гибкость, вариативность мышления.

Учителя включают логические задачи в уроки математики, предлагают для домашней самостоятельной работы, используют во внеклассной работе с учениками. Однако результативность такой работы иногда оказывается не столь высокой, как хотелось бы. При выполнении олимпиадных работ ученики не могут самостоятельно решать задачу, у них возникают трудности при оформлении решения.

Эффективность обучения младших школьников решению логических задач зависит от нескольких условий.

Во-первых, задачи следует вводить в процесс обучения в определенной системе с постепенным нарастанием сложности, так как непосильная задача мало влияет на развитие учащихся.

Во-вторых, необходимо предоставлять ученикам максимальную самостоятельность в поиске решения задач, давать возможность пройти до конца по неверному пути, убедиться в ошибке, вернуться к началу и искать другой, верный путь решения.

В-третьих, нужно помочь учащимся осознать некоторые способы, приемы, общие подходы к решению логических задач.

Как показала школьная практика, обучение младших школьников решению логических задач можно разделить на два этапа.

На первом этапе проводится специальная работа по выводу и осмыслению общих подходов к решению таких задач. При этом важно, чтобы ученики уже усвоили процесс решения любой арифметической задачи (читаю задачу; выделяю, что известно и что надо узнать; и т.д.); познакомились с приемами работы на каждом этапе решения задачи (виды наглядной интерпретации, поиска решения, проверки решения задачи и
др.).

На втором этапе учащиеся применяют ранее сформулированные общие приемы в ходе самостоятельного поиска конкретных задач.

Рассмотрим методику обучения решению логических задач на конкретных сериях. Задачи одной серии будут подчинены определенной цели. Первая задача серии решается под руководством учителя (чаще всего она более сложная, чем другие задачи серии), она служит для выделения приема или способа, который помогает решить задачу. На следующих задачах дети упражняются в применении приема, который они сформулировали, и выделяют некоторые ориентиры, помогающие определить, в каких случаях удобно использовать данный способ или прием.

Часто перед решением задач учитель дает рекомендации:

Рекомендация 1: для того чтобы решить задачу, полезно построить к ней рисунок или чертеж. Но в данном случае должны быть выделены некоторые особенности использования графических изображений.

Во-первых, ответы, а в некоторых случаях часть неизвестных могут быть получены только из чертежа без выполнения арифметических действий.

Во-вторых, иногда нужно будет делать дополнительные построения, т.е. в процессе решения задачи будут выполнены новые чертежи с учетом найденных чисел.

2. Задачи на промежутки

Задача 1.1. Бревно длиной 12 м распилили на 6 равных частей. Сколько распилов сделали?

После чтения задачи ученикам предлагается ответить на вопрос: решали ли они задачи такого вида и известен ли им способ решения таких задач.

Возможно, некоторые ученики ошибочно будут считать, что знают, как решить задачу: «Надо 12 м разделить на 6 равных частей». Учитель должен дать учащимся возможность найти результат, оценить его и убедиться в ошибке. (Разделив 12 м на 6, мы узнали, что длина одной части равна 2 м. Но в задаче спрашивается не какова длина одной части, а сколько сделали распилов. Следовательно, задача решена не правильно). Затем ученики могут вновь прийти к ошибочному заключению: «Сколько частей, столько распилов». Учитель предлагает проверить найденный ответ, сделав условный рисунок или чертеж. Ученики обозначают бревно прямоугольником или отрезком длиной 12 клеточек, делят его вертикальными засечками на 6 равных частей.

Подсчитав число полученных засечек (распилов), они убеждаются, что их 5, а не 6. Ответ получили, построив чертеж. Под ним ученики записывают ответ задачи. Таким образом, учащиеся приходят к следующими выводу: *при поиске решения незнакомой задачи полезно сделать рисунок, т.к. работа с рисунком может являться способом решения задачи.*

Решение следующих задач будет способствовать подтверждению вывода, сделанного при поиске решения первой задачи. Учитель ставит перед учащимися следующую учебную задачу: научиться решать арифметические задачи с помощью графических изображений.

Задача 2.1. Ширина занавески для окна равна 1 м 20 см. Надо пришить 6 колец на одинаковом расстоянии друг от друга (первое и последнее кольца должны располагаться по краям занавески). Сколько сантиметров надо оставлять между кольцами?

Следуя ранее выведенной рекомендации, ученики начинают делать схематический чертеж к данной задаче. Они показывают засечкой первое кольцо, откладывают отрезок любой выбранной длины, ставят вторую засечку, откладывают отрезок такой же длины, как первый, ставят третью засечку и так действуют до тех пор, пока не поставят 6 засечек. По полученному схематическому чертежу подсчитывают число равных частей, на которые 6 колец разделяют занавеску.

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, остается разделить всю ширину занавески на 5 равных частей: 120 : 5 = 24 (см).

Такая же идея используется учениками при самостоятельном решении следующих задач этой серии.

Задача 3.1. Муравей находится на дне колодца глубиной 30 м. За день он поднимается на 18 м, а за ночь сползает вниз на 12 м. Сколько дней нужно Муравью, чтобы выбраться из кольца?

Самостоятельно решая задачу, учащиеся могут сделать следующий чертеж и неверно решить задачу.

1) 18 – 12 = 6 (м) – поднимается за сутки;

2) 30 : 6 = 5 (сут.) – потребуется выбраться из колодца.

Учитель предлагает:

а) проверить решение, показав на отдельных чертежах положение муравья в каждый день;

б) в ходе решения подсчитать, сколько метров остается муравью, чтобы выбраться из колодца.

Таким образом, ученики видят, что в третий день муравей поднимается на 18 м и выбирается из колодца. Значит, сначала они решили задачу неправильно. А найти верный ответ им помогло последовательное построение нескольких

чертежей, отражающих те изменения, которые происходили в реальной ситуации, описываемой в задаче.
Ответ: за 3 дня.
В следующих задачах закрепляется выведенный прием решения.
Задача 4.1. Разложи 45 шариков в 4 коробки так, что если число шариков в третьей коробки увеличить в 2 раза, а в четвертой уменьшить в 2 раза, а в первой и второй оставить без изменения, то в каждой коробке будет одинаковое число шариков.
Решение.
Сначала выполняют первый рисунок.
Анализируя рисунок, ученики должны заметить, что на нем есть отрезки одинаковой длины, но не все. Можно предложить дорисовать рисунок так, чтобы все отрезки состояли из одинаковых частей (рис. 2).
Затем можно сообщить, что в таких случаях можно ввести вспомогательный элемент – часть.
Примем число шариков в третьей коробке за 1 часть, тогда число шариков в четвертой коробке составит 4 части, в первой – 2 части, во второй – 2 части.
Далее можно записать решение задачи.
Ответ: 10 шариков, 10 шариков, 5 шариков, 20 шариков.
В процессе поиска решения данной задачи использовались несколько приемов: построение и достраивание рисунка, введение вспомогательных элементов. Как видим вспомогательный элемент (часть) удобно ввести на рисунке.
Задача 5.1. Сумма четырех различных чисел равна 13. Наименьшее из этих чисел на 5 меньше наибольшего. Найдите эти числа.
Решение: сначала учащиеся выполняют рисунок:
Затем дети пытаются преобразовать рисунок, чтобы получить одинаковые числа, как они делали в задачах предыдущей серии. Дети приходят к выводу, что этого сделать нельзя, так как в условии ничего не говорится о числовых отношениях между вторым и третьим числом.
Встает проблема: можно ли решить эту задачу? Может быть, в ней не хватает данных? Учитель предлагает использовать для решения этой задачи способ подбора.

Рассуждения удобнее начать с наименьшего из чисел.
Ответ: 1, 2, 4, 6.
В итоге важно подчеркнуть, что задачу решили, подбирая нужные числа. Делали это так: последовательно рассматривали различные возможные варианты и выбирали те, которые соответствуют всем условиям задачи.

Рисунок помог нам выделить эти условия из текста задачи. В некоторых случаях перебор удобно начинать не с наименьшего, а с наибольшего возможного числа.
Иногда, оценив полученный результат, можно пропустить некоторые числа. Этот способ удобно использовать, когда число возможных вариантов небольшое.
При решении следующих задач дети упражняются в применении способа подбора.
Задача 6.1. Число яблок в корзине двузначное число. Эти яблоки можно раздать поровну 2, 3 или 5 детям, но нельзя раздать поровну 4 детям. Сколько яблок в корзине? Укажите такое наименьшее двузначное число.
Решение: сначала ученики пытаются сделать чертеж к задаче, но испытывают затруднения, так как на чертеже трудно показать, что нельзя раздать яблоки поровну 4 детям, следовательно, непонятно, как использовать чертеж для решения задачи. Тогда ученики начинают применять способ подбора. Можно предложить сначала изменить формулировку задачи, чтобы легче было выполнить перебор. Выяснятся, что если яблоки раздать поровну 2, 3 или 5 детям, значит, двузначное число делится на 2, 3 и 5. Если нельзя раздать поровну 4 детям, значит, двузначное число не делится на 4.
Задачу можно переформулировать так: надо найти наименьшее двузначное число, которое делится на 2, 3, 5 и не делится на 4.
Далее выполняется перебор: сначала проверяют наименьшее двузначное число 10. Число 10 не делится на 3 и поэтому оно не подходит.
Перебор можно сократить, не рассматривать все числа подряд, а проверять только числа, которые делятся на 5. Можно выписать эти числа:Число 30 делится на 2, 3, 5 и не делится на 4, и оно является наименьшим двузначным числом.
Ответ: в корзине 30 яблок.
Для этой задачи можно было бы сделать чертеж на клетках. Надо нарисовать друг под другом четыре прямые:
на первой прямой отмечать штрихи через две клетки;
на второй прямой отмечать штрихи через три клетки;
на третьей прямой отмечать штрихи через пять клетки.
Совпадение штрихов будет через 30 клеток. Подставляем в условие задачи и проверяем это число.
Можно предложить детям найти следующее число, которое удовлетворяет условию задачи. Таки число будет 90.

В следующих задачах используется прием переформулирования задачи, а затем они решаются известными способами.

Задача 7.1. В два автобуса сели 123 экскурсанта. Затем из одного автобуса вышли 8 человек. Трое из них сели в другой автобус, а остальные поехали на машине. После этого в автобусах стало пассажиров поровну. Сколько экскурсантов было в каждом автобусе первоначально?

Решение: вначале ученики делают рисунок

Можно предложить решить задачу, разбив ее на части, чтобы облегчит решение. Ученики читают первые три предложения и думают, что по эти данным можно узнать.

В два автобуса сели 123 экскурсанта. Затем из одного автобуса вышли 8 человек. Трое из них сели в другой автобус, а остальные поехали на машине.

8 – 3 = 5(чел.) – поехали на машине

123 – 5 = 118 (чел.) – остались в двух автобусах

Дети читают задачу дальше: После этого в автобусах стало пассажиров поровну.

118 : 2 = 59 (чел.) – стало в каждом автобусе.

Чтобы легче было сформулировать последнюю часть задачи, можно переделать рисунок с учетом найденных данных:

Можно сформулировать задачу так: Из одного автобуса вышли 8 человек, и в нем осталось 59 человек. В другой автобус сели 3 человека, и в нем стало 59 человек. Сколько экскурсантов было в каждом автобусе первоначально?

59 + 8 = 67 (чел.) – было в первом автобусе

59 – 3 = 56 (чел.) – было во втором автобусе.

Ответ: 67 чел., 56 чел.

Задача 8.1. Мать троих сыновей оставила на столе тарелку слив. Первый сын взял третью часть слив, второй сын взял третью часть того, что осталось, а третий сын тоже взял третью часть того, что осталось. После этого на тарелке осталось 8 слив. Сколько слив мать положила на тарелку?

Решение: сначала выполняем рисунок:

Можно предложить начать решать задачу «с конца», так как известно, сколько слив осталось в конце, когда три брата съели сливы.

Из чертежа видно, что 8 слив составляют две части, которые остались в тарелке, после того как сливы взял третий сын.

Можно найти сколько слив было в тарелке перед тем, как сливы взял третий сын: $8 : 2 \cdot 3 = 12$ (сл.).

Подпишем это число на втором отрезке:

Из чертежа видно, что 12 слив составляют две части, которые остались в тарелке, после того как сливы взял второй сын.

Можно найти сколько слив было в тарелке перед тем, как сливы взял второй сын: $12 : 2 \cdot 3 = 18$ (сл.).

Из чертежа видно, что 18 слив составляют две части, которые остались в тарелке, после того как сливы взял первый сын.

Можно найти сколько слив было в тарелке: $18 : 2 \cdot 3 = 27$ (сл.).

Ответ: 27 слив.

Обсуждается вопрос о том, что решая задачу «с конца», последовательно пришли к тому, что было в самом начале. Прием используется, когда в задаче известно число, полученное в конце выполнения каких-либо действий.

Задача 9.1. В семье 12 детей. Они собрали в лесу 70 орехов. Половину всех орехов мама раздала дочерям поровну. Остальные она отдала сыновьям, которые разделили между собой также поровну. Каждый мальчик получил на 2 ореха больше, чем каждая девочка. Сколько в семье дочерей и сыновей?

Решение: сначала можно выделить следующую часть условия: дети собрали в лесу 70 орехов. Половину всех орехов мама раздала дочерям поровну. Остальные она отдала сыновьям, которые разделили между собой также поровну.

Отсюда узнаем, что все дочери получили 35 орехов ($70 : 2 = 35$) и сыновья также получили 35 орехов.

Далее можно составить новое условие: в семье 12 детей. Все дочери получили 35 орехов. Все сыновья получили 35 орехов. Мальчики и девочки разделили орехи поровну.

Отсюда можно сделать вывод, что число сыновей и число дочерей – это число, которое в сумме дает число 12, и число 35 делится на каждое из них без остатка.

Теперь используем способ подбора. Число 35 делится на 5, 7, 1 без остатка. Подходят числа 5 и 7, так как их сумма равна 12.

Остается решить, кого было 5 – сыновей или дочерей? Используя последнюю часть условия: каждый мальчик получил на 2 ореха больше, чем каждая девочка. Все девочки получили 35 орехов, все мальчики получили 35 орехов, если каждому мальчику досталось орехов больше, значит, мальчиков меньше, чем девочек. Получаем, что в семье 5 сыновей и 7 дочерей.

Ответ: 5 сыновей и 7 дочерей.

4. Закономерности

Под задачами на поиск закономерностей понимаются задачи, решение которых логически обусловлено регулярностью изменяющихся признаков.

К задачам на поиск закономерностей в математике относятся задачи как арифметического (например, продолжите ряд чисел: 2, 4, 6, …), так и геометрического характера (например, продолжите ряд фигур: треугольник, четырехугольник, пятиугольник, …).

Под арифметической закономерностью понимается устойчивая связь между числовыми объектами (числа в ряду чисел, выражения в ряду выражений и т. д.)

Числовые логические последовательности – это ряд чисел, каждый элемент которой находится с помощью логических рассуждений и математических вычислений, зависящих от закономерности самой последовательности.

Использование задач на поиск закономерностей на уроках математики в начальной школе способствует развитию логического мышления, внимания, памяти младших школьников, умения анализировать, сравнивать, обобщать.

Так, например, моделирование процесса выявления закономерности построения числового ряда потребует выполнение следующих операций: сравнение предлагаемых объектов, нахождение в них общего (похожего) и различного (отличительные признаки), обобщение результатов сравнения и формулирование вывода (полное обобщение), в результате которого происходит абстрагирование от конкретных особенностей каждого отдельного объекта и полное их сравнение. Если закономерность найдена (раскрыта), то на ее основе делается общий вывод (формулирование общего правила) и уже с использованием найденной закономерности (найденного правила) продолжается числовой ряд.

Выбирая задачи на поиск закономерностей, учитель должен продумывать систему вопросов, ориентирующих младших школьников на творческую деятельность, уметь, в случае необходимости, переформулировать первоначально поставленный вопрос на равносильный, но облегчающий решение задач.

