

Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка

Факультет физико-математический

Кафедра математики и методики преподавания математики

(рег. № *УМ-24-1-79* 2017 г.)

СОГЛАСОВАНО

Зав. кафедрой

*И.Н. Гуло*

29 мая 2017 г.

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета

*С.И. Василец*

31 мая 2017 г.



**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЕ**

Практикум по методике преподавания математики

для специальности 1-02- 05- 01 Математика и информатика

Составители: Кузнецова Е.П., Пещенко Н.К.

Рассмотрено и утверждено  
на заседании Совета БГПУ

*26.06.2017* г. протокол № *10*

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Пояснительная записка .....	3
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	
1.1. Материалы для подготовки к занятиям.....	4
Тема 1. Проектные технологии в обучении математике .....	4
Тема 2. Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики.....	8
Тема 3. Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики .....	16
Тема 4. Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе .....	20
2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	
2.1. Групповые и индивидуальные задания по теме 1.....	31
2.2. Групповые и индивидуальные задания по теме 2 .....	32
2.3. Групповые и индивидуальные задания по теме 3.....	35
2.4. Групповые и индивидуальные задания по теме 4.....	36
3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	
3.1. Контрольные вопросы по теме «Проектные технологии» .....	38
3.2. Контрольная работа (темы 1 и 2) .....	39
3.3. Контрольные вопросы по теме «Практико-ориентированные проекты» .....	41
3.4. Самостоятельная работа (темы 3 и 4) .....	42
4. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ	
4.1. Учебная программа .....	43
4.2. Сайты по вопросам преподавания математики.....	62
4.3. Материал для проведения факультативного занятия по теме «Координатный метод решения задач».....	63
4.4. Примеры практико-ориентированных задач .....	71

### **Пояснительная записка**

Основная цель УМК – обеспечить организацию учебно-познавательной деятельности студентов четвертого курса при изучении дисциплины «Практикум по методике преподавания математики».

В содержание УМК включены темы, соответствующие содержанию учебного материала каждого раздела дисциплины. В соответствии с требованиями к УМК его структура представлена следующими разделами: теоретическим, практическим, контроля знаний и вспомогательным.

1. Теоретический раздел, включает материал практических занятий и материал для самостоятельного изучения.
2. Практический раздел содержит групповые и индивидуальные задания по темам, как для аудиторных занятий, так и для самостоятельной работы дома.
3. Раздел контроля знаний включает контрольные вопросы по каждой теме и материал двух проверочных работ в 2-х вариантах (контрольная и самостоятельная).
4. В состав вспомогательного раздела входят следующие документы: учебная программа дисциплины «Практикум по методике преподавания математики»; перечень сайтов по вопросам методики преподавания математики; материал для проведения факультативных занятий по методу координат; примеры практико-ориентированных задач.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### 1.1. Материалы для подготовки к занятиям

**Тема 1. Проектные технологии в обучении математике** Современная классификация учебных проектов: практико-ориентированные, исследовательские, информационные, творческие и ролевые проекты. Примеры различных видов учебных проектов при обучении математике и их характеристика (монопроекты и межпредметные проекты; внутриклассные и внутришкольные проекты; минипроекты, краткосрочные проекты, недельные и долгосрочные).

**В основе метода проектов** лежит развитие познавательных навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, умений ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления.

**В методической литературе** метод проектов рассматривается как *универсальный метод* в школьной практике. Но наиболее рационально этот метод применяется в сочетании с традиционными методами, в качестве дополняющего элемента в организации самостоятельной работы ученика в развитой информационной среде.

**Под методом проектов** понимается система обучения, при которой подросток приобретает знания и умения в процессе самостоятельного планирования и выполнения, постепенно усложняющихся, практических заданий – проектов.

**Метод проектов** – педагогическая технология, ориентированная не на интеграцию фактических знаний, а на их применение и приобретение новых.

Организованный учебный процесс все в большей степени превращается в процесс самообучения: обучаемый сам выбирает образовательную траекторию в детально разработанной и умело организованной учебной среде. Работая в составе мини-бригады по созданию курсового проекта, обучающийся не только приобретает опыт социального взаимодействия в творческом коллективе единомышленников, но и использует полученные знания в своей деятельности.

Метод проектов - это из области дидактики, частных методик, если он используется в рамках определенного предмета. Метод - это дидактическая категория. Это совокупность приемов, операций овладения определенной областью практического или теоретического знания, той или иной деятельности. Это путь познания, способ организации процесса познания. Поэтому, если мы говорим о методе проектов, то имеем в виду именно способ достижения дидактической цели через детальную разработку проблемы (технология), которая должна завершиться вполне реальным, осязаемым практическим результатом, оформленным тем или иным образом.

Захлестнувшая многие школы волна увлечения проектами привела к тому, что делать проекты в школе стало модно, причем, часто целью этих работ является желание «засветиться» на каком-нибудь конкурсе, благо, за последние несколько лет их стало много: на любой вкус. Конкурсы проектов учеников довольно часто представляют собой «Выставку достижений учителей (научных руководителей)». В работе некоторых жюри иногда верх берет академизм, и тогда преимущества получают профессионально выполненные проекты, доля участия детей в которых минимальна. Эта тенденция может принести много вреда, поэтому нужно четко определить, зачем выполняется тот или иной проект, чему могут научиться школьники, что именно должен делать каждый участник работы (и ученики, и руководитель), чтобы достичь собственных целей, поставленных в самом начале работы над проектом.

Реализация метода проектов на практике ведет к изменению позиции учителя и определяется принципом педагогической поддержки развития ученика в ходе проектной или исследовательской работы – из носителя готовых знаний он превращается в организатора познавательной деятельности.

Результаты выполненных проектов должны быть, что называется, "осязаемыми", т.е., если это теоретическая проблема, то конкретное ее решение, если практическая - конкретный результат, готовый к использованию (на уроке, в школе, в реальной жизни). Если говорить о методе проектов как о педагогической технологии, то эта технология предполагает совокупность исследовательских, поисковых, проблемных методов, творческих по самой своей сути.

В работе над проектом учитель:

- помогает ученикам в поиске нужных источников информации;
- сам является источником;
- координирует весь процесс;
- поощряет учеников;
- поддерживает непрерывную обратную связь для успешной работы учеников над проектом.

**Цель проектного обучения** состоит в том, чтобы создать условия, при которых учащиеся:

- самостоятельно и охотно приобретают недостающие знания из разных источников;
- учатся пользоваться приобретенными знаниями для решения познавательных и практических задач;
- приобретают коммуникативные умения, работая в различных группах;
- развивают у себя исследовательские умения (умения выявления проблем, сбора информации, наблюдения, проведения эксперимента, анализа, построения гипотез, обобщения);
- развивают системное мышление.