Организованное таким образом обучение формирует у учащихся мыслительные операции (анализ, сравнение, обобщение, абстрагирование и др.), что позволит школьникам ориентироваться в новых для них условиях, самостоятельно составлять и решать задачи.

Задания на установление закономерности в записи ряда чисел, геометрических фигур, таблицы, рекомендуется выполнять устно. Учитель предлагает детям выполнить задание самостоятельно и объяснить решение. Если дети затрудняются, учитель может подсказать способ решения.

При решении задач на поиск арифметической закономерности можно следовать следующему алгоритму:

сравнение чисел в числовом ряду (выражений);

обобщение полученного результата;

формулирование арифметической закономерности;

применение закономерности (продолжение числового ряда).

Для того чтобы составить аналогические числовые ряды, необходимо четко сформулировать установленную арифметическую закономерность.

Выполнение задач на поиск и установление арифметических закономерностей способствует развитию вычислительных навыков, логического мышления, памяти, внимания учащихся, умения анализировать и находить закономерности, развивают математические способности, формируют исследовательские умения. При этом идет развитие основных интеллектуальных качеств: умения анализировать, сравнивать, обобщать, конкретизировать, абстрагировать. Такие задачи содействуют формированию способности к интеллектуальной деятельности, умения строить рассуждения, выбирать аргументацию.

Решение задач на поиск арифметических закономерностей основано на выполнении арифметических действий (сложения, вычитания, умножения и деления).

Задачи на поиск арифметических закономерностей можно разделить на несколько групп (на основе взаимного расположения элементов в условии задачи):

задачи с линейным конструированием (элементы условия задачи расположены в одну или несколько не связанных между собой линий);

задачи с табличным конструированием (элементы условия задачи располагаются в виде таблицы).

Лекция 4. Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции

Вопросы:

1. Логические задачи на делимость чисел.

2. Задачи на отношения и пропорции.

3. Практическое применение пропорций и отношений

1. Логические задачи на делимость чисел.

«Впервые интерес к пропорции, возникающей при делении отрезка в крайнем и среднем отношении, возникает в античной науке (Пифагор, Платон, Евклид). Удивительные математические свойства этой пропорции уже тогда создают вокруг нее ореол таинственности и мистического поклонения».

Слово «пропорция» (от латинского propotio) означает «соразмерность», «определённое соотношение частей между собой». В математике: равенство двух отношений

Учение об отношениях и пропорциях особенно успешно развивалось в IV веке до нашей эры в Древней Греции, славившейся произведениями искусства, архитектуры, различными ремеслами. С пропорциями связывались представления о красоте, порядке и гармонии, о созвучных аккордах в музыке.

В IV веку до н.э. древнегреческий математик Евдокс, дал определение пропорции составленной из величин любой природы.

Древнегреческие математики с помощью пропорций решали задачи, которые в настоящее время решают с помощью уравнений, выполняли алгебраические преобразования, переходя от одной пропорции к другой.

Сейчас роль теории пропорций заметно уменьшилась. Это произошло после того, как было осознано, что отношение величин является числом, а потому пропорция – это просто равенство чисел. Но, в древности значение пропорции было велико, так как учение о пропорциях являлось основой всех практических правил арифметики.

Тройное правило.

Задачи, решаемые тройным правилом, составляли во все времена большую часть задач практической арифметики. Величины, находящиеся в прямой или обратной пропорциональной зависимости друг от друга, человек встречает на каждом шагу, и он решает задачи данного типа по здравому смыслу.

Примеры:

1) За 2 рубля можно купить 6 предметов. Сколько их можно купить за 4 рубля? (прямая пропорциональность)

2) 20 рабочих могут выполнить работу в 30 дней. Сколько рабочих могут сделать ту же работу в 5 дней? (обратная пропорциональность)

ПРАВИЛО. В обоих случаях нужно перемножить второе и третье числа и произведение разделить на первое.

Это правило и сообщалось учащемуся.

Правильность решения зависела целиком от правильности записи данных задачи.

Пропорциональность – это простейший вид функциональной зависимости. Различают прямую пропорциональность. ($y = kx$) и обратную пропорциональность ($y= k/ x$).

Свойства прямой пропорциональной зависимости:

Каждому значению x соответствует единственное определенное значение y. (первое свойство прямой пропорциональной зависимости);

Отношение соответствующих значений величин y и x, связанных прямой пропорциональностью, равно коэффициенту пропорциональности;

Если две величины связаны между собой прямой пропорциональной зависимостью, то при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз значение другой увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Свойства обратной пропорциональной зависимости:

Каждому значению x (за исключением x=0) соответствует вполне определенное значение y;

Произведение соответствующих значений x и y равно коэффициенту обратной пропорциональности;

Если x увеличивается (уменьшается) в несколько раз, то y уменьшается (увеличивается) во столько же раз, так как их произведение остается неизменным.

Пропорции в физике.

С глубокой древности люди пользовались различными рычагами. Весло, лом, весы, ножницы, качели, тачка и т.д. – примеры рычагов. Выигрыш, который дает рычаг в прилагаемом усилии, определяется пропорцией, где M и m – массы грузов, а L и l – «плечи» рычага.

Применение пропорций в географии.

Отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности называют масштабом карты.

Пропорциональность в других сферах жизни.

Пропорциональность в природе, искусстве, архитектуре означает соблюдение определенных соотношений между размерами отдельных частей растения, скульптуры, здания и является непременным условием правильного и красивого изображения предмета.

Золотое сечение.

Золотым сечением и даже «божественной пропорцией» называли математики древности и средневековья деление отрезка, при котором длинна всего отрезка так относится к длине его большей части, как длинна большей части к меньшей. Приближенно это отношение равно 1, 618 ≈5/8. Золотое сечение чаще всего применяется в произведениях искусства, архитектуре, встречается и в природе.

Применение «золотого сечения» в архитектуре.

Парфенон, храм Афины Парфенос на Акрополе в Афинах, памятник древнегреческой высокой классики. Мраморный дорический периптер с ионическим скульптурным фризом (447-438 до н. э., архитекторы Иктин и Калликрат) замечателен величественной красотой форм и пропорций. Статуи фронтонов, рельефы метоп и фриза (окончены в 432 до н. э.) созданы под руководством Фидия. Разрушен в 1687; частично восстановлен. Отношение высоты здания к его длине равно 1,618.

Пирамиды

Чтобы не ошибиться при строительстве пирамиды, древние египтяне, прежде всего, размечали на земле её основание в виде квадрата. Прямые углы такого квадрата они «вертели» с помощью верёвки. Но верёвка была не простая. На ней завязывали узлы, делившие её на 12 равных частей. Верёвку натягивали в виде треугольника со сторонами, отношение между которыми равнялось 3 : 4 : 5. Угол, противоположный самой длинной стороне, всегда назывался прямым.

«Золотое сечение» в искусстве.

Аполлон Бельведерский, статуя Аполлона — мраморная римская копия бронзового оригинала работы древнегреческого скульптора Леохара (ок. 330-320 до н. э., Музей Пио-Клементино, Ватикан). Название от ватиканского дворца Бельведер, где выставлена статуя. Долгое время считалась вершиной греческого искусства. На рисунке представлена статуя Аполлона Бельведерского, разделенная в отношении (точка С делит отрезок AD, точка В делит отрезок АС). Скульпторы утверждают, что талия делит человеческое тело (образцом которого признается «Аполлон Бельведерский») в отношении «золотого сечения»:

Красота тела зависит от его пропорций. На основе древних знаний Леонардо да Винчи создал «Круг древних». Длина распростертых рук равна росту, поэтому фигура человека вписывается в квадрат и в круг.

Окружающие предметы также часто дают примеры золотого сечения. Например, переплеты многих книг имеют отношение ширины и длинны, близкое к 1,618.

Рассматривая расположение листьев на общем стебле растений, можно заметить, что между каждыми двумя парами листьев (А и С) третья расположена в месте золотого сечения (точка В).

Пропорции сопровождают нас повсюду и являются неотъемлемой частью нашей жизни.

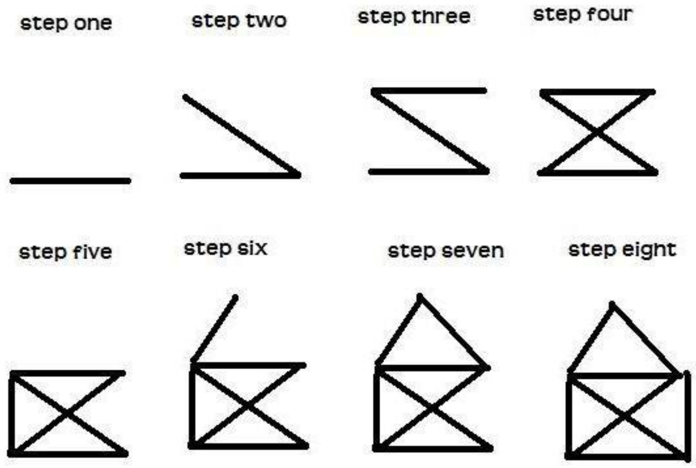
Лекция 5. Логические задачи с геометрическим содержанием

Вопросы.

1. Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги; на определение закономерностей.
2. Задачи на разрезание.
3. Комбинаторная геометрия.

1. Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги; на определение закономерностей.

Почему же все попытки нарисовать «конверт», изображённый на рисунке, одним росчерком, то есть, не отрывая руки от бумаги и не проводя дважды один и тот же отрезок, будут обречены на неудачу?



Впервые над задачами такого типа задумался Леонард Эйлер после посещения города Кенигсберга (теперь Калининград). В городе было семь мостов через реку Прегель. Их расположение указано на рисунке 3

Но при вычерчивании ставилось одно условие. Требовалось, чтобы фигура эта была вычерчена одним непрерывным росчерком, т. е. не отнимая пера или карандаша от бумаги и не удваивая ни одной линии, другими словами, по раз проведенной линии нельзя уже было пройти второй раз..

В результате исследования оказалось, что попытки вычертить различные плоские фигуры непрерывной линией без повторения отдельных участков приводят к неодинаковым результатам. Некоторые фигуры удается вычертить независимо от того, с какой точки начинаем вести линию, другие фигуры вычерчиваются только в тех случаях, когда линия начата только с определённой точки и, наконец, существуют фигуры, которые вовсе не поддаются вычерчиванию одной непрерывной линией.

Рассмотрим изображения трех различных «конвертов»: а) с двумя открытыми боковыми клапанами; б) с верхним раскрытым клапаном; в) заклеенный конверт.

Сгруппируем имеющиеся закономерности.

Вывод 1. Во всякой фигуре число нечетных вершин четно.

Вывод 2. Фигуру, имеющую более двух нечетных вершин, невозможно начертить «одним росчерком». Фигуру, имеющую ровно $2n$ нечетных вершин, можно полностью обойти по отдельным маршрутам.

Вывод 3. Фигуру, имеющую всего две нечетные вершины, можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги, при этом движение нужно начать с одной из этих нечетных вершин и закончить во второй из них.

Вывод 4. Если все вершины фигуры четные, то можно не отрывая карандаш от бумаги, проводя по каждому ребру только один раз, начертить эту фигуру.

2. Задачи на разрезание геометрических фигур.

Начинать обучать школьников логике желательно с первого класса, а может быть, и раньше.

Преподавание логики должно вестись непринужденно, почти в импровизационном стиле. Эта видимая легкость на самом деле требует от учителя большой и серьезной подготовки. Неприемлемо, например, вычитывать интересную и занимательную задачу из толстой рукописной тетради, как иногда делают учителя.

Рекомендуем проводить занятия в нестандартной форме.

Необходимо использовать на уроках как можно больше наглядного материала: различных карточек, картинок, наборов фигур, ил- люстраций к решению задач, схем.

Не стоит заниматься с младшими школьниками одной темой в течение длительного времени.

При разборе темы нужно стараться выделять основные логиче- ские вехи и добиваться понимания (а не зазубривания) этих моментов.

Необходимо постоянно возвращаться к пройденному материалу. Это можно делать на самостоятельных работах, командных соревно- ваниях (во время уроков), зачетах в конце четверти, устных и письменных олимпиадах, матбоях (во внеурочное время).

Необходимо также использовать на занятиях развлекательные и шуточные задания, иногда полезно сменить направление деятельности.

Рассмотрим основные задачи на разрезание геометрических фигур.

1.Задачи на клетчатой бумаге.

Например: квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (Способы разрезания квадрата на две части будем считать различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.) Сколько всего решений имеет задача?

2. Пентамино.

Например: Фигуры домино, тримино, тетрамино (игру с такими фигурками называют тетрис), пентамино составляют из двух, трех, четырех, пяти квадратов так, чтобы любой квадрат имел общую сторону хотя бы с одним квадратом. Из двух одинаковых квадратов можно составить только одну

фигуру — домино. Фигуры тримино можно получить из единственной фигуры домино, приставляя к ней различными способами еще один квадрат. Получится две фигуры тримино. И т.д.

3. Танграм.

Например: говоря о задачах на разрезание, нельзя не упомянуть о древней китайской головоломке «Танграм», возникшей в Китае 4 тыс. лет назад. В Китае ее называют «чи тао ту», то есть умственная головоломка из семи частей. Методические рекомендации. Для проведения этого урока желательно иметь раздаточный материал: головоломку (которую могут изготовить сами школьники).

4. Задачи на раскраску.

Нетрудно доказать, что решение задачи на разрезание какой- нибудь фигуры на части возможно: достаточно предоставить какой- нибудь способ разрезания. Найти все решения, то есть все способы разрезания, уже труднее. А доказать, что разрезание невозможно, тоже достаточно трудно. Сделать это в некоторых случаях нам помогает раскраска фигуры.

Например: взяли квадрат клетчатой бумаги размером 8×8, отрезали от него две клетки (левую нижнюю и правую верхнюю). Можно ли полученную фигуру полностью покрыть «доминошками» — прямоугольниками 1 × 2?

3. Комбинаторная геометрия.

Комбинаторная геометрия — раздел геометрии, в котором изучаются комбинаторные свойства геометрических объектов и связанные с ними конструкции. В комбинаторной геометрии рассматривают конечные и бесконечные дискретные множества или структуры базовых однотипных геометрических объектов (точек, прямых, окружностей, многоугольников, тел с одинаковым диаметром, целочисленных решёток и т. п.) и ставят вопросы, связанные со свойствами различных геометрических конструкций из этих объектов или на этих структурах.

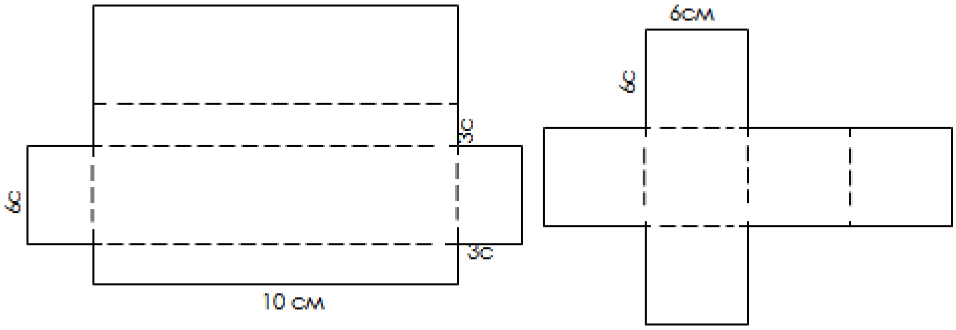
Лекция 6. Логические задачи с геометрическим содержанием

Вопросы.

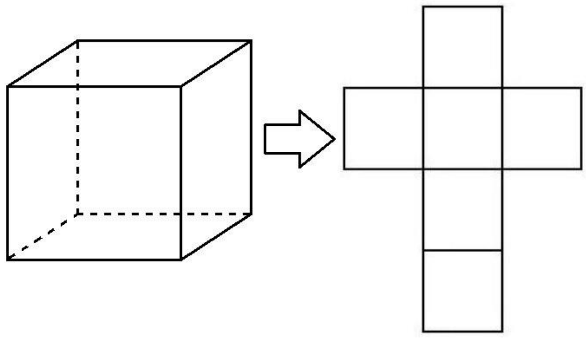
1. Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников.
2. Простейшие логические задачи прикладного характера.

1. Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников.

Прямоугольный параллелепипед и его развертка.

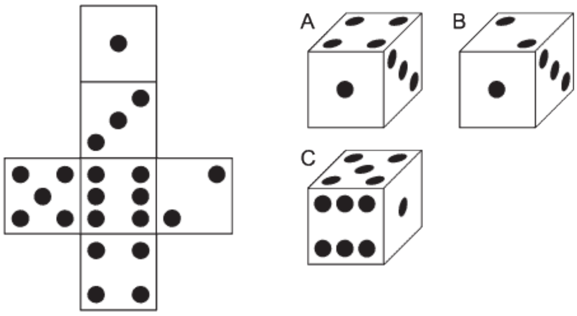


Куб и его развертка.



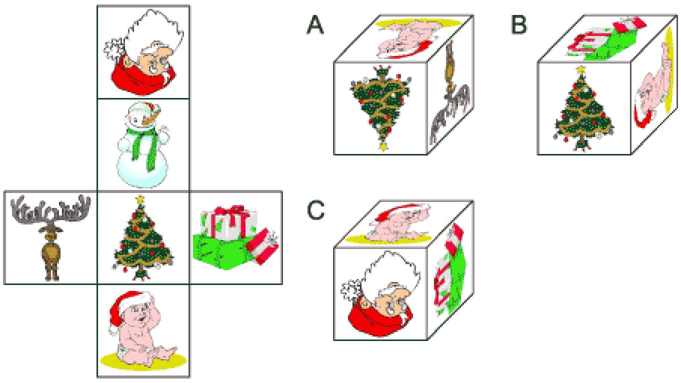
2. Простейшие логические задачи прикладного характера.

Задача 1.



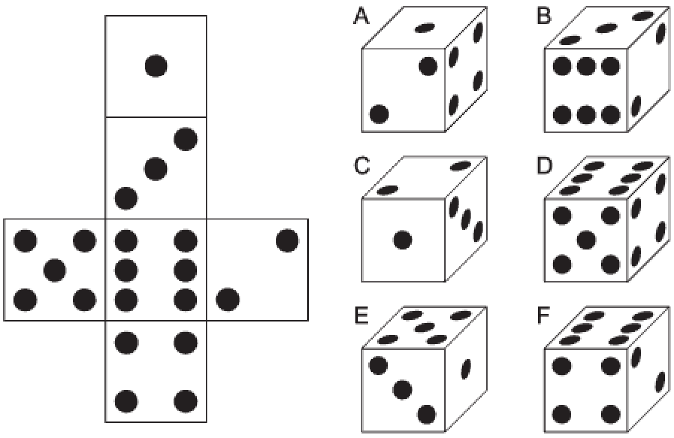
Ответ: В.

Задача 2.

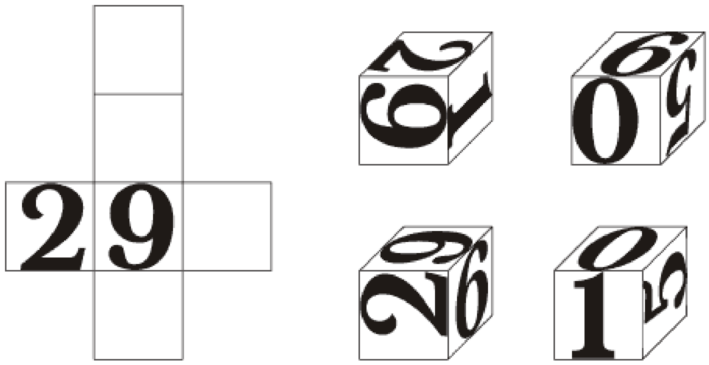


Ответ: А.

Задача 3.



Задача 4.



Лекция 7. Логические задачи, связанные с величинами

Вопросы

1. Задачи, связанные со временем
2. Задачи, связанные с масса предмета.

1. Задачи, связанные со временем

Предметы считать легко: один, два, три и т.д. Измерить небольшое расстояние тоже, несложно. Достаточно иметь какую-нибудь мерку, даже нередко расстояние мы мерим по способу первобытных людей - считаем шаги. Гораздо труднее найти мерку для времени. Тут ни пальцы, ни шаги не помогут: время можно измерять только временем, а мерку нужно искать в природе.

Самыми древними «часами», которые никогда не ломались, было солнце. Утро, день, вечер, ночь. Не очень точно, но первобытному человеку этого было достаточно. Потом люди научились определять время более точно: днем по солнцу, а ночью по звездам. Люди заметили, что звезды на небе двигаются, причем медленно. Все они как бы привязаны к одной звезде, которую назвали Гвоздем Неба. Сейчас мы называем эту звезду Полярной, она показывает направление на Северный полюс. Неподалеку от Полярной звезды на небе всегда можно найти семь звезд, расположенных в виде ковша. Это созвездие Большая Медведица. За сутки она обходит полный оборот вокруг Полярной звезды, за ночь полкруга. Вот и получается, что на небе есть настоящие часы со звездной стрелкой.

Приборы для измерения времени

Часы – прибор для определения текущего времени суток и измерения продолжительности временных интервалов, в единицах, меньших чем одни сутки.

Существует множество видов часов.

Солнечные часы – один из самых древних видов часов. Солнечные часы состоят из циферблата и стержня, установленного в центре циферблата. При перемещении солнца по небу тень от стержня движется по циферблату, показывая точное время.

Песочные часы – два сосуда, соединенных узкой горловиной, через которую песок из верхнего сосуда перемещается в нижний. Песочные часы предназначены для измерения ограниченного отрезка времени – от нескольких секунд до нескольких часов или суток (в зависимости от размера часов).

Водяные часы - сосуд, из которого медленно вытекает вода. По уровню воды, которая осталась, судят, сколько прошло времени.

Огненные часы представляют собой спираль или палочку из горючего материала с подвешенными металлическими шариками. При сгорании материала шарики падают в фарфоровую вазу, производя звон. В качестве огненных часов могут использоваться свечи, на которые равномерно наносятся метки.

Электронные часы – часы, работающие от электронного генератора. В основе работы электронных часов лежит микросхема, «питающаяся» от сети или батареек. Как правило, в качестве циферблата таких часов выступает дисплей. Разновидностью электронных часов являются электронно-механические, имеющие тот же принцип работы, но время указывается на циферблате стрелками.

- Классические – часы на все случаи жизни. Как правило, классические часы имеют строгий дизайн, круглый корпус, классический циферблат, темный кожаный ремешок. Как правило, не снабжены дополнительными функциями.
- **Ювелирные часы** – разновидность дизайнерских часов, предмет роскоши. При изготовлении таких часов используются золото, платина и другие драгоценные металлы. При оформлении ювелирных часов – как корпусов, так и циферблатов – широко используются драгоценные камни.

Женские часы – особая разновидность часов. В отличие от мужчины, для которого в часах важна

функциональность, для женщины часы служат, прежде всего, предметом гардероба. Женские часы – это украшение, поэтому их размеры и дизайн отличаются чрезвычайно большим многообразием.

Биологические часы!

Люди не имея часов, чувствуют время. И не только люди, но и животные и растения. Человек обладает хорошо развитым чувством времени. Он даже может проснуться в тот час, в который запланировал со вчерашнего вечера. Что же это за часы, которые внутри каждого из нас? Это биологические часы. А в более сложном варианте – биоритмы – это периодически повторяющиеся чередования во времени каких-либо состояний организма. У человека, например, это ритмы биения сердца, сна, бодрствования, температуры тела, артериального давления. По последним научным данным в организме человека выявлено около 300 суточных ритмов.

Есть предположение, что биологические часы находятся в мозгу человека и время ощущается не одним участком мозга, а всем мозгом целиком. Это удалось проверить с помощи компьютера, в который была заложена математическая модель сети нервных клеток мозга. Также удалось установить, что музыкальный слух тесно связен с чувством времени, с точностью работы биологических часов.

Задачи.

1. Сегодня воскресенье, первый день каникул. Какой день недели будет девятым днём каникул?

2. Барон Мюнхаузен 1 июня в торжественной обстановке заложил первый камен своего нового дворца. Ровно через год барон устроил грандиозный фейерверк по случаю окончания строительства. Перед фейерверком барон сказал, что строил свой дворец 53 недели. Почему люди не поверили Мюнхаузену?

3. Рома родился в марте. Он на 52 дня старше Маши. В этом году день рождения Ромы был в среду. На какой день недели приходится в этом году день рождения Маши?

4. Корабль уходит в плавание, которое продлиться 100 ч в понедельник в полдень. Каковы день и час прибытия парусника?

5. В одном месяце 3 вторника пришлись на четные числа. Какого числа в этом месяце было последнее воскресенье?

6. В феврале високосного года 5 воскресений. На какой день недели в этом году приходится 23 февраля?
7. Миша пошёл в первый класс в 2004 году. В какой класс он пойдет в 2012 году?
8. Коля и Таня отмечают свой день рождения 12 апреля, но Коля родился, когда Тане исполнилось 4 года. Сколько будет Коле, когда Таня будет вдвое старше?
9*. Сейчас Лёше 11 лет, а Максиму 1 год. Сколько лет будет Лёше и Максиму, когда Лёша станет втрое старше Максима?
10. Какой год в третьем тысячелетии читается одинаково слева направо и справа налево? Известно, что этот год уже прошёл.
11. Солнце взошло в 6 ч утра. Колобок проснулся, спрыгнул с подоконника и покатился по дорожке. Солнце зашло в 8 ч вечера. Колобок забрался на пенёк, сладко зевнул и заснул. Сколько часов путешествовал Колобок?
12. Половину суток кошка Мурка спит, восьмую часть суток ест. Третью часть оставшегося времени охотится на мышей. Остальное время суток кошка греется на солнце. Сколько времени греется на солнце?
13. На далёкой планете Чудесан время считают не так, как на Земле. Сутки там длятся 15 ч по 60 мин, неделя – 5 сут, месяц – 3 недели, а год – 13 месяцев. Мальчику Мише на Земле исполнился год, а девочке Моме на Чудесане – 3 года. Кто из них старше?
14. Внучке столько месяцев, сколько лет дедушке. Вместе им 91 год. Сколько лет каждому, если число лет каждого целое?
15. Сумма возрастов трёх друзей 29 лет. Сколько лет будет им вместе через 5 лет?
16. Буратино и Мальвина договорились встретится у озера в 12 ч. Каждый из них пришёл на встречу по своим часам. Сколько времени Буратино будет ждать Мальвину, если:
а) его часы спешат на 6 мин, а часы Мальвины спешат на 2 мин;
б) его часы отстают на 5 мин, а часы Мальвины отстают на 9 мин;
в) его часы спешат на 2 мин, а часы Мальвины отстают на 2 мин.
17. Куранты на ратуше бьют столько раз, сколько часов они показывают. Между первым и последним ударом их боя в 3 часа прошло 6 с. Каждый удар считается мгновенным. Сколько секунд пройдёт между первым и последним ударом курантов в 7 ч?

2. Задачи, связанные с массой предмета.

Старинные меры измерения массы тел

В усовершенствовании единиц измерения жидких, сыпучих и твердых тел человечество также прошло три стадии:

Сначала измеряли сыпучие (рожь, пшеницу, овес и другие зерновые культуры) и жидкие тела (масло, мед, вино и др.) только мерами емкости: кадками, коробами, кулями, мешками, ведрами, кружками.

. Но уже в Египте и Вавилоне (за 2 тыс. лет до н. э.) появились весы и гири. В средние века уже обращалось внимание на правильность взвешивания. Княжеские уставы предписывали церквам «всяческая мерила и спуды, и свесы, и ставила... блюсти без пакости, ни умалити, ни умножити». Древнейшей русской весовой единицей была гривна.

Путем сложных расчетов ученые узнали, что гривна весила 68,22 г. Потом основными единицами при взвешивании ста ли фунт (равнялся 6 гривнам) и пуд (равнялся 40 фунтам).

Слова «фунт» и «пуд» происходят от одного и того же латинского слова «pondus», что значит «вес (тяжесть)». Фунт делился на 96 долей, называемых золотниками, т. к. ими взвешивалось золото (отсюда пословица «Мал золотник, да дорог»). К концу XVII в. сложилась система русских мер веса:

ласт = 72 пуда (приблизительно 1,18 т);

берковец = 10 пудов (приблизительно 1,64 ц);

безмен = 1/16 пуда (приблизительно 1 кг);

фунт = 32 лота или 96 золотника (приблизительно 409,51 г);

золотник = 96 долей (приблизительно 4,3 г).

В Киевской Руси мерой зерна была кадь (14 пудов).

Другие меры массы (производные единицы) получили названия при помощи латинских и греческих числительных.

1. На одной чашке весов - 2 буханки хлеба, а на другой - 2 гири массой в 1 кг каждая. Если чашки весов находятся в положении равновесия, то чему равна масса двух буханок хлеба?

2. На одной чашке весов - помидоры, на другой - 2 гири в 1 кг и 2 кг. Определите массу помидоров, если чашки весов находятся в равновесии.

3. На одной чашке весов - картофель и гиря массой в 2 кг, на другой - гиря массой в 5 кг. Чашки весов находятся в равновесии. Какова масса картофеля?

4. Масса пакета 2 кг, а масса портфеля 5 кг. Сравните массы пакета и портфеля. Запишите результат сравнения. (Масса пакета меньше, чем масса портфеля: 2 кг < 5 кг.)

5. Масса сумки с продуктами 2 кг, масса пакета с мукой 2 кг. Сравните их массы. (Их массы равны: 2 кг = 2 кг.)
6. Для приготовления обеда повару понадобилось 24 кг картошки, свеклы в 3 раза меньше, а лука в 2 раза меньше чем свеклы. Сколько килограмм лука потратил повар?
7. В школьную столовую привезли 6 кг, лимонов, яблок на 24 кг больше чем лимонов, а груш на 12 кг меньше чем яблок. Сколько килограмм груш привезли в школьную столовую?
8. Для приготовления обеда повару понадобилось 24 кг картошки, свеклы в 3 раза меньше, а лука в 2 раза меньше чем свеклы. Сколько килограмм лука потратил повар?
9. Для приготовления крахмала требуется 6 кг картошки. Сколько крахмала получится из 36 кг картофеля?
10. Ящик с виноградом и три одинаковых ящика с яблоками весят 45 кг. Сколько весит один ящик с яблоками, если ящик с виноградом весит 15 кг.

Лекция 8. Логические задачи, связанные с величинами

Вопросы:
1. Задачи на работу
2. Задачи на движение

1. Задачи на работу

Хозяин нанял для работы 8 работников. Каждый из них ежедневно съедал по буханке хлеба. На следующий год хозяин нанял работника Ивана, который работает за пятерых, а ест за троих, и работника Василия, который работает за троих и ест за двоих. Сколько хлеба будет экономить хозяин каждый день?

Малыш может съесть 300 г варенья за 6 мин, а Карлсон – в 2 раза быстрее. За какое время они съедят варенье вместе?

Медведь, волк и лиса пошли на рыбалку. Всего они поймали 16 рыб. Волк и лиса поймали 11 рыб, медведь и лиса 12 рыб. Сколько рыб поймал каждый?

Трёхголовый дракон Труляля съел на обед 12 тарелок супа. Первая и вторая головы съели вместе 9 тарелок, вторая и третья – 7 тарелок. Сколько тарелок съела каждая голова?

Обезьяны Чита и Рита очень любят бананы. Чита ест их в 3 раза быстрее, чем Рита. Вместе обезьяны съели 20 бананов. Сколько бананов съела каждая?

Петя, Миша и Коля съели 40 конфет. Петя и Миша съели конфет поровну, а Коля – в 3 раза больше каждого из них. Сколько конфет съел каждый мальчик?