## ТРЕБОВАНИЯ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ МЕТОДА ПРОЕКТОВ

- Наличие значимой в исследовательском, творческом плане проблемы или задачи, требующей интегрированного знания, исследовательского поиска для ее решения.
  - Практическая, теоретическая, познавательная значимость предполагаемых результатов. Самостоятельная (индивидуальная, парная, групповая) деятельность учащихся.
  - Структурирование содержательной части проекта (с указанием поэтапных результатов).
  - Использование исследовательских методов: определение проблемы, вытекающих из нее задач исследования, выдвижение гипотезы их решения, обсуждение методов исследования, оформление конечных результатов, анализ полученных данных, подведение итогов, корректировка, выводы (использование в ходе совместного исследования метода «мозговой атаки», «круглого стола», статистических методов, творческих отчетов, просмотров).

## СОВРЕМЕННАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ УЧЕБНЫХ ПРОЕКТОВ

Проект может быть *групповым и персональным*. Каждый из них имеет свои неоспоримые достоинства.

*Современная классификация учебных проектов* сделана на основе доминирующей (преобладающей) деятельности учащихся:

- *практико-ориентированный проект* (от учебного пособия до пакета рекомендаций по восстановлению экономики страны);
- *исследовательский проект* - исследование какой-либо проблемы по всем правилам научного исследования;
- *информационный проект* - сбор и обработка информации по значимой проблеме с целью ее презентации широкой аудитории (статья в СМИ, информация в сети Интернет);
- *творческий проект* - максимально свободный авторский подход в решении проблемы. Продукт - альманахи, видеофильмы, театрализации, произведения изобразительного или декоративно-прикладного искусства и т.п.
- *ролевой проект* - литературные, исторические и т.п. деловые ролевые игры, результат которых остается открытым до самого конца.

**По комплексности проекты могут быть монопроектами и межпредметными проектами.**

*Монопроекты* реализуются в рамках одного учебного предмета или одной области знания.

*Межпредметные* - выполняются во внеурочное время под руководством специалистов из разных областей знания.

**По характеру контактов проекты бывают - *внутриклассными, внутришкольными, региональными и международными.***

Два последних, как правило, реализуются как телекоммуникационные проекты, с использованием возможностей Интернета и средств современных компьютерных технологий.

**По продолжительности различают:**

- **минипроекты** - укладываются в один урок или даже его часть;
- **краткосрочные** - на 4-6 уроков;
- **недельные**, требующие 30-40 часов; предполагается сочетание классных и внеклассных форм работы; глубокое погружение в проект делает проектную неделю оптимальной формой организации проектной работы;
- **долгосрочные** (годовые) проекты как индивидуальные, так и групповые; выполняются, как правило, во внеурочное время.

**Виды презентации проектов:**

- научный доклад;
- деловая игра;
- демонстрация видеофильма;
- экскурсия;
- телепередача;
- научная конференция;
- инсценировка;
- театрализация;
- игры с залом;
- защита на Ученом Совете;
- диалог исторических или литературных персонажей;
- спортивная игра;
- спектакль;
- путешествие;
- реклама;
- пресс-конференция.

**Тема 2. Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)**

Подготовка студентов к работе в профильных классах на примере одной из программ для факультативных занятий («Векторы и координаты», «Элементы комбинаторики и бином Ньютона», «Элементы теории вероятностей» и др.) Подготовка студентов к ведению факультативных занятий по математике (на примере одной из программ, утвержденных Национальным институтом образования РБ). Подготовка студентов к ведению курсов по выбору (разработка программы курса и реализация его содержания).

В соответствии с программой факультативных занятий по математике по указанным темам в 8-м и 11-м классах изучаются следующие вопросы:

**Тема: Векторы и координаты**

Вектор, Способы задания вектора. Коллинеарные векторы. Длина вектора. Равенство векторов. Угол между векторами. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Координаты вектора. Длина (модуль) вектора, заданного координатами. Равенство векторов в координатах. Действия над векторами, заданными координатами.

Скалярное произведение векторов. Угол между векторами, заданными координатами. Применение векторов к решению геометрических задач. Практико-ориентированные задачи. Векторный и координатный методы решения задач.

В 10 – 11 классах по теме «Векторы и координаты» согласно программе факультатива рассматриваются аналогичные вопросы для векторов в пространстве. Соответственно добавляются понятия компланарных и некопланарных векторов, а также разложение вектора по трем некопланарным векторам. Рассматривается применение векторов к решению геометрических задач в пространстве.

**Тема: Элементы комбинаторики и теории вероятностей**

Правила комбинаторного сложения и умножения. Комбинации элементов перестановки, размещения и сочетания.

Решение комбинаторных задач. Случайные, достоверные, невозможные и элементарные события. Классическое определение вероятности.

Подробнее остановимся на векторном методе решения задач.

## **ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Векторный метод является мощным средством решения геометрических задач. По значимости в методической литературе его сравнивают с методом составления уравнений.

Изучая его с учащимися целесообразно:

а) Заинтересовать их. Для этого необходимо показать им эффективность его использования на специально подобранных задачах.

б) Познакомить с некоторыми эвристиками (системой правил, которые помогут им найти ключ к решению задач).

в) Учить учащихся на достаточно простых по геометрическому содержанию задачах, чтобы не отвлекать их внимание на сложности геометрического содержания.

### **1. Задачи, которые целесообразно решать векторным методом**

Векторным методом целесообразно решать следующие задачи:

1. Доказательство параллельности прямых и плоскостей.
2. Доказательство принадлежности нескольких точек одной прямой или одной плоскости.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Доказательство перпендикулярности прямых и плоскостей.
5. Вычисление длины отрезка, расстояний между точками, прямыми, плоскостями.
6. Вычисление величины угла между прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями.

Задачи, решаемые векторным методом делятся на аффинные и метрические. Аффинные задачи касаются взаимного расположения двух или нескольких прямых, плоскостей, принадлежности точек одной прямой и т.д. Для решения таких задач необходимы только операции сложения, вычитания и умножение вектора на число. (№ 1,2,3)

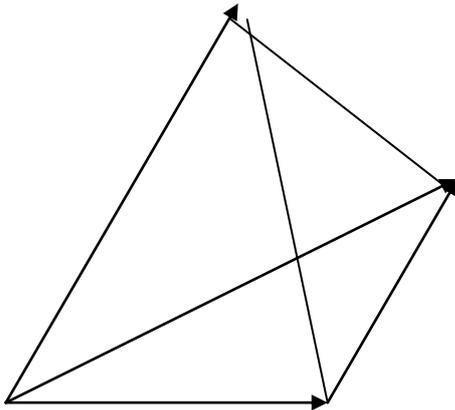
При решении метрических задач используется скалярное произведение векторов. К метрическим задачам относятся задачи на доказательство перпендикулярности прямых, на вычисление длины отрезка и величины угла. Вычисление длины отрезка сводится к вычислению скалярного квадрата соответствующего вектора.

### **2. Аффинные задачи. Примерный план их решения**

1. Перевести условие задачи на язык векторов.
2. Выбрать «базисные» векторы.
3. Разложить все введенные в рассмотрение векторы по «базисным».
4. Упростить систему векторных уравнений.
5. Векторные уравнения заменить алгебраическими.
6. Решить систему алгебраических уравнений.
7. Объяснить геометрический смысл полученного решения этой системы.

Все задачи, которые мы будем рассматривать, основываются на доказательстве векторных равенств. Поэтому с доказательства векторных равенств и начнем работу.

**Задача №1.** Доказать, что для любых четырех точек  $A, B, C, D$  выполняется равенство



Решение:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \vec{0}$$

Базисные векторы:  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})\overrightarrow{AD} - \\ & \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \\ & \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \end{aligned}$$

**Задачи на доказательство параллельности отрезков, прямых и плоскостей.**

Для того чтобы доказать, что  $a \parallel b$  достаточно доказать, что где  $AB$  принадлежит прямой  $a$ ,  $CD$

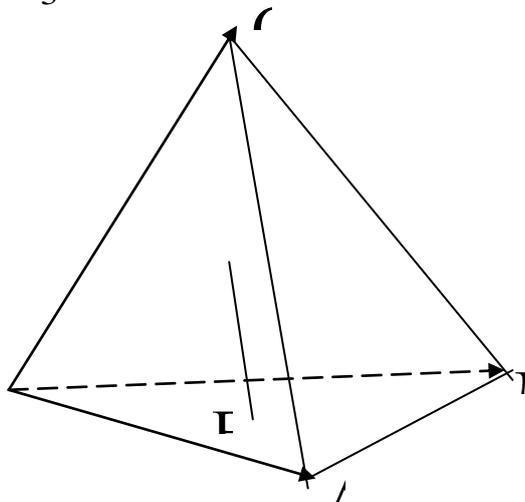
прямой  $b$ .

**Задача №2.** В тетраэдре  $ABCD$   $M_1$  и  $M_2$  - точки пересечения медиан граней  $ADB$  и  $BDC$ . Доказать, что  $M_1M_2 \parallel AC$ . Найти отношение отрезков  $M_1M_2:AC$ .

Решение.

1. Доказать, что  $\overrightarrow{M_1M_2} = k \cdot \overrightarrow{AC}$
2.  $\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BD}; \overrightarrow{BC}$  – базисные векторы.

3.  $\overrightarrow{BM_1} = \frac{1}{3} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD})$        $\overrightarrow{BM_2} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC})$



4.

Следовательно:

$$\overrightarrow{BM_2} - \overrightarrow{BM_1} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) \qquad \overrightarrow{M_1M_2} = k \cdot \overrightarrow{AC}$$

**Задачи на доказательство принадлежности нескольких точек одной прямой или одной плоскости**

Доказать, что точки А,В,С принадлежат прямой  $a$  можно тремя способами.

1.  $\overrightarrow{AB} = \kappa \overrightarrow{BC}$  или  $\overrightarrow{AC} = n \overrightarrow{BC}$  или

$$\overrightarrow{AC} = p \overrightarrow{BC}$$

2. Доказать равенство :

$$\overrightarrow{QC} = p \overrightarrow{QA} + q \overrightarrow{QB},$$

$$p + q = 1, Q - \text{любая точка}$$

3. Доказать равенство :

$$a \overrightarrow{QA} + b \overrightarrow{QB} + c \overrightarrow{QC} = 0,$$

$$\text{где } a + b + c = 0,$$

$Q$  – любая точка

**ЗАДАЧА №3.** Доказать, что середины оснований трапеции и точка пересечения продолжений ее боковых сторон принадлежат одной прямой.

Пусть дана трапеция  $ABCD$ , где  $AB, CD$  – основания, а точки  $K$  и  $P$  – их середины, боковые стороны  $DA$  и  $BC$  пересекаются в точке  $O$  (сделайте этот чертеж).

Нужно:

, коллинеарны.

По формуле середины отрезка имеем:  $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

Пусть  $\Delta OCD$  подобен  $\Delta OAB$

Коэффициент подобия --  $\kappa$

$$\overrightarrow{OA} = \kappa \overrightarrow{OC};$$

$$\overrightarrow{OB} = \kappa \overrightarrow{OD}$$

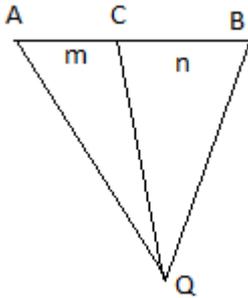
— — —

Так как векторы коллинеарные, то точки  $O, P, K$  лежат на одной прямой.

### Задачи на деление отрезка в данном отношении

Пусть точка С принадлежит отрезку АВ. На геометрическом языке нужно доказать, что  $\frac{AC}{CB} = \frac{m}{n}$ . На векторном языке достаточно доказать, что

$$\vec{AC} = \frac{m}{n} \vec{CB}$$



Доказать данное равенство можно и по-другому. Пусть Q-некоторая точка плоскости. Достаточно доказать, что

$$\vec{QC} = \frac{n}{m+n} \vec{QA} + \frac{m}{m+n} \vec{QB} \quad (*)$$

**Задача №4.** Доказать векторным методом, что биссектриса AM треугольника ABC делит сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам, т.е.  $AB:AC=BM:MC$ . Решение. Пусть точка M делит сторону BC в отношении