Маша, Глаша и Наташа съели 40 конфет. Маша и Глаша съели конфет поровну, а Наташа – в 3 раза больше, чем Маша и Глаша вместе. Сколько конфет съела каждая девочка?

Хозяйка варит вишнёвое варенье и на 3 стакана вишни кладёт два стакана сахарного песка. Сколько стаканов сахарного песка надо положить на 15 стаканов вишни?

Школа получила 300 тетрадей по 20 листов каждая и просила заменить их на тетради по 12 листов. Замену надо произвести так, чтобы число листов бумаги осталось прежним. Сколько новых тетрадей должна получить школа?

На изготовление одной детали рабочий стал затрачивать 10 мин вместо 16. Сколько деталей изготовит он за неделю, если раньше выпускал 150 деталей?

2. Задачи на движение

1. В поисках малины медведь прошёл 15 м направо от своей берлоги. Затем он повернул назад и прошёл еще 20 м. Потом ещё раз повернул назад и прошёл 5 м. На каком расстоянии от берлоги оказался медведь?

2. Электричка идёт из города до конечной станции 210 мин. Когда электричка прибудет на конечную станцию, если она отправляется из города в 8 ч 30 мин?

3. Для определения скорости течения реки в воду бросили поплавок и установили, что за 2 мин он проплыл 100 м. Какова скорость течения реки?

4. На участке дороги длиной 1200 м, где идёт ремонт, разрешена скорость движения не больше 24 км/ч. Водитель проехал участок за 2 мин. Нарушил ли он правило?

5. На участке дороги длиной 1200 м, где идёт ремонт, разрешена скорость движения не больше 24 км/ч. За какое время водитель должен проехать опасный участок, чтобы не нарушить правила?

6. Маша доходит до школы за 12 мин, а её брат Миша добегает до школы и обратно до дома без остановки за 8 мин. Во сколько раз скорость Миши больше, чем скорость Маши?

7. Буратино и Мальвине срочно нужно было передать важную весть папе Карло, который ожидал их на противоположном берегу озера. Мальвина села на черепаху Тортилу, которая поплыла через озеро со скоростью 2 м/с. Буратино побежал вокруг озера со скоростью 4 м/с. К папе Карло Буратино и

Мальвина попали одновременно. Черепаха проплыла 100 м. Какое расстояние пробежал Буратино?

8. Кенгуру-мама прыгает за 1 с на 3 м, а её сынишка за половину секунды — на 1 м. Они одновременно стартовали от домика к эвкалипту, который находится на расстоянии 180 м от домика. Сколько времени мама будет ожидать сынишку у дерева?

9. Собака погналась за лисицей, которая была на расстоянии 30 м от неё. Скачок собаки равен 2 м, скачок лисицы — 1 м. В то время как лисица делает 3 скачка, собака делает 2 скачка. Какое расстояние должна пробежать собака, чтобы догнать лисицу?

10. Расстояние между Гомелем и Минском 320 км. Поезд вышел из Гомеля и шёл без остановок со скоростью 62 км/ч. Другой поезд вышел из Минска и шёл без остановок со скоростью 42 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут поезда за 1 ч до их встречи?

2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Практическое занятие 1. Логические задачи в первом классе. Задачи, решаемые с помощью графов.

1. Изобрази, как меняются на схеме времена года.
2. Шахматный турнир проводится по круговой системе. Это означает, что каждая пара участников встречается между собой 1 раз. В турнире участвуют 4 ученика: Максим, Саша, Миша и Павел. Максим сыграл 3 встречи , Саша и Миша - по 2, Павел – 1. С кем играл Саша
3. Шахматный турнир проводится по круговой системе. Это означает, что каждая пара участников встречается между собой 1 раз. В турнире участвуют 7 школьников. Известно , что Ваня сыграл 6 партий, Толя – 5, Леша и Дима – по 3, Семен и Илья – по 2, Женя – 1. С кем сыграл Леша?
4. Шахматный турнир проводится по круговой системе. В турнире участвуют 4 ученика: Максим , Саша, Миша и Павел. Максим сыграл 3 встречи, Саша и Миша - по 2. Сколько партий сыграл Павел?
5. Шахматный турнир проводится по круговой системе. В турнире участвуют 4 ученика: Максим, Саша, Миша и Павел. Ничьих в турнире не было. Максим выиграл у всех противников, Павел выиграл у Миши и Саши. Как сыграли между собой Миша и Саша, если Саша занял последнее место?
6. В шахматном турнире принимало участие 6 учеников. Каждый участник сыграл с каждым другим. Сколько было проведено встреч? А сколько было бы проведено, если бы в турнире участвовало 10, 20, n спортсменов?
7. В обыкновенном наборе домино 28 косточек. Сколько косточек содержал бы набор домино, если бы значения, указанные на косточках, изменились не от 0 до 6, а от 0 до 9?
8. Во время первенства 4 «а» по шахматам, в котором каждый игрок должен был встретиться с каждым, заболел Павел и выбыл из соревнований. Поэтому было сыграно 25 партий. Сколько участников начали турнир? Сколько партий сыграл Павел?
9. Две команды, «синих» и «зеленых», провели между собой матч по теннису. В команде «синих» было 3 игрока, а в команде «зеленых» - 4. Сколько встреч провели между собой игроки?
10. Две команды, «синих» и «зеленых», провели между собой матч по теннису. В каждой было одинаковое число игроков, и каждый игрок одной команды встречался с игроком другой команды. «Синие» выиграли в 2 раза больше встреч, чем «зеленые» (в теннисе не бывает ничьих). Известно, что в

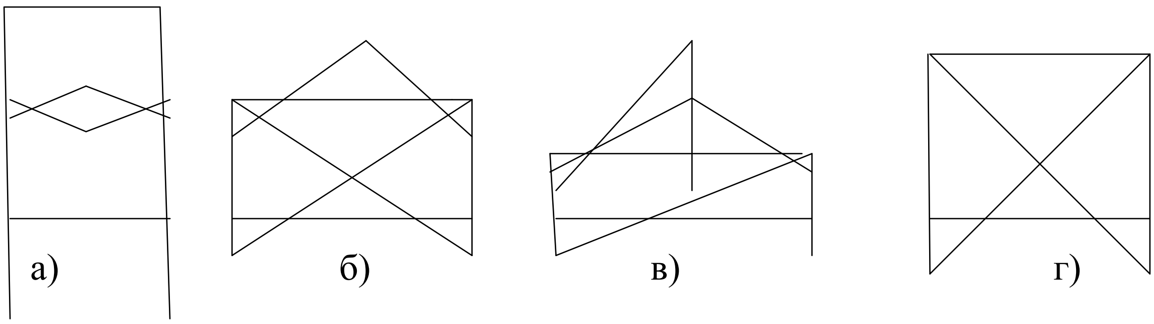
каждой команде от трех до восьми игроков. Сколько игроков в каждой команде?

11. В классе каждая девочка дружит ровно с тремя мальчиками, а каждый мальчик - ровно с тремя девочками. Докажи, что число девочек в классе равно числу мальчиков.

12. В туристский поход отправилась группа из 11 человек. Каждый участник похода знаком, по крайней мере, с пятью другими участниками. Докажи, что 2 незнакомых между собой участника имеют хотя бы одного общего знакомого.

13. На пляже загорали 9 девочек . 4 из них были в панамках, а 7 носили солнечные очки. Сколько девочек в солнечных очках носили панамки, если у каждой из девочек был хотя бы один предмет?

14.* Нарисуй представленные ниже рисунки, не отрывая карандаша от бумаги, если это возможно.



а) б) в) г)

15.* 10 кандидатов готовятся к двум космическим экспедициям на Марс. Поскольку экспедиции будут продолжаться несколько лет, а их участники окажутся в замкнутом пространстве небольшого объема, важное значение приобретает психологическая совместимость членов экипажа. Путем тестирования были установлены пары кандидатов, присутствие которых в одной и той же экспедиции было бы нежелательным. Результаты тестирования отражены в таблице. (Если на пересечении i-й строки и j-го столбца таблицы находится знак «+», то участие i-го и j-го кандидатов в одной экспедиции нежелательно.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		+	+	+						
2	+				+					
3	+						+			
4	+					+				
5		+						+		
6				+						+

7			+					+		+
8					+		+		+	
9								+		+
10						+	+		+	

Раздели кандидатов на две группы для участия в экспедиции.

16. Вернувшись из похода, в котором участвовало 15 коротышек, Незнайка утверждал, что каждый из них до похода был знаком ровно с тремя другими участниками. Возможно ли это?

Практическое занятие 2. Логические задачи, связанные с числами и вычислениями

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

В начальной школе используются задачами на поиск арифметических закономерностей различного уровня сложности.

Рассмотрим несколько примеров на поиск арифметических закономерностей.

Пример 1.

Продолжите ряд чисел, найдите закономерность: 7, 11, 14, 18, 21, …

Данное задание выполняется устно. Рассуждения по решению данной задачи можно построить следующим образом:

Для начала рассмотрим первые два числа изучим разницу между ними. (11 – 7 = 4).

Теперь проверим разницу между вторым и третьим числом.

(14 – 11 = 3).

Так как разница между первыми двумя сравнениями отличается, изучим последующие разницы.

18 – 14 = 4

21 – 18 = 3

Установим закономерность полученных разностей: каждое следующее число сначала больше предыдущего на 4, потом на 3, затем снова на 4, потом на 3 и т. д.

Продолжим числовой ряд: следующим будет число на 4 больше, чем 21 – число 25; за ним следует число, на 3 большее, чем 25, - это число 28 и т. д.

В рассмотренной задаче выделялся только один признак: следующее число на несколько единиц (в рассмотренном случае 3 и 4) больше предыдущего. Рассмотрим пример задачи на поиск арифметической закономерности, где выделяются два признака.

Пример 2.

Продолжите ряд чисел: 10, 200, 3000, …, …

Построить работу по решению данной задачи можно при помощи следующей системы вопросов.

Чем похожи эти числа? (Все эти числа являются разрядными единицами).

Чем различаются эти числа? (Отличаются количеством нулей и цифрой высшего разряда).

Каким образом они отличаются? (Цифра высшего разряда увеличивается и увеличивается количество нулей).

Какой вывод можно сделать, используя общие и отличительные признаки данных чисел? (На единицу увеличивается цифра высшего разряда, и каждое последующее число умножается на 10).

Продолжите данную последовательность (40000, 500000).

Если арифметическая закономерность определена правильно, то решение задачи будет верно, если закономерность не найдена, то возникают ошибки.

Рассмотрение таких задач натолкнет учащихся на возможности более широкого и осознанного сравнения и обобщения. Этому будут способствовать и вопросы, которые регулярно должен ставить учитель, и которые помогут детям поиск закономерностей осуществлять осознанно.

Таким образом, можно определить следующую схему работы (систему вопросов) с задачами на поиск арифметических закономерностей:

Чем похожи элементы? Как на вывод влияет сходство?

Чем они отличаются? Как на вывод влияет отличие?

Каким образом они отличаются? (отдельно по каждому признаку)

Какой общий вывод можно сделать?

Примеры задач на поиск арифметических закономерностей в начальной школе.

Какую закономерность ты заметил в установлении ряда чисел: 21, 21, 18, 18, 15, 15, …, …? Продолжи ряд по тому же правилу.

Разгадай правило, по которому записан каждый ряд чисел и продолжи его: 123, 246, 492, …, …; 5, 15, 25, 35, …, …

Вставьте пропущенное число: 34, 44, …, …, 74, 84.

Найдите закономерность и продолжите ряд чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, …

Что нужно сделать с числами первой строки таблицы, чтобы получить стоящие под ними числа второй строки таблицы?

4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
16	25	36	49	64	

Какое число должно стоять в пустой клетке, если стоящие во второй строке числа некоторым образом связаны со стоящими над ними числами первой строки?

2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
4	6	8	10	12	

Что нужно сделать с каждым числом первой строки, чтобы получить числа второй строки?

3	**5**	**11**	**9**
10	16	34	28

Впишите недостающие числа в числовой ряд на основании найденной закономерности: 24, 21, 19, 18, 15, 13, ..., ..., 7.

Впишите недостающие числа в числовой ряд на основании найденной закономерности: 1, 4, 9, 16, …, …, 49, 64, 81.

Какое число станет продолжением следующего ряда?

1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, …

И другие.

3. Приемы рациональных вычислений на уроках математики в начальной школе

В школьной практике сталкиваются с тем, что ребенок использует привычные, во многом навязанные ему способы решения. Так, например, некоторые дети, после того как изучены приемы письменных вычислений, начинают применять эти способы и при устном решении примеров. Это заставляет задуматься, что же побуждает детей обращаться к такому нерациональному приему решения? Думаю, стремление действовать в соответствии с определенными алгоритмами, избегая при этом активных усилий мысли. Таким образом, как же пробудить у школьника потребность активно мыслить, искать наиболее рациональные пути решения.

Прививая любовь к устным упражнениям, учитель будет помогать ученикам активно действовать с учебным материалом, пробуждать у них стремление совершенствовать способы вычислений и решения задач, менее рациональные заменять более совершенными и экономичными. А это – важнейшее условие сознательного усвоения материала. Направленность мыслительной деятельности ученика на поиск рациональных путей решения проблемы свидетельствует о вариативности мышления.

Важно показать ученикам красоту и изящество устных вычислений, используя разнообразные и интересные вычислительные приемы, помогающие значительно облегчить процесс вычисления. Некоторые из таких приемов не предусмотрены программой начальной школы, а между тем детей довольно легко подвести к ознакомлению с ними, используя современную программу и учебник.

Успешное применение различных приемов зависит в значительной мере от находчивости, изобретательности и умения подмечать особенности чисел и их сочетаний. Приемы устных вычислений основываются на знании нумерации, основных свойств действий, на сведении вычислений к более простым, результаты которых могут быть получены из табличных результатов.

Работа над приемами устных вычислений должна вестись с первого класса.

Например, познакомив детей с натуральным рядом чисел и имея его перед глазами, легко закрепить состав чисел. Например, ряд чисел от 0 до 7. Поставив пальчики на крайние числа и передвигая их к центру, дети хором говорят: 7 – это 0 и 7; 1 и 6; 2 и 5 и т.д. Отработав, таким образом, состав чисел в пределах 10 и познакомившись с приемами перестановки слагаемых, дети легко справляются с заданием: найти сумму чисел от 1 до 10. Важно показать детям при этом и вычисления по порядку для сравнения, чтобы выделить более легкий и рациональный. В дальнейшем, используя переместительное и сочетательное свойства сложения, легко можно найти сумму чисел: 18 + 23 + 22 + 17.

При выполнении устных вычислений иногда полезно ***округлять числа,*** прибавляя к ним несколько единиц или убавляя их. Подготовка к округлению чисел происходит на таких заданиях: сколько не хватает до 20, 30, ...Далее навыки сложения и вычитания углубляются, ученики знакомятся с округлением компонентов арифметических действий. При выполнении таких

заданий внимание обращается на выявление закономерности и нахождении более рационального приема вычислений.
Например: 27 + 59 = 27 + 50 + 3 + 6 (традиционный способ)

А можно:
27 + 59 = 27 + 60 – 1
53 – 28 = 53 – 20 – 3 – 5 (традиционный способ)
А можно: 53 – 28 = 53 – 30 + 2 и т.д.
Здесь *приемы* следующие:
- округление одного или нескольких слагаемых;
- округление уменьшаемого или вычитаемого.

Существуют приемы, основанные на ***знаниях некоторых свойств чисел*** или ***результатов действий.*** Наблюдая примеры:
1 + 3 = 4 = 2 * 2
1 + 3 + 5 = 9 = 3 * 3
1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4 * 4 и т.д.,
легко находить сумму любого количества последовательных нечетных чисел, начиная с 1. Она равна произведению количества слагаемых на самого себя.
Можно использовать для вычислений такую закономерность:
1 + 2 = 3
4 + 5 + 6 = 7 + 8
9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15 и т.д.

Задания можно давать и в занимательной форме, например “***Математический лабиринт***”. Дети, выбирая то или иное арифметическое действие, сравнивают числа, им приходится мыслить целенаправленно, обосновывать сказанное.

Учащимся очень нравятся необычные приемы вычисления, они с интересом их используют и стараются не пропустить занятий.
Эти приемы способствуют воспитанию интереса к устным вычислениям, любви к математике.

Интересные приемы устных и письменных вычислений.
Приведем некоторые *приемы устных вычислений.*
1.Умножение двузначного числа на 11.
32 * 11=352
Прием: *между цифрами первого множителя вписываем сумму этих цифр.*
Между цифрами 3 и 2 вписываем сумму этих цифр: 3+2=5.
45 * 11=495
Между цифрами 4 и 5 вписываем сумму этих цифр: 4+5=9.

Таким образом, при умножении числа на 11 можно применить ***два способа вычислений.***

1. Представим число 11 в виде суммы двух слагаемых (10 + 1) и решим:

$24 \cdot 11 = 24 \cdot (10 + 1) = 240 + 24 = 264$

2. Когда сумма цифр множимого меньше 10, то в произведении цифры множимого как бы раздвигаем и между ними вписываем сумму цифр множимого:

$(2 + 4 = 6)$, $24 \cdot 11 = 264$

Данный прием будет справедлив для каждого аналогичного случая.

Учащиеся сначала пользуются данным приемом, а затем проверяют результат, выполняя вычисление письменно.

2. Умножение трехзначного числа на 11.

$236 \cdot 11 = 2596$

1. Цифру сотен множимого переносим в произведение в качестве цифры тысяч (2).

2. Цифру десятков множимого складываем с цифрой его сотен (3 + 2 = 5) и берем эту сумму в качестве сотен произведения.

3. Цифру единиц складываем с цифрой десятков множимого (3 + 6 = 9) и ставим эту сумму на месте десятков произведения.

4. Берем в качестве единиц произведения единицы множимого (6). Ясно, что этот способ можно применять, если сумма цифр и десятков, а также сумма цифр десятков и единиц меньше 10.

Например:

345 х 11 = 3450 + 345 = 3795;

4215 х 11 = 42150 + 4215 = 46365.

3. Умножение трехзначного числа на 101.

125 * 101=12625

Прием: *увеличиваем первый множитель на число его сотен и приписываем к нему справа две последние цифры первого множителя.*

125+1=126

12625

348 * 101

348+3=351

35148

Этот прием дети легко усваивают при записи вычисления в столбик.

Учащиеся, так же как и в первом случае, сначала пользуются приемом, а затем проверяют результат, выполняя вычисления письменно.

4. *Умножение чисел на 111 ,1111 , 11111 и т. д*.

Кто знает, как умножать на 11, может легко умножать на 111. Рассмотрим примеры. Если сумма цифр меньше 10, то легко умножать на 111, 1111 и т.д.

Примеры:

32 х 111 = 3 (3+2) (3+2) 2 = 3552;

45 х 111 = 4 (4+5) (4+5) 5 = 4995;

26 х 1111 = 2 (2+6) (2+6) (2+6) 6 = 28 886;

52 х 1111 = 5 (5+2) (5+2) (5+2) 2 = 57 772.

Чтобы двузначное число умножить на 111, 1111 и т.д., надо мысленно цифры этого числа раздвинуть на два, три и т.д. шага, сложить цифры и записать соответствующее количество раз их сумму между раздвинутыми числами.

42 х 111 111 = 4 (4+2) (4+2) (4+2) (4+2) (4+2) 2 = 4666662.

***5. Умножение чисел на 37*.**

Прежде чем научиться устно умножать на 37, надо хорошо знать признак делимости и таблицу умножения на 3. Чтобы устно умножить число на 37, надо это число разделить на 3 и умножить на 111,

Примеры:

24 х 37 = (24:3) х 37 х 3 = 8 х 111 = 888;   18 х 37 = 18 : 3 х 111 = 6 х 111 = 666.

6. Сложение чисел, близких друг к другу по величине.

43 + 38 + 39 + 45 + 41 + 39 + 42 = 287

43 = 40 + 3

38 = 40 – 2

39 = 40 – 1   40 · 7 =280

3 – 2 – 1 + 5 + 1 – 1 + 2 = 7

280 + 7 = 287

45 = 40 + 5

41 = 40 + 1

39 = 40 – 1

42 = 40 + 2

7. Последовательность натуральных чисел обладает замечательным свойствам: в порядке их следования натуральные числа можно разбить на пары равных сумм.

1+2=3

4+5+6=7+8

9+10+11+12=13+14+15

Задание.

Попробуйте найти девять последовательных чисел, чтобы сумма первых пяти чисел равнялась сумме последующих четырех.

Ответ: 16+17+18+19+20=21+22+23+24.

Быстрый арифметический счет

Таблица умножения на пальцах на 6,7,8,9

Когда у вас под рукой нет тетрадки и калькулятора, обратите внимание на саму руку – на ней есть пальцы.

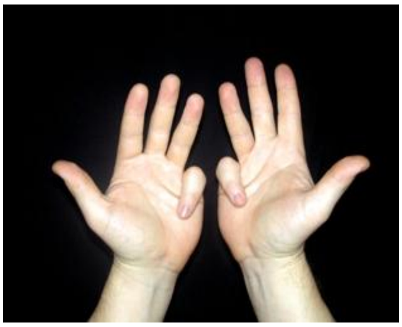
Спешу предупредить, что метод рассказывает об умножении чисел 6, 7, 8, 9. По умолчанию предполагается, что умножать до пяти вы умеете.

Итак, ***правила счёта:***

Один загнутый палец – это число 6, два пальца – 7, три пальца – число 8, четыре пальца – число 9.

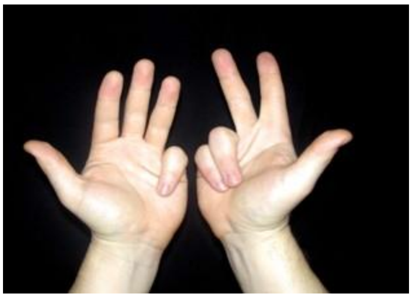
Примеры:

Умножаем 6х6. Загибаем по пальцу на обеих руках.



Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 4х4=16. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 20. 20+16=36. Итого 6х6=36

Умножаем 6х7.



Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 4х3=12. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 30. 30+12=42. Итого 6х7=42

Умножаем 7х7

Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 3х3=9. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 40. 40+9=49. Итого 7х7=49

Умножаем 7х8

Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 3х2=6. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 50. 50+6=56. Итого 7х8=56

Умножаем 8х8

Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 2х2=4. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 60. 60+4=42. Итого 8х8=64

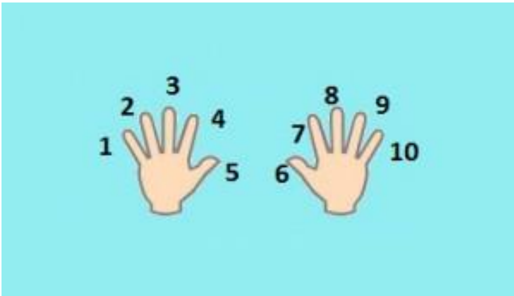
Умножаем 8х9

И умножаем 9х9

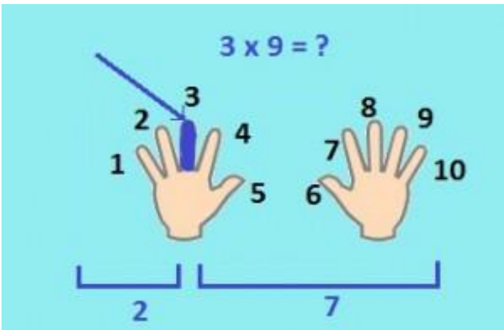
Не согнутые пальцы умножаем друг на друга. 1x1=1. Согнутые принимаем за десятки, и складываем. Это 80. 80+1=81.
Итого 9x9=81

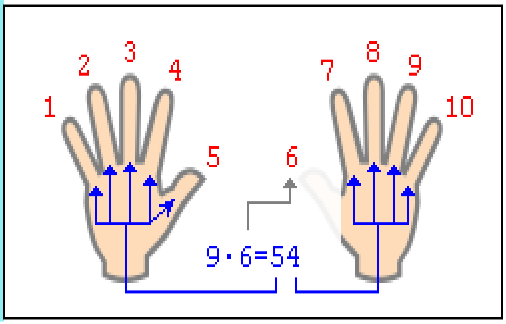
Следующий метод подходит для заучивания ***правил умножения на девять.***

Итак, всё, что понадобится — это десять пальцев рук. Положите ладони на стол. Мысленно дайте каждому пальцу, начиная от мизинца левой руки и заканчивая мизинцем правой, свой номер от 1 до 10.
Вот так:



Допустим, нам надо умножить 3 на 9. Чтобы вычислить ответ, надо найти палец под номером 3 и поднять его. А затем посмотреть, сколько пальцев осталось лежать справа и слева. Количество пальцев слева от поднятого пальца (в нашем случае их 2) — это десятки, количество пальцев справа (у нас это 7) — это единицы. Итого, получаем — 2 и 7, то есть 27.





Практическое занятие 3. Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции

Решение задач.

1. Прочитай задачу.

Одна обезьяна съела 8 бананов, вторая – 24, третья 16, а четвёртая 9. Сколько бананов съели две обезьяны?

Обозначь номерами 1, 2, 3, 4 и запиши возможные варианты выбора двух обезьян.

______ и ______   ______ и ______

______ и ______   ______ и ______

______ и ______   ______ и _______

Ответь на вопросы задачи:

а) Сколько бананов съели первая и вторая обезьяны?

б) Сколько бананов съели первая и третья обезьяны?

в) Сколько бананов съели первая и четвёртая обезьяны?

г) Сколько бананов съели вторая и третья обезьяны?

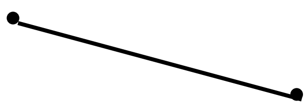
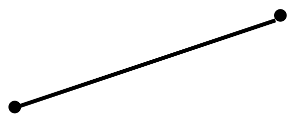
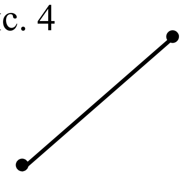
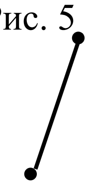
д) Сколько бананов съели вторая и четвёртая обезьяны?

е) Сколько бананов съели третья и четвёртая обезьяны?

2. Прочитай задачу.

Сколько можно обозначить отрезков, используя буквы A, B, C, D так, чтобы среди не было отрезков, обозначенных одинаковыми буквами?

О бозначь отрезки буквами на каждом рисунке и запиши, сколько получится отрезков, соответствующих условию.

Рис. 1 	Рис. 2 	Рис. 3 
Рис. 4 	Рис. 5 	Рис. 6 

3. У Ани есть сказки А. С. Пушкина (П), Г. Х. Андерсена (А), братьев Гримм (Г) и К. Чуковского (Ч). Девочка взяла на урок чтения книги двух различных авторов. Книги каких авторов Аня могла взять на урок?

4. В школьном конкурсе чтецов приняли участие Маша (М), Рита (Р), Серёжа (С), Надя (Н) и Петя (П). Двое из ребят были награждены грамотами. Кто из детей мог получить грамоты?

5. Как можно разместить на скамейке Настю (Н), Таню (Т), Мишу (М) и Серёжу (С), чтобы мальчики (м) и девочки (д) чередовались?

6. Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 2, 7, 9, если цифры в этих числах могут повторяться?
7. Коля решил в воскресенье навестить бабушку (Б), своего друга Петю (П) и старшего брата Володю (В). В каком порядке он может организовать визиты?
8. У клоуна четыре берета: Красный (К), чёрный (Ч), жёлтый (Ж), зелёный (З) и три рубашки: клетчатая (1), полосатая (2), в горошек (3). Сможет ли клоун в течение двух недель надевать каждый день разные комплекты «берет – рубашка»?
9. Сколько различных трёхзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 7, 9, если цифры в этих числах могут повторяться?
10. Для участия в концерте нужны двое ведущих (мальчик и девочка). На роль ведущих претендуют Миша (М), Коля (К), Серёжа (С), Надя (Н), Рита (Р), Лена (Л) и Вера (В). Какие варианты пар ведущих возможны?

Практическое занятие 4. Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции

Задания на восстановление чисел и цифр в арифметических записях.

Использование заданий многоуровневого характера в виде компетентностно–ориентированных заданий, упражнений типа «Восстанови число», «Зашифрованные действия», «Числовые ребусы», активных форм организации учебного процесса «Практикум» и методов взаимодействия, обеспечивает формирование предметной компетентности как фактор личностного саморазвития и самоопределения младшего школьника.

Цель:
1. обучающая: выявить и обосновать особенности восстановления чисел и цифр в арифметических записях;
2. развивающая: развивать логическое мышление, речь;
3. воспитательная: содействие воспитанию самостоятельности, познавательной активности.

Проблема*:* как восстановить числа и цифры в арифметических записях?
Исследовать: различные задания многоуровневого характера в виде упражнений типа «Восстанови число», «Числовые ребусы», «Зашифрованные действия»

Подготовительная работа
1. Запиши цифрами и подчеркни одной чертой класс единиц, двумя - класс тысяч тремя - класс миллионов: 3.007.009; 9.050; 20.700.000;
2. Запиши и разложи число на разрядные слагаемые: 9.000.005.20

3. Запиши и найди сумму трёх слагаемых, из которых первое - 2 миллиона, а каждое следующее на 100 больше (Ответ: 2.000.000 + 2.000.100 +2.000.200 = 6.000.300)
4. Разложи число на удобные слагаемые (или 1 или 2 слагаемое разложить): 86 + 38 = (Например, 86 +(4 + 34) = 124)
5. Разложи число на удобные множители (или 1 или 2 множитель разложить): 35· 18 = (Например, 35 · (2 · 9) = 630)
6. Делимое 1000, делитель 100, найди частное. (10)

Работа по восстановлению чисел. Упражнение «Восстанови число»

После выполнения сложения и вычитания на доске были стёрты некоторые цифры, вследствие чего остались следующие записи:
Модель рассуждения. Пошаговая инструкция: переписываем условия примеров в тетрадь, заменяя знаки вопроса точками. Получим две записи.

_. . . 4 3
+5 2 9 . 4 4 1 8 5 .
. 3 8 0 2
1 8 1 . 9
. 1 . 4 3 .

Постепенно вместо точек вписываем нужные цифры, а в конце делаем проверку. Задача состоит в том, чтобы не случайным подбором, а при помощи рассуждений найти эти цифры. Рассмотрим решение первого примера.

Складываем единицы: 7 + 4 + 2=13, значит, у суммы число единиц 3, один десяток замечаем.

Так как цифра десятков у суммы равна 3, а 1 + 8 + 0 = 9, то у второго слагаемого цифра десятков должна быть 4, ибо только 9+4= 13.

Рассмотрим цифры сотен. Одна сотня замечена, и у двух слагаемых цифры сотен известны, а должны получить число, оканчивающееся цифрой 4, но 1+9 + 8=18, значит, цифра сотен у первого слагаемого 6.

Рассуждая таким же образом, найдем, что цифра тысяч у суммы 3, цифра десятков тысяч у третьего слагаемого 2, а у суммы цифра сотен тысяч 1. Следовательно, первоначальная запись имела вид:

3 6 6 8 7
\+ 5 2 9 4 4
2 3 8 0 2
1 1 3 4 3 3

Приведем решение второго примера. Возможны два способа решения примеров на вычитание.

Мы знаем, что разность, сложенная с вычитаемым, дает уменьшаемое, поэтому пример на вычитание можно решать так же, как и пример на сложение. Но можно рассуждать и иначе.

Чтобы получить у разности цифру единиц 9, надо из 13 вычесть 4, значит, цифра единиц у вычитаемого 4, при этом у числа десятков уменьшаемого занята единица.