$MC : MB = (1 - x) : x$ . Пусть

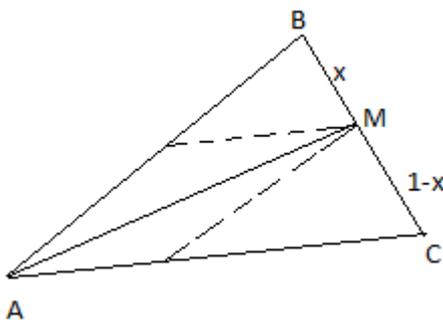
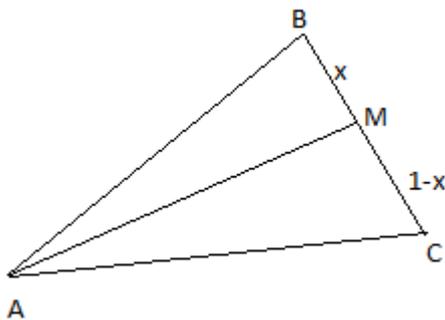
$$\frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$$

Нужно

доказать,

что

$$\frac{m}{n} = \frac{x}{1-x}$$



$$\vec{AM} = \vec{AB}_1 + \vec{AA}_1$$

$$\vec{AM} = x \vec{AC} + (1-x) \vec{AB}$$

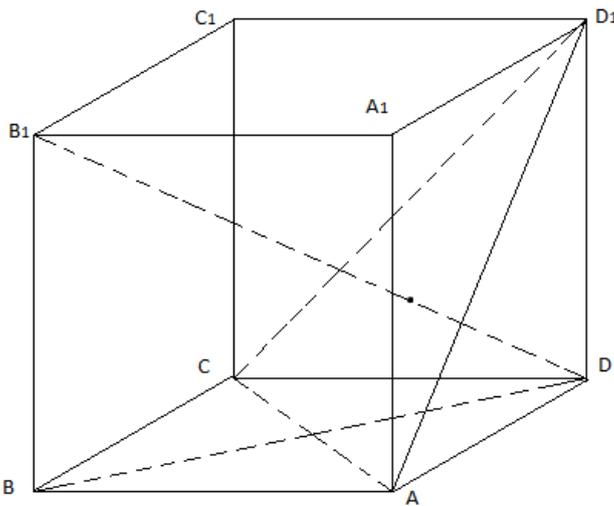
$$\vec{AM} = nx \vec{AA}_1 + m(1-x) \vec{AB}_1$$

$$nx = 1 \quad m(1-x) = 1 \quad nx = m(1-x) \quad \frac{n}{m} = \frac{1-x}{x}$$

### Задачи на доказательство перпендикулярности прямых и плоскостей

Для того, чтобы доказать, что прямая  $a$  перпендикулярна прямой  $b$  достаточно доказать, что  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$ , где точки А и В принадлежат  $a$ , а точки С и D принадлежат  $b$ .

**Задача 5.** ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>- куб. Доказать, что прямая B<sub>1</sub>D перпендикулярна плоскости D<sub>1</sub>AC.



Базисные векторы

Докажем, что  $\vec{DB}_1 \perp \vec{AC}$ ,  $\vec{DB}_1 \perp \vec{AD}_1$   $\vec{DA}, \vec{DD}_1, \vec{DC}$

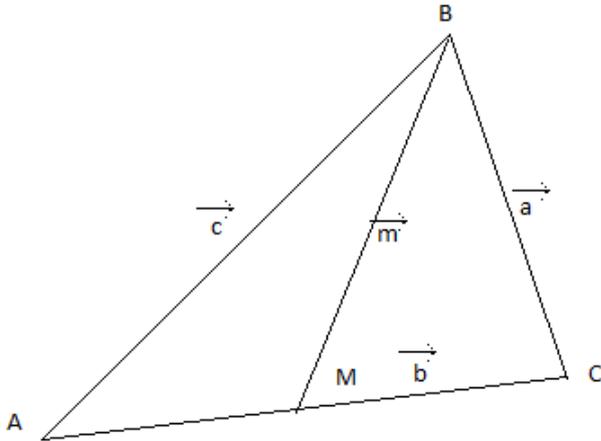
$$\vec{DB}_1 \cdot \vec{AC} = (\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD}_1) \cdot (\vec{AD} + \vec{DC}) = \vec{AD} \cdot \vec{DA} + \vec{DA} \cdot \vec{DC} + \vec{DC} \cdot \vec{AD} + \vec{DC}^2 + \vec{DD}_1 \cdot \vec{AD} + \vec{DD}_1 \cdot \vec{DC} = -1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 0$$

$$\vec{DB}_1 \cdot \vec{AD}_1 = (\vec{DA} + \vec{DD}_1 + \vec{DC}) \cdot (\vec{DD}_1 - \vec{DA}) = \vec{DA} \cdot \vec{DD}_1 - \vec{DA}^2 + \vec{DD}_1^2 - \vec{DD}_1 \cdot \vec{DA} + \vec{DC} \cdot \vec{DD}_1 - \vec{DC} \cdot \vec{DA} = 0 - 1 + 1 - 0 + 0 - 0 = 0$$

### Нахождение длины отрезка

1. Выбираются 2 неколлинеарных «базисных» вектора (или 3 некопланарных), у которых известны длины и величина угла между ними.
2. По ним раскладывается вектор, длина которого вычисляется.
3. Находится скалярный квадрат этого вектора по формуле:  $\vec{a}^2 = a^2$

**Задача №6.** Даны стороны треугольника ABC:  $a, b, c$ . Найти его медианы.



$$1) \vec{a}, \vec{c}$$

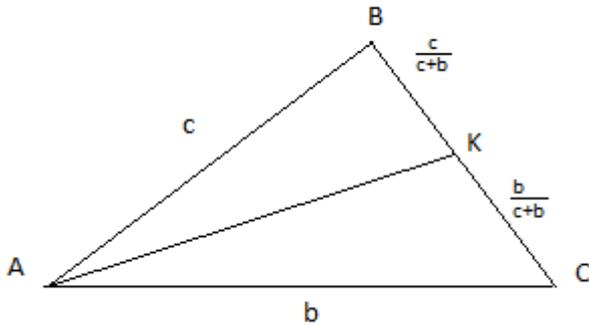
$$2) \vec{m}_b = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) \cos B$$

$$3) m_b^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}c^2 + \frac{1}{2}|\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cos \hat{B} = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}c^2 + \frac{1}{2}ac \cdot \cos \hat{B}.$$

По теореме косинусов

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B, \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad m_b^2 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{4}b^2$$

**Задача №7.** Найти длину биссектрисы АК треугольника ABC, если  $AB = b$ ,  $AC = c$ ,  $\angle BAC = \alpha$ .



$$\vec{AK} = \frac{c}{c+b} \vec{AC} + \frac{b}{c+b} \vec{AB},$$

$$AK^2 = \frac{c^2}{(c+b)^2} AC^2 + \frac{b^2}{(c+b)^2} AB^2 + \frac{2bc}{(c+b)^2} \vec{AC} \cdot \vec{AB}$$

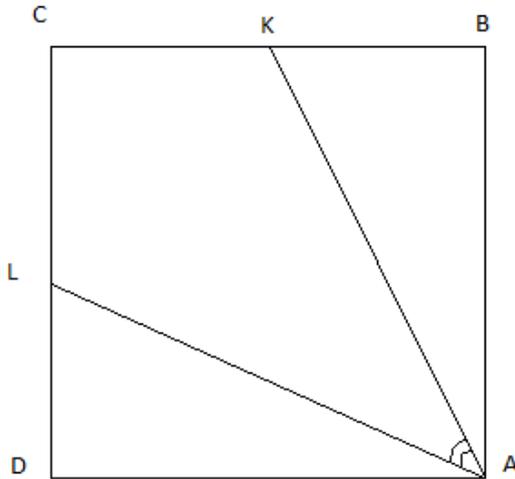
$$AK = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{c+b}$$

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ УГЛА

1. Выбрать два неколлинеарных (три некопланарных) вектора, для которых известны отношения длин и углы между ними.
2. Выбрать векторы, которые задают искомый угол и разложить их по базисным векторам.

3. Вычислить  $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

#### Задача №8.



В квадрате из одной вершины проведены прямые, делящие противоположные стороны на две равные части. Найти угол между ними.

$$\cos a = \frac{\vec{AK} \cdot \vec{AL}}{|\vec{AK}| \cdot |\vec{AL}|}$$

$$\cos \alpha = \frac{(\vec{AB} + \frac{\vec{AD}}{2}) \cdot (\vec{AD} + \frac{\vec{AB}}{2})}{\frac{\sqrt{5}}{2} |\vec{AB}| \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} |\vec{AB}|}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{AB}|^2 \cdot 4}{5|\vec{AB}|^2} = \frac{4}{5}$$

***Тема 3. Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики***

**Методика обучения составлению и решению практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием. Практико-ориентированные задачи и задачи с межпредметным содержанием на уроках и факультативных занятиях. Разработка разноуровневой системы заданий для усвоения отдельного математического понятия и формирования умений его применения на практике. Задания на проверку умений применения математических знаний в нестандартных ситуациях, в жизни (с учетом опыта международных тестирований).**

**ПРАКТИКО - ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ В КОНТЕКСТЕ ПРОГРАММ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**

В государственном стандарте основного и среднего общего образования сформулированы **требования к уровню подготовки выпускников**, которыми принято руководствоваться при характеристике уровня математической компетентности. Требования следующие: «Использовать приобретённые знания и умения в практической жизни для:

- практических расчётов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- построения и исследования простейших математических моделей;
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
- решения геометрических, физических, экономических, юридических и других прикладных задач, в том числе задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений с применением аппарата математического анализа;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, анализа информации статистического характера;
- моделирования несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей и объёмов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.»

Для формирования и проверки сформированности компетентностей необходимо разрабатывать специальные (отличные от традиционных) задачи. Анализ литературы показал, что сейчас активно ведется работа в этом направлении, хотя разные авторы по-разному называют эти задачи: компетентностные, контекстные, ситуационные, сюжетные, практико-направленные, компетентностно-ориентированные, учебно-практические и т.д.,

позволяющие проверять уровень сформированности различных предметных компетенций у учащихся.

Мы будем использовать термин **“практико-ориентированные задачи” (ПОЗ)**, под которыми будем понимать задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов и т.д.

**Цель этих задач** – формирование умений действовать в социально-значимой ситуации. Они базируются на знаниях и умениях, но требуют умения применять накопленные знания в практической деятельности.

**Назначение** практико-ориентированных задач – “окунуть” в решение “жизненной” задачи.

Важные **отличительные особенности** практико-ориентированных задач:

- значимость получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;

- условие задачи сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;

- информация и данные в задаче могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задачи.

**Уровни сложности практико-ориентированных задач:**

1 уровень. Для решения требуется один теоретический факт при разрешении практической ситуации.

2 уровень. Для решения требуется комбинация нескольких математических идей, при разрешении практической ситуации, применяются знания из разных разделов математики, личные наблюдения.

3 уровень. Для решения требуется изучение нового материала, поиск нескольких способов решения одной задачи, а также исследовательский подход особенно при построении математической модели ситуации.

**Структура практико-ориентированной задачи.** За основу возьмём структуру задач предлагаемых в тестах PISA.

1) Наличие стимула, который погружает в контекст задания и мотивирует на его выполнение. Стимул должен быть кратким и содержать только ту информацию, которая помогает заинтересовать обучающегося в выполнении задания или облегчает понимание задачной формулировки, следующей за стимулом.

2) Задачная формулировка, которая точно указывает на деятельность учащегося, необходимую для выполнения задания. Задачная формулировка не может допускать различных толкований.

3) Источник информации, который должен содержать информацию, необходимую для успешной деятельности учащегося по выполнению задания. Причем, информационный ресурс должен быть не только внешним, но и внутренним, т.е. необходимое программное содержание математики, должно быть усвоено обучающимися.

4) Наличие инструмента проверки.

Каждая составляющая практико-ориентированного задания подчинена тому, что это задание должно организовать деятельность учащегося, а не воспроизведение им информации или отдельных действий.

### **Пути получения и способы конструирования практико-ориентированных задач.**

В качестве источника практико-ориентированных задач можно использовать задания, предлагаемые в тестах PISA, исследованиях TIMSS и в контрольно-измерительных материалах для итоговой аттестации выпускников основной и средней школы.

В современных учебниках мало практико-ориентированных задач (в основном это задачи первого уровня), но на базе имеющихся заданий можно разработать свои задания, т. е. “преобразовать” математическую задачу.

Возможны два варианта этой работы:

- 1) Под имеющуюся ситуацию выделить математические факты
- 2) Под конкретную задачу подобрать ситуацию из жизни.

Например, при изучении темы .....

“Преобразовать” задачу можно, дополнив её вопросами и заданиями. Например, ...

Гораздо сложнее составить новую задачу. Сконструированная новая задача должна соответствовать определению практико-ориентированной задачи и содержать в себе несколько отличительных особенностей, которые отличают ее от стандартных математических задач.

Определим **алгоритм составления** таких задач.

1. Определить цель задачи, её место на уроке, в теме, в курсе.
2. Определить уровень сложности задачи.
3. Выбрать форму предоставления информации (текстовая, презентация, график, диаграмма, таблица и т.д.).
4. Сформулировать стимул и задачу.
5. Определить степень самостоятельности учащихся в получении и обработке информации.