Так как из 3 десятков нельзя вычесть 5 десятков, занимаем 1 сотню. В сотне 10 десятков да 3 десятка у уменьшаемого, всего 13 десятков. Из 13 десятков вычтем 5 десятков, получим цифру десятков разности 8.

Чтобы цифра сотен разности была 1, надо 8 вычесть из 9, но так как была занята еще 1 сотня, то у уменьшаемого цифра сотен 0, причем занята 1 тысяча.

Рассуждая так же и дальше, мы получим, что у уменьшаемого цифра тысяч 0, а цифра десятков тысяч 6.

Следовательно, первоначальная запись имела вид:

$$
\begin{array}{r}
-\,60043 \\
\underline{41854} \\
18189
\end{array}
$$

При решении многих примеров на восстановление первоначальной записи при умножении надо проявить сообразительность и смекалку. Пусть требуется восстановить цифры в примере:

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & & ? & ? & ? \\
 & & & \times & 3 & 2 & ? \\
\hline
 & & & ? & 7 & ? & 2 \\
 & & & 8 & ? & ? & \\
+ & ? & ? & ? & 4 & & \\
\hline
 & ? & ? & ? & 6 & ? & ?
\end{array}
$$

Здесь уже труднее догадаться, какие цифры можно и нужно определить вначале. Следует внимательно изучить весь пример, чтобы сообразить, что легко можно найти последнюю и первую цифры множимого.

При умножении множимого на 2 получим трехзначное число, содержащее 8 сотен, что может быть лишь тогда, когда множимое содержит 4 сотни.

При умножении множимого на 3 получаем произведение, у которого число единиц равно 4, а это значит, что на 3 умножалось число 8, Значит, множимое имеет вид: 4 ? 8.

Чтобы найти число десятков у множимого, рассмотрим четвертую строку: 8 ? ?. Средняя цифра либо 5, либо 4, так как 7 + 4=11. Но при умножении 4 ? 8 на 2 Мы получим число вида 8 ? 6, причем средняя цифра будет нечетной, так как 8 х 2=16. Следовательно, средняя цифра в четвертой строке 5, и тогда множимое равно 428.

Последняя цифра множителя либо 9, либо 4. Но при проверке обнаруживаем, что 9 не подходит, искомая цифра единиц множителя 4.

Восстановить остальные цифры примера теперь уже легко. Получим запись:

Путем последовательных рассуждений решаются и примеры на восстановление цифр при делении.

Пусть требуется восстановить цифры в таком примере;

На первый взгляд кажется, что деление нельзя восстановить, зная только одну цифру. Но не будем торопиться, подумаем.

Так как при умножении делителя на 8 получаем трехзначное число, а при умножении на две другие цифры частного получаем четырехзначные числа, то обе крайние цифры частного должны быть больше 8, то есть обе они равны 9. Значит, частное равно 989.

Найдем теперь делитель. Это трехзначное число, которое при умножении на 9 дает четырехзначное число», поэтому делитель больше, чем 999 : 9= 111.

Но при умножении на 8 получим трехзначное число, причем цифра сотен не больше 8, ибо при вычитании этого трехзначного числа (смотри третью и четвертую строки) мы должны получить разность, начинающуюся самое малое цифрой 1, а у уменьшаемого число сотен не может быть больше, чем 9. Таким образом, делитель должен быть не больше, чем 899 : 8=112 (в остатке 3).

Следовательно; делитель больше, чем 111, но не больше, чем 112, то есть это будет число 112.

Зная делитель и частное, легко восстановить вторую, четвертую и шестую строки, а так как при делении остатка нет, то и пятую строку, такую же, как и шестую. Получим запись вида:

Складывая 100 и 896, найдем третью строку 996, а прибавив 99 к числу 1008, найдем первые четыре цифры делимого. Последние две цифры делимого, которые при делении сносились, мы уже нашли.

Упражнение «Зашифрованные действия»

Выполни исследование и ответь на проблемный вопрос.

- Как восстановить зашифрованные цифры, обозначенные буквами.

Модель рассуждения.

Пошаговая инструкция: переписываем условия примеров в тетрадь, заменяя все буквы точками. Постепенно вместо точек будем писать найденные цифры, пока не восстановим всю запись примера. Но не подбираем случайные цифры, а находим их рассуждениями. Рассмотрим пример:

Упражнение «Числовые ребусы»

Выполни исследование и ответь на проблемный вопрос.

- Как восстановить зашифрованные цифры, в которых одновременно зашифровано несколько действий.

Рассмотрим пример:

Условие: одинаковые цифры обозначены одинаковыми буквами, а разным цифрам соответствуют разные буквы.

Модель рассуждения:

Между зашифрованными числами поставлены математические знаки, показывающие, какие действия надо выполнить по столбикам сверху вниз и по строкам слева направо. Результат действий по столбикам записан в том же столбике под чертой, а результат действий по строкам записан на той же строке после знака равенства.

Решать числовые ребусы нужно, как и предыдущие примеры, не случайным подбором, а логически, путем рассуждений.

Как же восстановить цифры в приведенном выше] примере, чтобы точно выполнялись все указанные здесь действия?

Заготовим схематическую запись примера (заменяя все буквы точками), в которой постепенно будем расставлять найденные цифры. Одновременно выпишем в строку (или в столбик) все десять цифр, против которых будем записывать соответствующие им в этом числовом ребусе буквы. Получим записи:

Изучим внимательно условие примера. Рассматривая первый столбик (или второй), мы видим, что при вычитании из цифры У цифры Г получается цифра У, значит, буквой Г обозначена цифра 0 (для краткости будем записывать так: Г = 0).

В первой строке складываются два трехзначных числа, а их сумма есть число четырехзначное, что может быть лишь тогда, когда И=1, так как сумма двух трехзначных чисел (меньших 1000) всегда меньше 2000. Расставим найденные значения двух букв в схематическую запись примера, получим:

В первой строке записано, что при прибавлении к трехзначному числу числа, большего 100, получим число, большее, чем. 1100, следовательно, первое слагаемое больше 900, то есть А = 9. Можно рассуждать и иначе: чтобы найти первое слагаемое, мы можем из 1 1 .. вычесть 1 .., тогда ясно, что А=9. Запишем это значение А в нашу схему,

Рассмотрим последний столбик. Если число П П 9 умножить на цифру Е, то получим число 1 1 Т Е, оканчивающееся тоже цифрой Е, что может быть лишь тогда, когда Е = 5 (Е не равно нулю). Это легко проверить хотя бы по таблице умножения на 9.

Теперь уже получили такую запись;

Если число 1 1 . 5 делить на число 5, то получим число, у которого цифра сотен равна 2, то есть П = 2. Умножая 229 на 5, найдем, что Т = 4.

Получив числовое значение той или иной буквы, вписываем его в схематическую запись и внимательно изучаем одновременно и условие примера и эту запись:

Из записи вычитания в первом столбике легко найти, что число сотен у вычитаемого равно 6, значит, Н = 6, а после записи значения Н во второй столбец получим, что буква О заменяет цифру 3. (Значение буквы О можно получить и из второй строки, если разделить 650 на 5.)

Итак, получили:

Остались нерасшифрованными две буквы У и 3, для которых возможны лишь два значения цифр: 7 и 8. Из последней строки видно, что при вычитании из 2 9 числа 6 . занимали один десяток, значит, цифра, соответствующая букве 3, больше, чем цифра, соответствующая 1 букве У, следовательно, У = 7; 3 = 8.

Зашифрованная запись приобрела вид:

Проверка по строкам и по столбцам показывает, что числовой ребус решен верно. Нередко вместо цифр буквы подбирают так, что при расположении их в определенном порядке получается некоторое слово. Например, в решенном нами ребусе расположим буквы в порядке возрастания соответствующих им цифр, начиная с нуля

Практическое занятие 5. Логические задачи с геометрическим содержанием

Решите задачи.

1. Спортсмен прыгает с трамплина в воду. Сначала трамплин подбрасывает его
вверх на 1 м. Затем он летит вниз на 6 м и, выныривая, поднимается на
2 м до поверхности воды. На какой высоте над водой находиться трамплин?
2. Ивану-царевичу необходимо достать молодильные яблоки, которые

растут за прудом прямоугольной формы. Длина и ширина пруда вместе составляют 28 м. Какова длина пруда, если она в 3 раза больше, чем его ширина?

3. Маша обшивает маленькую квадратную салфетку тесьмой по краю за 1 ч. Сколько часов понадобиться ей, чтобы обшить большую квадратную салфетку, площадь которой в 4 раза больше?

4. Максим согнул из куска проволоки квадрат со стороны 9 см. Затем разогнул проволоку и согнул из неё треугольник с равными сторонами. Какова длина стороны треугольника?

5. Мама и папа делают ремонт. Им нужно оклеить бордюром 2 комнаты. Бордюр клеят по периметру комнат. Одна комната квадратная, длина её 4 м 50 см. Бордюр для второй комнаты обошёлся дороже на 15 денежных единиц. Сколько стоит бордюр для обеих комнат?

6. Периметр треугольника 137 м. Две его стороны в сумме составляют 100 м, а их разность - 12 м. Найдите длину сторон этого треугольника.

7. Деревянный кубик распилили на одинаковые кубики, как показано на рисунки. Сколько получилось маленьких кубиков?

8. На рисунке изображены большая и маленькая фигуры, склеенные из кубиков. Можно ли из маленьких фигур составить большую?

9. Линия, соединяющая две вершины четырёхугольника периметром 33 см, делит его на два треугольника периметрами 23 и 32 см. Чему равна длина этой линии? (Такая линия называется диагональю четырёхугольника.)

10. Коля разрезал квадратный лист бумаги со стороной 8 см на два прямоугольника. Периметр одного из этих прямоугольников равен 22 см. Чему равны площадь и периметр другого?

11. Петя согнул из проволоки два квадрата. Когда он приложил их друг к другу, то получился прямоугольник, большая сторона которого равна 8 дм. Сколько проволоки израсходовал Петя на квадраты?

12. Пять маленьких поварят решили разделить между собой большую прямоугольную шоколадку. Но она упала на пол, и когда они развернули её, то увидели, что шоколадка разбилась на 7 кусков. Николай съел самый большой кусок. Света и Маша съели одно и то же количество шоколада, но Света съела 3 куска, а Маша - только 1 кусок. Белла съела 1/7 часть целой шоколадки, и Катя съела всё остальное. Какой кусок шоколадки достался Кате?

13. Какое наибольшее число кусков можно получить, сделав 3 разреза круглого торта?

14. Сколько существует различных прямоугольников, сумма сторон которых равна 14 см, а длины сторон выражены в сантиметрах?
15. Сколько существует различных прямоугольников, площадь которых равна 24 кв. см, а длины сторон выражены в сантиметрах?
16. На столе лежат пятиугольники и прямоугольники. Известно, что всего у них 27 вершин. Сколько прямоугольников на столе?
17. У одного математика было квадратное окно, высота которого от пола до потолка была 2 м, а ширина от одной стороны до другой тоже 2 м. Математик решил, что в комнате чересчур светло. Он загородил половину окна, но при этом у него снова осталось квадратное окно, размеры которого от пола до потолка и от одной стены до другой остались 2 м. Как это могло получиться?
18** После семи одинаковых стирок все размеры куска хозяйственного мыла уменьшились в два раза. На сколько таких стирок его ещё хватит?
19** Маше показали несколько бумажных фигур(А) - (Е) и предложили склеить из одной из них кубик с отрезанным уголком. Из какой фигуры это можно сделать?
20. На сторонах бумажного кубика нужно написать цифры 1, 2 или 3, причём цифры на противоположных сторонах одинаковые. Васе предложили 3 фигуры с уже написанными цифрами. Из какой фигуры можно склеить нужный кубик?
21. Домик Кролика нарисован 4 раза, а домик Пятачка только 1 раз. Какой из них домик Пятачка?
22. В каждой клетке доски 5 х 5 сидел Жук. Затем каждый жук переполз на соседнюю клетку. (Соседними считаются клетки доски, имеющие общую сторону). Докажите, что хотя бы одна клетка осталась свободной.

Практическое занятие 6. Логические задачи, связанные с величинами

Решите задачи.

Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части- 9 и 15 кг?

Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты имеют одинаковую массу). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одинаковы по массе). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

Имеются чашечные весы без гирь и 9 одинаковых по внешнему виду монет, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одинаковы по массе). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету?

Как тремя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти одну более легкую (фальшивую) монету из 20 монет?

Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одинаковы по массе). Сколько надо взвешиваний, чтобы определит фальшивую монету? Сколько надо взвешиваний, чтобы узнать, тяжелее или легче настоящей фальшивая монета?

Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одинаковы по массе). За 2 взвешивания определите фальшивую монету.

Имеются чашечные весы без гирь и 4 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одинаковы по массе). За 3 взвешивания определите фальшивую монету и узнайте, тяжелее или легче она настоящей.

Имеются чашечные весы без гирь и 9 одинаковых по внешнему виду монет. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одинаковы по массе). Как за 3 взвешивания определить фальшивую монету?

В корзине лежит 3 яблока. Имеются весы, с помощью которых можно узнать общую массу любых двух яблок. Как за 3 взвешивания узнать общую массу всех яблок?

У хозяйки есть рычажные весы и гиря на 100 г. Как за 3 взвешивания она может отвесить 700 г крупы?

Из набора гирек на 1,2, …, 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?

Золотоискатель Джек добыл 9 кг золотого песка. Сможет ли он за три взвешивания отмерить 2 кг песка с помощью чашечных весов, используя две гири- на 200 г и 50 г?

Имеются три мешка с монетами, в двух из них настоящие монеты массой по 10 г каждая, а в одном - фальшивые монеты массой по 9 г каждая. Есть весы, показывающие общую массу положенных на них монет. Как с помощью одного взвешивания найти, в каком мешке фальшивые монеты, если из любого мешка можно брать любое число монет для взвешивания?

Лиса Алиса и кот Базилио – фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса- легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна- фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету- кот Базилио или лиса Алиса?

Есть монеты номиналом 1, 3, 5, 10, 20 и 50 денежных единиц. Какие 8 монет нужно взять, чтобы с их помощью можно было без сдачи заплатить любую сумму от 1 до 100 денежных единиц?

Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря массой 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы? (*Замечание.* Если на одной чашке неправильных весов гиря массой 1 кг, на другой некоторое количество крупы и весы в равновесии, то масса крупы и весы в равновесии, то масса крупы будет или меньше, или больше 1 кг.)

Как с помощью 5-литровой кастрюли и 3-литровой банки налить из водопроводного крана в ведро 1 л воды?

Как с помощью двух бидонов ёмкостью 17 и 5 л отлить из молочной цистерны 13 л молока?

Как с помощью 7-литрового ведра и 3-литровой банки налить в кастрюлю 5 л воды?

Имеются два сосуда ёмкостью 9 л и 4 л. Как с помощью этих сосудов набрать из цистерны 6 л жидкости?

Есть два типа песочных часов. Первые часы отмеряют 6 мин, вторые- 2 мин. Как с их помощью отмерить 10 мин, чтобы сварить яйцо вкрутую?

3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Материалы к зачету по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников». Теоретическая часть

1. Особенности мышления младших школьников. Понятие и сущность логического мышления в педагогике, психологии и математике.
2. Основные операции логического мышления (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию) и их формирование у детей младшего школьного возраста.
3. Методы решения логических задач (матричный метод, метод графов и другие).
4. Логические задачи в первом классе (на выделение признаков у одного или нескольких объектов; на прямое распределение признаков; на распределение с использованием отрицания какого-то из признаков; на изменение признака; трансформирование заданий в другую графическую модель или алгоритмическую схему; поиск недостающей фигуры).
5. Логические задачи, связанные с числами.
6. Интересные приемы устных и письменных вычислений. Особенности быстрого арифметического счета. Старинные способы вычисления на пальцах.
7. Сложение нескольких последовательных чисел натурального ряда. Логические задачи, связанные со счетом.
8. Арифметические закономерности. Задания на восстановление чисел и цифр в арифметических записях. Волшебные квадраты. Арифметические фокусы. Арифметические игры и головоломки.
9. Логические задачи, связанные с дробями.
10. Делимость. Различные способы деления. Определение числа по остатку. Логические задачи на делимость чисел.
11. Пропорция и ее основное свойство. Практическое применение пропорций и отношений. Логические задачи с использованием пропорций.
12. Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги; на определение закономерностей. Задачи на разрезание. Комбинаторная геометрия.
13. Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников. Простейшие логические задачи прикладного характера.