6. Определить форму ответа на вопрос задачи (однозначный, многовариантный, нестандартный, отсутствие ответа, ответ в виде графика, рисунка, таблицы.).

Проанализируем **стилистические требования** к таким задачам. Текст задачи должен описывать реально существующую, житейскую ситуацию. Однако, он не должен быть избыточен, то есть иметь ряд подробностей, не относящихся к основному требованию задачи. Кроме того, текст задачи не должен указывать на способы и средства ее решения. Проблема или ситуация должны быть адаптированы к возрастным и психологическим особенностям школьника и мотивировать их познавательный интерес.

Рассмотрим **конструирование задачи на примере**. Составим задачу для 5 класса к теме “Умножение и деление на разрядную единицу”.

Цель: отработать умножение и деление на разрядную единицу, повторить понятия единиц измерения объёма. Используется на уроках обобщения темы, для самостоятельной работы учащихся.

Уровень сложности: второй.

За основу берём занимательный материал из природоведения. Информацию представляем в виде текста и рисунка для образного представления.

“Женщины индианских племен, живущие возле реки Амазонки, во время сбора семян водных растений часто берут с собой маленьких детей. Для безопасности малышей они усаживают их на листья амазонского Лотоса. Каждый листок в поперечнике достигает 2 м, а его края высоко загнуты вверх. Поэтому детям есть место для игры и они из листка не выпадают. Один исследователь для определения грузоподъемности листка насыпал на него 10 десятилитровых ведра песка. Только тогда листок утонул”

Составляем вопросы. Нужную информацию представляем в виде таблицы.

1. Чему равен объём одного ведра? Выразите объём в кубических дециметрах. (Учащиеся знают из учебника, что 1 литр равен 1 кубическому дециметру)
2. Сколько кубических дециметров содержится в кубическом метре?
3. Определите по таблице, сколько килограммов весит 1 кубический метр песка. (1500 кг)
4. Чему равен вес одного ведра песка?
5. Какой вес может выдержать один такой листок?
6. Сколько детей может удержаться на этом листке, если считать средний вес ребёнка 10 кг?

**Для применения на уроке практико-ориентированных задач учителем могут быть использованы следующие дополнительные возможности изучаемого материала:**

1. Прикладной характер содержания темы;
2. Материал, имеющий существенное значение для местного

сообщества, связанный с широко обсуждаемыми в обществе вопросами (например, проблемы экологии, вопросы межэтнических отношений и т.п.);

3. Материал, работа с которым допускает выход за пределы школы, его изучение на базе предприятий, высших учебных заведений, учреждений культуры;

4. Содержание учебного материала, которое может найти применение в воспитательной, организационной и т.п. деятельности.

Развитие у школьников умений решать практико-ориентированные задачи в процессе обучения математике следует рассматривать как один из способов формирования у них математической компетентности. Такой подход к обучению позволяет в дальнейшем выпускнику школы решать проблемы, возникающие в жизни и в профессиональной деятельности.

#### ***Тема 4. Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе.***

**Методика работы с одаренными учащимися на уроках математики. Работа учителя по подготовке учащихся к олимпиадам по математике. Методика организации исследовательской работы учащихся на уроках и внеклассных занятиях по математике.**

В психолого-педагогической теории и образовательной практике сложилось несколько стратегических линий разработки содержания учебно-познавательной деятельности одаренных детей. Среди них наиболее популярны такие стратегии, как: «ускорения», «интенсификации», «вертикального обогащения», «горизонтального обогащения» и другие. Применение стратегии «горизонтального обогащения» является наиболее эффективной формой обучения одаренных учащихся в современных условиях.

Стратегия «горизонтального обогащения» направлена на расширение и углубление изучаемого теоретического материала и класса решаемых стандартных и нестандартных задач. Для одаренных детей – это дополнительная возможность реализовать свой интеллектуальный потенциал.

Одаренный ребенок – это ребенок с высокой восприимчивостью к учению и ярко выраженными творческими способностями. Такие дети требуют, как правило, дифференцированных учебных программ, а также методического сопровождения в познавательной деятельности. В работе с такими детьми целесообразно использование систем нестандартных исследовательских заданий по конкретным темам школьного курса математики. Такую работу можно рассматривать как одно из ведущих направлений педагогической деятельности в реализации стратегии «горизонтального обогащения». В такие системы целесообразно включать и задания на составление условий задач обучаемыми по готовым чертежам.

Итак, с одаренными детьми важно вести исследовательскую работу. Для этого необходимо владеть следующими нижеизложенными вопросами.

### Структура и логика исследовательской работы

Исследовательская работа, как и всякое творчество, возможна и эффективна только на добровольной основе. Учебные исследования могут разворачиваться вне уроков и обычной учебной работы как дополнительная, внеклассная, внеурочная работа.

Основными этапами исследовательской работы являются следующие положения:

- Найти проблему – что надо изучать.
- Тема – как это назвать.
- Актуальность – почему эту проблему нужно изучать.
- Цель исследования – какой результат предполагается получить.
- Гипотеза – что не очевидно в объекте.
- Новизна – что нового обнаружено в ходе исследования.
- Задачи исследования – что делать – теоретически и экспериментально.
- Литературный обзор – что уже известно по этой проблеме.
- Методика исследования – как и что исследовали.
- Результаты исследования – собственные данные.
- Выводы – краткие ответы на поставленные задачи.
- Значимость – как влияют результаты на практику.

Рассмотрим перечисленные этапы подробнее.

Структура исследовательской работы стандартна, и от стандартов нельзя отступать. В разработке, с которой начинается исследование, выделяют две основные части: методологическую и процедурную. Во-первых, необходимо выделить то, что надо изучить – проблему.

Проблема должна быть выполнима, решение её должно принести реальную пользу участникам исследования. Затем это надо назвать – тема.

Тема должна быть оригинальной, в ней необходим элемент неожиданности, необычности, она должна быть такой, чтобы работа могла быть выполнена относительно быстро.

Необходимо решить, почему именно эту проблему нужно в настоящее время изучать – это актуальность.

В исследовательской работе должна быть сформулирована цель – какой результат предполагается получить, каким, в общих чертах, видится этот результат еще до его получения. Обычно цель заключается в изучении определенных явлений.

В исследовании важно выделить гипотезу и защищаемые положения. Гипотеза – это предвидение событий, это вероятное знание, ещё не доказанное. Изначально гипотеза не истина и не ложна – она просто не доказана.