14. Старинные меры длины, площади, объема. Возникновение современной системы мер длины, площади, объема. Нахождение площадей различных земельных участков. Решение задач на нахождение площадей.
15. Измерение сыпучих тел. Измерение объема жидкости. Единицы измерения сыпучих и жидких тел. Логические задачи с практическим содержанием.
16. Старинные меры массы. Возникновение современной системы мер массы. Задачи с практическим содержанием на нахождение массы тела. Метрическая система мер. Логические задачи с практическим содержанием.
17. Логические задачи на сравнение вычислений в различных системах мер. Логические задачи с практическим содержанием.
18. Меры времени различных народов. Математические задачи с использованием циферблата часов. Календари различных народов. Часы – календарь. Логические задачи с практическим содержанием.
19. 19.Денежные системы мер различных народов. Современные денежные единицы. Решение задач с использованием различных денежных единиц. Логические задачи с практическим содержанием.

Практическая часть (примерные задания)

1. В магазин привезли 4 одинаковые коробки: в первой – апельсины, во второй – яблоки, в третьей – мандарины, в четвертой – вишни. В какой коробке наибольшее число плодов?
2. Кузнец делает 4 удара за 12 с. Сколько ему нужно времени, чтобы сделать 8 ударов?
3. За 2 груши дают 5 слив, а за 10 слов – 7 мандаринов. Сколько мандаринов дадут за 8 груш?
4. Расстояние между двумя пристанями 120 км. За какое время катер пройдет это расстояние туда и обратно, если скорость катера в стоячей воде 16 км/ч, а скорость течения реки 4 км/ч?
5. Библиотеке нужно переплести 1800 книг. Первая мастерская может выполнить эту работу за 3 дня, вторая – за 6 дней. За сколько дней переплетут книги мастерские, работая вместе?
6. Как, имея кувшины объемом 3 л и 5 л, набрать из крана 4 л воды?
7. Если к половине возраста отца прибавить 7, то получится столько лет, сколько было отцу 12 лет назад. Каков возраст отца?

8. Сколько можно составить трехзначных чисел, сумма цифр которых равна 3?
9. Федя всегда говорит правду, а Эдик всегда лжет. Какой вопрос надо задать мальчикам, чтобы получить одинаковый ответ?
10. Можно ли треугольник разрезать на 3 четырехугольника? Если да, то сделай рисунок.
11. Трое школьников провели шахматный турнир в один круг. Всего они сыграли 3 партии. Сколько партий сыграл каждый?
12. Коля и Вася живут в одном доме: Коля – на шестом этаже, Вася – на втором. Вася, поднимаясь к себе домой, проходит 20 ступенек. Сколько ступенек должен пройти Коля, поднимаясь по лестнице на свой этаж?
13. Дети решили разместить вокруг квадратной клумбы 14 красивых камешков так, чтобы вдоль каждой стороны было одинаковое количество камешков. Как это сделать?
14. Тима и Гена ловили рыбу. Тима поймал на 9 рыб меньше Гены, а Гена – в 4 раза больше Тимы. Сколько рыб поймал каждый мальчик?
15. Расстояние между городами 180 км. Одновременно из города со скоростью 70 км/ч выезжает мотоциклист, а из другого навстречу ему со скоростью 20 км/ч – велосипедист. Через какое время они встретятся?
16. К бассейну подведены 4 трубы. Первая может наполнить бассейн за 2 ч, вторая – за 3 ч, третья – за 4 ч, а четвертая может освободить полный бассейн от воды за 12 ч. За какое время наполнится бассейн, если 4 трубы будут работать одновременно?
17. Как с помощью чашечных весов и гири в 1 кг за 3 взвешивания отвесить 7 кг сахара?
18. Аня и Катя – сестры. Вместе им 12 лет. Аня на 10 лет старше своей сестры. Сколько лет каждой девочке?
19. Сумма цифр пятизначного числа равна 4. Чему равно произведение цифр этого числа?
20. Сложи два квадрата из семи палочек.
21. Ваня вернулся из похода в 7 ч вечера очень уставшим. Он решил хорошо выспаться, поставил механический будильник на 8 ч утра и лег спать. Сколько часов проспит Ваня?

4.ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

Программа учебной дисциплины

КОНТРОЛЬНЫЙ

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
________________ В.В.Шлыков
« 20 » 06 ________ г.
Регистрационный № УД-27-02-41-2016/уч.

**ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ
МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ**

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине (по выбору студента)
для специальности 1 - 01 02 01 Начальное образование

2016 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1 – 01 02 01 – 2013г. и учебного плана № 151-2013/у

СОСТАВИТЕЛИ:
Г.Л.Муравьева – доцент, кандидат педагогических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:
Кафедрой естественнонаучных дисциплин
(протокол № 9 от 21.04.2016г.)

Заведующий кафедрой
_____________ Г.Л. Муравьева

Советом факультета начального образования
(протокол № 9 от 05.05.2016г.)

Председатель
_____________ И.В. Жданович

Оформление учебной программы
и сопровождающих материалов
действующим требованиям
Министерства образования
Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического управления БГПУ

_____________ С.А.Стародуб

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» представляет собой неотъемлемую составную часть фундаментальной подготовки будущих учителей начальных классов. В данной учебной дисциплине рассматриваются основные вопросы, связанные с особенностями логического мышления младших школьников, понятие и сущность логического мышления в педагогике и психологии, основные операции логического мышления и их формирование у детей младшего школьного возраста.

Содержание данной учебной дисциплины тесно связано с такими приложениями математики, как «комбинаторика», «элементы математической логики», с которыми будущим учителям непременно придется столкнуться в своей профессиональной деятельности.

Программа предусматривает, что учебная дисциплина наряду с теоретическим материалом должна содержать достаточное количество иллюстрирующих примеров и задач.

Связь с другими дисциплинами: при изучении дисциплины «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» необходимо:

- прослеживать связи между дисциплинами «Математика», «Методика преподавания математики и практикум по решению задач» и «Актуальные проблемы методики преподавания (математика)»;
- использовать знания, полученные по таким дисциплинам, как «Педагогика», «Психология», «Математика», Методика преподавания математики и практикум по решению задач» и «Актуальные проблемы методики преподавания (математика)»;
- при изложении дисциплины «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» необходимо знакомить студентов с различными методиками обучения решению задач.

Цель учебной дисциплины: сформировать у студентов интерес к математике как науке и с помощью соответствующих заданий развивать логическое мышление, пространственное воображение, познавательную и творческую активность, а также математические способности и внутреннюю мотивацию к предмету.

Задачи учебной дисциплины:

- познакомить с основными понятиями, фактами и историческими сведениями теории;

- сформировать представления об основные операциях логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, абстрагирование, конкретизация;
- познакомить с основными видами логических задач;
- научить практически решать логические задачи.

Изучение учебной дисциплины «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» должно обеспечить формирование у студентов академических, социально-личностных и профессиональных компетенций.

Требования к академическим компетенциям

Студент должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть методами научно-педагогического исследования.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

– АК-10. Уметь регулировать взаимодействия в образовательном процессе.

Требования к социально-личностным компетенциям

Студент должен:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

СЛК-7. Быть способным осуществлять самообразование и совершенствовать профессиональную деятельность.

Требования к профессиональным компетенциям

Студент должен:

Обучающая деятельность

ПК-1. Управлять учебно-познавательной, научно-исследовательской деятельностью обучающихся.

ПК-2. Использовать оптимальные методы, формы, средства обучения.

ПК-3. Организовывать и проводить учебные занятия различных видов.

ПК-4. Организовывать самостоятельную работу обучающихся.
Развивающая деятельность
ПК-11. Развивать учебные возможности и способности обучающихся на основе системной педагогической диагностики.
ПК-12. Развивать навыки самостоятельной работы обучающихся с учебной, справочной, научной литературой и др. источниками информации.
ПК-13. Организовывать и проводить коррекционно-педагогическую деятельность с обучающимися.
ПК-14. Предупреждать и преодолевать неуспеваемость обучающихся.
Ценностно-ориентационная деятельность
ПК-16. Оценивать учебные достижения обучающихся, а также уровни их воспитанности и развития.
ПК-17. Осуществлять профессиональное самообразование и самовоспитание с целью совершенствования профессиональной деятельности.
ПК-18. Организовать целостный образовательный процесс с учетом современных образовательных технологий и педагогических инноваций.
ПК-19. Анализировать и оценивать педагогические явления и события прошлого в свете современного научного знания.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **знать:**
основные понятия, факты и исторические сведения теории;
основные операции логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию;
основные виды логических задач;
основные способы решения логических задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **уметь:**
использовать основные понятия, факты и исторические сведения теории при обосновании различных способов решения логических задач;
использовать основные логические операции (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию) при решении логических задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **владеть:**
содержанием начального курса математики;
современными подходами в методике преподавания математики в 1-4 классах;
основными методическими приёмами обучения решению логических задач.
При чтении лекций возможно использование мультимедийного проектора, что может послужить для будущих учителей образцом объяснения нового

материала. Семинарские занятия направлены на формирование навыков практического решения логических задач. Методика их проведения должна содействовать развитию индивидуально-творческих способностей каждого студента и приобретению навыков самостоятельной работы. Контролируемая самостоятельная работа проводится в виде решения индивидуальных задач. Текущий контроль осуществляется при выполнении заданий на каждом занятии. В качестве итогового контроля рекомендуется проведение зачета.

Учебная дисциплина «Логические задачи в математическом образовании младших школьников» предназначена для специальности 1-01 02 01 Начальное образование. На изучение дисциплины на дневной форме получения образования на 4 курсе (7 семестр) отводится 58 часов (из них аудиторных – 34 часа: лекции – 18 часов (из них 2 часа – УСР), практические занятия – 16 часов (из них 4 часа - УСР), самостоятельная работа – 24 часа. Форма текущей аттестации – зачет (8 семестр).

На изучение дисциплины на заочной форме получения образования (полный срок обучении) 5 курс (9 семестр) отводится 8 аудиторных часов: 4 часа - лекции, 4 часа – практические занятия). Форма текущей аттестации – зачет (10 семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Теоретические основы развития логического мышления младших школьников

Особенности мышления младших школьников. Понятие и сущность логического мышления в педагогике, психологии и математике. Основные операции логического мышления (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию, абстрагирование, конкретизацию) и их формирование у детей младшего школьного возраста.

Методы решения логических задач (матричный метод, метод графов и другие).

2. Логические задачи в первом классе

Задания: на выделение признаков у одного или нескольких объектов; на прямое распределение признаков; на распределение с использованием отрицания какого-то из признаков; на изменение признака; трансформирование заданий в другую графическую модель или алгоритмическую схему; поиск недостающей фигуры.

3. Логические задачи, связанные с числами и вычислениями

Логические задачи, связанные с числами.

Интересные приемы устных и письменных вычислений. Особенности быстрого арифметического счета. Старинные способы вычисления на пальцах. Сложение нескольких последовательных чисел натурального ряда. Логические задачи, связанные со счетом. Арифметические закономерности. Задания на восстановление чисел и цифр в арифметических записях. Волшебные квадраты. Арифметические фокусы. Арифметические игры и головоломки.

Логические задачи, связанные с дробями.

4. Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции

Делимость. Различные способы деления. Определение числа по остатку. Логические задачи на делимость чисел.

Пропорция и ее основное свойство. Практическое применение пропорций и отношений. Логические задачи с использованием пропорций.

5. Логические задачи с геометрическим содержанием

Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги; на определение закономерностей. Задачи на разрезание. Комбинаторная геометрия.

Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников. Простейшие логические задачи прикладного характера.

6. Логические задачи, связанные с величинами

Старинные меры длины, площади, объема. Возникновение современной системы мер длины, площади, объема. Нахождение площадей различных земельных участков. Решение задач на нахождение площадей. Измерение сыпучих тел. Измерение объема жидкости. Единицы измерения сыпучих и жидких тел. Логические задачи с практическим содержанием.

Старинные меры массы. Возникновение современной системы мер массы. Задачи с практическим содержанием на нахождение массы тела. Метрическая система мер. Логические задачи на сравнение вычислений в различных системах мер. Логические задачи с практическим содержанием.

Меры времени различных народов. Математические задачи с использованием циферблата часов. Календари различных народов. Часы – календарь. Логические задачи с практическим содержанием.

Денежные системы мер различных народов. Современные денежные единицы. Решение задач с использованием различных денежных единиц. Логические задачи с практическим содержанием.

Учебно-методическая карта учебной дисциплины

(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Самостоятельная работа	Материальное ообеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные работы	Управляемая самостоятельная работа студента					
					Лекции	Практические занятия				
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
4 курс 7 семестр										
1.	**Теоретические основы развития логического мышления младших школьников**	**2**					**2**	Компьютерная презентация № 1	о. [1] с. 7-16, о. [6] с. 13-25; о. [10] с. 8-15	
2.	**Логические задачи в первом классе**	**2**	**2**				**2**			
2.1	Логические задачи в первом классе	2						Компьютерная презента	о. [1] с. 24-40, о. [6] с. 58-61; о.	

								ция № 2	[10] с. 17-19	
2.2	Логические задачи: на выделение признаков у одного или нескольких объектов; на прямое распределение признаков; на распределение с использованием отрицания какого-то из признаков; на изменение признака; трансформирование заданий в другую графическую модель или алгоритмическую схему; поиск недостающей фигуры.		2				2		о. [1] с. 24-40, о. [6] с. 58-61; о. [10] с. 17-19	Тестовые задания
3.	**Логические задачи, связанные с числами и вычислениями**	**2**	**2**				**4**			
3.1	Логические задачи, связанные с числами и вычислениями	2					2	Компьютерная презентация № 3	о. [2] с. 12-15, о. [6] с. 29-36; о. [10] с. 78-83	
3.2	Интересные приемы устных и письменных вычислений. Особенности быстрого арифметического счета. Старинные способы вычисления на пальцах. Сложение нескольких последовательных		2				2		о. [2] с. 12-15, о. [6] с. 29-36; о. [10] с. 78-83	

	чисел натурального ряда. Логические задачи, связанные со счетом. Арифметические закономерности. Задания на восстановление чисел и цифр в арифметических записях. Волшебные квадраты. Арифметические фокусы. Арифметические игры и головоломки. Логические задачи, связанные с дробями.									
4.	**Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции**	**2**	**4**		**2**		**4**			
4.1	Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции	2						Компьютерная презентация № 4	о. [2] с. 39-46, о. [5] с. 61-69; о. [9] с. 13-17	
4.2	Делимость. Различные способы деления. Определение числа по остатку. Логические задачи на делимость чисел.		2				2		о. [2] с. 39-46, о. [5] с. 61-69; о. [9] с. 13-17	Тестовые задания
4.3	Пропорция и ее основное свойство. Практическое применение пропорций и отношений.		2				2		о. [2] с. 39-46, о. [5] с. 61-69; о. [9] с. 13-17	Тестовые задания
4.4	Логические задачи с использованием пропорций.				2				о. [2] с. 39-46, о. [5] с.	Тестовые задания

									61-69; о. [9] с. 13-17	
5.	**Логические задачи с геометрическим содержанием**	**4**	**2**			**2**	**6**			
5.1	Логические задачи с геометрическим содержанием	2					2	Компьютерная презентация № 5	о. [1] с. 44-56, о. [5] с. 34-37; о. [19] с. 48-85	
5.2	Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников. Простейшие логические задачи прикладного характера.	2					2	Компьютерная презентация № 6	о. [1] с. 44-56, о. [5] с. 34-37; о. [19] с. 48-85	
5.3	Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги; на определение закономерностей. Задачи на разрезание. Комбинаторная геометрия. Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников. Простейшие логические задачи прикладного характера.		2				2		о. [1] с. 44-56, о. [5] с. 34-37; о. [19] с. 48-85	Тестовые задания

	Изготовление моделей простейших многогранников.					2			о. [1] с. 44-56, о. [5] с. 34-37; о. [19] с. 48-85	
6.	**Логические задачи, связанные с величинами**	**4**	**2**			**2**	**6**			
6.1	Логические задачи, связанные с величинами. Старинные меры длины, площади, объема. Возникновение современной системы мер длины, площади, объема. Нахождение площадей различных земельных участков. Решение задач на нахождение площадей. Измерение сыпучих тел. Измерение объема жидкости. Единицы измерения сыпучих и жидких тел. Логические задачи с практическим содержанием.	2					2	Компьютерная презентация № 7	о. [1] с. 77-86, о. [6] с. 83-85; о. [10] с. 61-62	
6.2	Старинные меры массы. Возникновение современной системы мер массы. Задачи с практическим содержанием на нахождение массы тела. Метрическая система мер. Логические задачи на сравнение вычислений в различных	2					2	Компьютерная презентация № 8	о. [1] с. 77-86, о. [6] с. 83-85; о. [10] с. 61-62	

	системах мер. Логические задачи с практическим содержанием.									
6.3	Меры времени различных народов. Математические задачи с использованием циферблата часов. Календари различных народов. Часы – календарь. Логические задачи с практическим содержанием.		2				2		о. [1] с. 77-86, о. [6] с. 83-85; о. [10] с. 61-62	
6.4	Денежные системы мер различных народов. Современные денежные единицы. Решение задач с использованием различных денежных единиц. Логические задачи с практическим содержанием.					2			о. [1] с. 77-86, о. [6] с. 83-85; о. [10] с. 61-62	Тестовые задания
7 семестр Зачет										
	Итого:	**16**	**12**		**2**	**4**	**24**			

Учебно-методическая карта учебной дисциплины

(заочная форма получения образования, полный срок получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов			обеспечение занятия (наглядные, методические	Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	еские (семинарские)	лабораторные работы			
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**8**	**9**	**10**
5 курс 9 семестр							
1.	Теоретические основы развития логического мышления младших школьников	1			Компьютерная презентация № 1	о. [1] с. 7-16, о. [6] с. 13-25; о. [10] с. 8-15	
2.	Логические задачи: на выделение признаков у одного или нескольких объектов; на прямое распределение признаков; на распределение с использованием отрицания какого-то из признаков; на изменение признака; трансформирование заданий в другую графическую модель или алгоритмическую схему; поиск недостающей фигуры.	1			Компьютерная презентация № 1	о. [1] с. 24-40, о. [6] с. 58-61; о. [10] с. 17-19	

3.	Логические задачи, связанные с числами и вычислениями		**1**		Компьютерная презентация № 3	о. [2] с. 12-15, о. [6] с. 29-36; о. [10] с. 78-83	
4.	Логические задачи на делимость чисел. Отношения и пропорции		**1**		Компьютерная презентация №4	о. [2] с. 39-46, о. [5] с. 61-69; о. [9] с. 13-17	
5.	Логические задачи с геометрическим содержанием. Простейшие многогранники (прямоугольный параллелепипед, куб), изготовление моделей простейших многогранников. Простейшие логические задачи прикладного характера.	2			Компьютерная презентация № 5	о. [1] с. 44-56, о. [5] с. 34-37; о. [19] с. 48-85	
6.	Логические задачи, связанные с величинами		2				
5 курс 10 семестр							
10 семестр Зачет							
	Итого:	**4**	**4**				

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Белошистая, А.В. Развитие логического мышления младших школьников: учебное пособие / А. В. Белошистая, В. В. Левитас. – М.:НОУ ВПО Московский психолого-социальный университет, 2012. – 128 с.
2. Гуцанович, С.А. Математика. 5 – 6 классы: пособие для учителей общеобразоват. учреждений / С.А.Гуцанович, Н.В.Костюкович. – Минск: Аверсэв, 2012. – 172 с.
3. Муравьева, Г. Л. Математика. 1 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2014. – 64 с. : ил.
4. Муравьева, Г. Л. Математика. 2 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2014. – 68 с. : ил.
5. Муравьева, Г. Л. Математика. 3 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2015. – 71 с.
6. Сендлер, А.Н. Исторический материал на уроках математики в начальной школе /А.Н.Сендлер, Т.В.Ничишина. – минск: Пачатковая школа, 2010. – 144 с.
7. Истомина, Н. Б. Учимся решать комбинаторные задачи :тетрадь по математике для учащихся 1-4 классов / Н. Б. Истомина, Е. П. Виноградова, З. Б. Редько. – Смоленск : Ассоциация XXI век, 2011. – 48 с.
8. Мельников, О. В. Развивающая математика. 3 – 4 классы : пособие для учащихся учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / О. И. Мельников, Н. В. Костюкович, С. А. Копылова. – Минск : Аверсэв, 2013. – 204 с.

Дополнительная литература

1. Муравьева, Г. Л. Математика. 1 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2014. – 64 с. : ил.
2. Муравьева, Г. Л. Математика. 2 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2014. – 68 с. : ил.

3. Муравьева, Г. Л. Математика. 3 класс : тетрадь для стимулирующих занятий / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск : Аверсэв, 2015. – 87 с.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТА

Для диагностики компетенций, выявления учебных достижений студентов в процессе прохождения дисциплины предусматривается промежуточная и итоговая оценка.

Для оценки достижений студентов рекомендуется использовать следующий диагностический инструментарий:

– проведение рейтинговых контрольных работ и тестов по отдельным темам;

– защита выполненных на практических занятиях индивидуальных заданий;

– защита выполненных в рамках управляемой самостоятельной работы индивидуальных заданий, проектов;

– сдача зачёта по дисциплине;

Требования к студенту при прохождении текущей аттестации

Текущая аттестация успеваемости студента – одна из составляющих оценки качества освоения программы по дисциплине «Логические задачи в математическом образовании младших школьников». Она проводится для оценки уровня знаний, умений, навыков, компетенций студентов и готовности их применения.

Основными задачами текущей аттестации успеваемости студентов являются:

– проверка хода и качества усвоения учебного материала студентами;

– развитие навыков самостоятельной работы студентов;

–совершенствование методики проведения занятий;

– упрочение обратной связи между преподавателями и студентами.

Текущая аттестация проводится в течение семестра по итогам выполнения студентами заданий к практическим занятиям, участия в бланковом или компьютерном тестировании, выполнения заданий для самостоятельной работы.

По результатам аттестации студенту выставляется оценка, отражающая степень освоения материала.

Уровень подготовки студента оценивается по следующим критериям: глубина знаний; осознанность знаний; прочность усвоения знаний; самостоятельность при выполнении заданий; действенность знаний.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Цель самостоятельной работы – развитие познавательной активности студентов, формирование умений осмысленно и самостоятельно работать с учебным материалом, научной информацией, готовности и потребности в самообразовании, дальнейшем повышении своей квалификации.

Важная задача организации самостоятельной работы студентов (СРС) заключается в создании психолого-дидактических условий развития интеллектуальной инициативы и мышления. Основными принципами организации СРС являются: индивидуализация; отказ от формального выполнения заданий при пассивной роли студента; проявление им познавательной активности.

При изучении дисциплины организация СРС представляет единство взаимосвязанных форм:

- аудиторная самостоятельная работа (на лекциях, практических занятиях), осуществляемая под непосредственным руководством преподавателя;
- внеаудиторная самостоятельная работа (вне расписания: на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при выполнении студентом учебных и творческих задач, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий, контрольных работ, научно-исследовательской работы и т.д.).

Виды самостоятельной работы разнообразны:

– подготовка и написание рефератов, докладов, выполнение проектов и других письменных работ на заданные темы;
– подбор и изучение литературных источников;
– подготовка к участию в научно-теоретических конференциях, олимпиадах и др.

Управляемая самостоятельная работа студентов осуществляется в форме делового взаимодействия: студент получает непосредственные указания, рекомендации преподавателя по организации и содержанию самостоятельной деятельности, преподаватель выполняет функцию управления и оценку результатов.

Виды управляемой самостоятельной работы: подготовка и написание конспектов уроков, рефератов, докладов, выполнение проектов и других письменных работ на заданные темы; подбор и изучение литературных источников.

Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине

Управляемая самостоятельная работа предусматривает проведение 2 часов лекционных занятий и 4 часов – практических.

Лекционные занятия:

Тема: «Логические задачи с использованием пропорций»

Уровень 1. (ознакомление, понимание)- максимальная оценка 6 баллов

Составить:

1) краткую запись и схему задачи;
2) вопросы аналитико-синтетического способа поиска решения задачи;
3) решить задачи;
4) фрагменты уроков, на которых изучаются данные задачи.

Условия задач:

1. Сколько нужно сахара, чтобы сварить варенье из 10 кг клубники, если по рецепту на 4 кг ягод нужно 5 кг сахара?
2. Пять одинаковых станков с программным управлением выполнили заказ за 168 ч. За какое время его могут выполнить этот заказ 14 таких станков?

Уровень 2. (применение, анализ) – максимальная оценка 8 баллов

На основе анализа методической и учебной литературы подготовить конспект урока, в котором должны быть освещены вопросы:

1. Решение задач, в которых величины прямо пропорциональны.
2. Решение задач, в которых величины обратно пропорциональны.
3. Решение задач на деление числа на части пропорционально данным числам.

Уровень 3. (синтез, оценка) – максимальная оценка 10 баллов

Подготовить проект по одной из методик обучения решению задач, в которых:

1. величины прямо пропорциональны;
2. величины обратно пропорциональны;
3. нужно разделить число на части пропорционально данным числам.

Семинарские занятия:

Тема: «Изготовление моделей простейших многогранников»

Уровень 1. (ознакомление, понимание)- максимальная оценка 6 баллов

1. Изготовить модель куба с длиной ребра 10 см.
2. Ответить на вопросы:

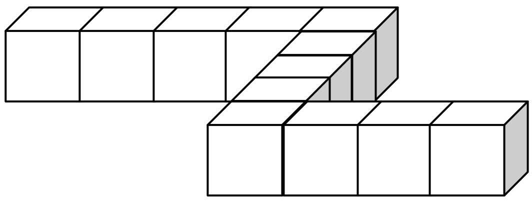
1) сколько ребер; граней и вершин;

2) чему равна площадь боковой поверхности куба, площадь полной поверхности куба;

3) чему равен объем куба?

Уровень 2. (применение, анализ) – максимальная оценка 8 баллов

1. Изготовить модель куба с длиной ребра 10 см.
2. На рисунке изображены несколько кубиков. Нарисуйте в тетради вид сверху, вид справа, вид слева, фронтальный вид.



Уровень 3. (синтез, оценка) – максимальная оценка 10 баллов

Подготовить проект по одному из вопросов:

1. Методика изучение многогранников (куба) в начальном обучении младших школьников.
2. Методика изучение многогранников (прямоугольного параллелепипеда) в начальном обучении младших школьников.
3. Методика обучения учащихся изображению пространственных тел.

Тема: «Денежные системы мер различных народов. Современные денежные единицы. Решение задач с использованием различных денежных единиц. Логические задачи с практическим содержанием»

Уровень 1. (ознакомление, понимание)- максимальная оценка 6 баллов

1. Познакомиться с денежной системой мер одного из народов.
2. Составить таблицу денежных мер данного народа.
3. Составить и решить по две простых задач и по две составных задач.

Уровень 2. (применение, анализ) – максимальная оценка 8 баллов

1. Познакомиться с денежной системой мер одного из народов.
2. Составить таблицу денежных мер данного народа.
3. Составить и решить по две простых задач и по две составных задач.
4. Разработать фрагмент урока, на котором будет решаться одна из составленных задач.

Уровень 3. (синтез, оценка) – максимальная оценка 10 баллов
Подготовить проект по одному из вопросу:
1. Методика формирования у учащихся представлений о денежных системах мер одного из народов.
2. Методика обучения решению задач с денежными мерами.
3. Исторический материал о системе мер древних народов, живущих на территории Беларуси.

МЕТОДЫ (ТЕХНОЛОГИИ) ОБУЧЕНИЯ

Методические компетенции наиболее эффективно формируются в образовательном процессе вуза посредством технологий, способствующих повышению познавательной активности студентов, вовлечению их в поиск и управление знаниями, приобретению опыта самостоятельного решения разнообразных задач.

В процессе обучения студентов применяется комплекс методов (технологий), которые могут быть успешно применены на лекционных, практических и лабораторных занятиях: проблемное обучение, анализ конкретных ситуаций, деловые игры, презентации групповых и индивидуальных решений, информационные технологии обучения.

ДИАГНЕОСТИКА КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

Диагностика сформированности методических компетенций по мере изучения учебной дисциплины предполагает использование контрольных работ, тестов с разноуровневыми заданиями. Рекомендуется итоговый контроль осуществлять в форме зачёта.

Протокол согласования рабочей программы
с другими дисциплинами специальности

Название дисциплины, изучение которой связано с данной дисциплиной	Кафедра, обеспечивающая изучение этой дисциплины	Предложения кафедры об изменениях в содержании рабочей программы	Решение кафедры, разрабатывавшей рабочую программу
Методика преподавания математики	Кафедра естественнонаучных дисциплин		Протокол № 9 от 21.04.2016г. заседания кафедры естественнонаучных дисциплин

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белошистая, А.В. Развитие логического мышления младших школьников: учебное пособие / А.В. Белошистая, В.В.Левитас. – М.:НОУ ВПО Московский психолого-социальный университет, 2012. – 128 с.
2. Беррондо, М. Занимательные задачи / М. Беррондо; пер. с фр. Ю.Н.Сударева; под ред. И.М.Яглома. – М.: Мир, 1983. – 229 с.
3. Волина, В.В. Мир математики / В.В. Волина. – Ростов н/Д.: Феникс, 1999. – 508 с.
4. Гуцанович, С.А. Занимательная математика в базовой школе: пособие для учителей /С.А.Гуцанович. – Минск:ТетраСистемс, 2004. – 96 с.
5. Гуцанович, С.А. Математика. 5 – 6 классы: пособие для учителей общеобразоват. учреждений / С.А.Гуцанович, Н.В.Костюкович. – Минск: Аверсэв, 2012. – 172 с.
6. Гуцанович, С.А. Занимательная математика в базовой школе: пособие для учителей /С.А.Гуцанович. – Минск:ТетраСистемс, 2004. – 96 с.
7. Леман, И. Увлекательная математика / И. Леман; пер. с англ. Ю.А.Данилова. – М.: Знание, 1985. – 270 с.
8. Олехник, С.Н. Старинные занимательные задачи / С.Н. Олехник, Ю.В.Нестеренко, М.К.Потаров. – М.: Наука, 1985. – 160 с.
9. Русанов, В.Н. Математический кружок младших школьников: кн. для учителя/ В.Н.Русанов. – М.: Просвещение, 1990. – 77 с.
10. Свечников, А.А. Числа, фигуры, задачи во внеклассной работе / А.А. Свечников, П.И.Сорокин. – М.:Просвещение, 1977. – 160 с.
11. Сендлер, А.Н. Исторический материал на уроках математики в начальной школе /А.Н.Сендлер, Т.В.Ничишина. – минск: Пачатковая школа, 2010. – 144 с.
12. Сендлер, А.Н. Исторический материал на уроках математики в начальной школе /А.Н.Сендлер, Т.В.Ничишина. – минск: Пачатковая школа, 2010. – 144 с.
13. Столяр, А.А. Как математика ум в порядок приводит / А.А.Столяр. – Минск: Вышейшая школа, 1982. – 205 с.