Защищаемые положения это то, что исследователь видит, а другие не замечают. Положение в процессе работы либо подтверждается, либо отвергается. Гипотеза должна быть обоснованной, т. е. подкрепляться литературными данными и логическими соображениями.

После определения цели и гипотезы формулируются задачи исследования. Задачи и цели – не одно и то же. Цель исследовательской работы бывает одна, а задач бывает несколько. Задачи показывают, что вы собираетесь делать. Формулировка задач тесно связана со структурой исследования. Причем, отдельные задачи могут быть поставлены для теоретической части и для экспериментальной.

В работе должен присутствовать литературный обзор, т. е. краткая характеристика того, что известно об исследуемом явлении, в каком направлении происходят исследования других авторов. В обзоре вы должны показать, что знакомы с областью исследований по нескольким источникам, что вы ставите новую задачу, а не делаете то, что уже давно сделали до вас.

Затем описывается методика исследования. Её подробное описание должно присутствовать в тексте работы. Это описание того, что и как делал автор исследования для доказательства справедливости выдвинутой гипотезы.

Далее представляются результаты исследования. Собственные данные, полученные в результате исследовательской деятельности. Полученные данные необходимо сопоставить с данными научных источников из обзора литературы по проблеме и установить закономерности, обнаруженные в процессе исследования.

Необходимо отметить новизну результатов, что сделано из того, что другими не было замечено, какие результаты получены впервые. Какие недостатки практики можно исправить с помощью полученных в ходе исследования результатов.

Необходимо четко понимать разницу между рабочими данными, и данными, представленными в тексте работы. В процессе исследования часто получается большой массив чисел, которые в тексте представлять не нужно. Поэтому рабочие данные обрабатывают и представляют только самые необходимые. Однако, нужно помнить, что кто-то может захотеть познакомиться с первичным материалом исследования. Чтобы не перегружать основную часть работы, первичный материал может выноситься в приложение.

Наиболее выигрышной формой представления данных является графическая.

И завершается работа выводами. В которых тезисно, по порядку выполнения задач, излагаются результаты исследования. Выводы – это краткие ответы на вопрос – как решены поставленные исследовательские задачи.

Цель может быть достигнута даже в том случае, если первичная гипотеза оказывается несостоятельной.

## **2. Процедура защиты**

Следующий этап – доклад как закономерный итог выполнения исследовательской работы. Результаты работы представляются на конференции, публично.

Задача докладчика: точно и эмоционально изложить саму суть исследования. В ходе доклада недопустимо зачитывание работы, а кратко отразить основное содержание всех глав и разделов работы. Надо иметь в виду, что допускаемая регламентом продолжительность выступления 10-15 минут. Поэтому при подготовке доклада из текста работы отбирается самое главное. Иногда приходится “жертвовать” и некоторыми важными моментами, если без них можно обойтись. При изложении материала следует придерживаться отдельного плана, соответствующего структуре и логике выполнения самой исследовательской работы.

Все остальное, если у аудитории возник интерес излагается в ответах на вопросы.

Написанная работа и доклад по ней – совершенно разные жанры научного творчества.

## **II. Общие требования и правила оформления текстов исследовательских работ**

Для оформления текстов исследовательских работ и рефератов существуют общие требования и правила.

Объем реферата колеблется от 20 до 25 страниц печатного текста (без приложений), доклада – 1-5 страниц (в зависимости от номера класса и степени готовности ученика к такого рода деятельности).

Для текста, выполненного на компьютере, - размер шрифта 12-14, Times New Roman, обычный; интервал между строк – 1,5-2; размер полей: левого – 30 мм., правого – 10 мм., верхнего – 20 мм., нижнего – 20 мм. (при изменении размеров полей необходимо учитывать, что правое и левое, а так же верхнее и нижнее поля должны составлять в сумме 40 мм.). При правильно выбранных параметрах на странице должно уместиться в среднем 30 строк, а в строке – в среднем 60 печатных знаков, включая знаки препинания и пробелы между словами.

Текст печатается на одной стороне страницы; сноски и примечания печатаются на той же странице, к которой они относятся (через 1 интервал, более мелким шрифтом, чем текст).

Все страницы нумеруются, начиная с титульного листа; цифру номера страницы ставят вверху по центру страницы; на титульном листе номер страницы не ставится. Каждый новый раздел (введение, главы, параграфы, заключение, список источников, приложения) начинается с новой страницы.

Расстояние между названием раздела (заголовками главы или параграфа) и последующим текстом должно быть равно трем интервалам. Заголовок располагается посередине строки, точку в конце заголовка не ставят.

**Титульный лист** является первой страницей рукописи и заполняется по определенным правилам.

В верхнем поле указывается полное наименование учебного заведения, отделенное от остальной площади титульного листа сплошной чертой.

В среднем поле указывается название темы реферата без слова “тема”. Это название пишется без кавычек. Название реферата должно отражать проблему, заявленную в нем, и соответствовать основному содержанию работы. При формулировке темы следует придерживаться правила: чем уже тема, тем больше слов содержится в заголовке. Одно-два слова свидетельствуют о расплывчатости, отсутствии конкретности в содержании, о том, что работа “обо всем и ни о чем”.

Ниже, по центру заголовка, указывается вид работы и учебный предмет (например, экзаменационный реферат по биологии).

Ещё ниже, ближе к правому краю титульного листа, указывается фамилия, имя, отчество ученика, класс. Ещё ниже – фамилия, имя, отчество и должность руководителя и, если таковые были, консультантов.

В нижнем поле указывается город и год выполнения работы (без слова “год”). Выбор размера и вида шрифта титульного листа не имеет принципиального значения. После титульного листа помещается **оглавление**, в котором приводятся все заголовки работы и указываются страницы, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны точно повторять заголовки в тексте. Далее следует **введение**, **основной текст** (согласно делению на разделы и с краткими выводами в конце каждого раздела) и **заключение**. Основной текст может сопровождаться иллюстративным материалом (рисунки, фотографии, диаграммы, схемы, таблицы). Если в основной части содержатся цитаты или ссылки на высказывания, необходимо указать номер источника по списку и страницу в квадратных скобках в конце цитаты или ссылки.

Например:

Древняя мудрость гласит: “Скажи мне – и я забуду, покажи мне – и я запомню, дай мне действовать самому – и я научусь”. После заключения принято помещать **список источников** (не менее 3-5), который, как отмечалось выше, может включать самые разные их виды. При оформлении списка источников сначала перечисляется литература (автор, название книги, город, издательство, год, количество страниц), а затем другие источники. Список выстраивается и нумеруется по алфавиту фамилий авторов. Если в источнике не указан его автор, то в списке такой источник занимает место согласно своему названию.

Конечно, речь идет об учебных исследованиях, результатами которых часто являются известные обществу знания. Но эта работа, как никакая другая, создает мотивацию к обучению и творческой деятельности, формирует профессиональные качества.

Исследовательская работа может выполняться одним учеником или группой. Уровень трудностей и содержания должны превышать уровень учебного материала не менее чем на один класс. Ученик может и не интересоваться данным предметом, но исследовательской деятельностью занимается и она приносит определенную пользу. На ученика ложатся задачи наблюдения, описания и обобщения результатов работы, т.е. первичные действия. Материал должен быть доступен для исследования, и выполнение работы относительно простое.

Учитель выполняет роль консультанта, подсказывает направления, редактирует текст. Некоторые алгоритмы деятельности учителя по организации исследовательской деятельности:

1. Создать положительную мотивацию к работе через постановку интересной проблемы.
2. Совместное участие учителя и ученика в анализе проблемы.
3. Ознакомление с методами исследования.
4. Составление плана работы.
5. Поиск противоречий.
6. Промежуточный контроль и коррекция выполняемой работы.
7. Предзащита работы.
8. Окончательное оформление и защита работы.

#### **Олимпиадные задания по математике**

Участие в олимпиаде по математике является достаточно серьезным испытанием, требующим предварительной подготовки. Кроме повторения стандартных разделов учебной программы отдельное внимание стоит уделить решению специальных олимпиадных заданий.

Для того чтобы учащиеся смогли подготовиться и избежать возможных трудностей, целесообразно отнестись к подготовке со всей серьезностью.

Учащимся целесообразно подчеркнуть, что если они даже столкнулись с трудностями при решении предложенных заданий олимпиады по математике, не спешить подсматривать в ответы. Они должны помнить о том, для чего готовятся. Их цель научиться решать задачи, а не получить правильный ответ любой ценой. Они должны быть терпеливыми и ответственными. Встретив сложную задачу, поискать информацию в учебнике, вместо того, чтобы сразу смотреть готовое решение. Только в таком случае у них есть шанс стать призером.

Часто бывает так, что серьёзное увлечение математикой начинается с решения какой-либо понравившейся нестандартной задачи. Такая задача может встретиться на уроке в школе, на занятии математического кружка, в журнале или книге. Богатым источником таких задач служат различные олимпиады – от школьных, районных и городских до международных.

Решение олимпиадных задач обычно не требует знаний, выходящих за рамки школьной программы. Такие задачи, как правило, сформулированы так, что они не принадлежат ни к одному из стандартных типов задач школьного

математического курса. Поэтому решение каждой такой задачи требует особого подхода, наличие способности к интенсивному творческому труду. Умение решать нестандартные задачи свидетельствует о глубоком владении математическим аппаратом и развитой культуре математического мышления, а владение предметом гораздо важнее, чем просто «чистые знания», которые всегда можно пополнить с помощью хороших справочников.

Наиболее часто встречаются олимпиадные задачи по следующим темам:

Логические задачи

Цифры и десятичная система счисления

Делимость целых чисел и остатки

Простые и составные числа

Суммы и произведения

Уравнения в целых числах

Рациональные и иррациональные числа

Метод математической индукции

Квадратный трёхчлен

Алгебра многочленов

Уравнения

Доказательство неравенств

Принцип Дирихле

Графы, отображения

Чётность. Раскраска. Задачи на решётках

Инварианты и операции

Оценки для наборов чисел и таблиц. Принцип крайнего

Расстановки цифр и целых чисел, их преобразования

Комбинаторная геометрия

Игры, преследования, стратегии и алгоритмы

Элементы теории вероятностей

### **Принципы решения нестандартных задач**

При решении нестандартных задач могут помочь следующие общие принципы:

- преобразовать задачу к виду, удобному для решения;
- решить задачу для частного, наиболее простого случая, а затем обобщить идею решения;
- предположить, что утверждение задачи – ложное; если из этого предположения получим противоречие, то утверждение задачи верно – доказательство от противного;
- разбить задачу на несколько простых подзадач;
- обобщить задачу; часто исследование более общей проблемы требует меньших усилий, чем исследование её частного случая – «парадокс изобретателя».

### Советы участнику олимпиады

- Внимательно прочитайте условия задач и определите порядок, в котором будете их решать (лучше начинать с легких задач, которые, как правило, размещены в начале).
- Если условие задачи можно понять по-разному, то не выбирайте удобную для себя трактовку, а обратитесь за консультацией к членам жюри.
- Если неясно, верно ли некоторое утверждение, попробуйте его доказать или опровергнуть.
- Не закливайтесь на одной задаче. Если нет идеи решения, то задачу лучше (хотя бы на время) отложить.
- Решив задачу, сразу оформляйте решение. Это поможет проверить его правильность и освободит внимание для других задач.
- Каждый, даже очевидный, шаг решения нужно записывать. Громоздкие решения лучше записывать в виде нескольких утверждений (лем).
- Перед тем, как сдать работу, перечитайте её «глазами членов жюри» – смогут ли они в ней разобраться?

### Критерии оценивания олимпиадных работ

Цель математической олимпиады – выявить учащихся, способных нестандартно (и при этом правильно) думать и применять полученные в школе знания к решению «нешкольных» задач. Поэтому часто при проверке работ описки и мелкие ошибки прощаются. В последние годы традиционной является такая система оценок :

- 7 баллов – задача решена правильно;
- 6 баллов – задача решена, но есть мелкие замечания к решению (например, не рассмотрены некоторые простые частные случаи);
- 5 баллов – задача решена в целом, недостатки решения легко устраняются;
- 3-4 балла – задача решена «наполовину», т.е. ход решения правильный, есть значительный прогресс в решении, но полное решение требует дополнительных существенных идей;
- 1-2 балла – задача не решена, но подход к решению правильный или задача решена для простых частных случаев;
- 0 баллов – решение задачи неправильное и не содержит идей с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.

Как правило, жюри олимпиады разрабатывает критерии оценки решений и начисления баллов по каждой задаче отдельно. Эти критерии могут отличаться от приведенных выше. При этом часто за решение простых (по мнению жюри) задач начисляются только такие оценки: 7 баллов, 6 баллов, 1 балл и 0 баллов.

Учащимся целесообразно подсказать, что если они решили заняться олимпиадной математикой, важно пользоваться следующей **стратегией**. Выбрать из предложенного выше списка тематику. Затем задачу, которая покажется наиболее интересной по формулировке и, стараясь не заглядывать в решения, начинайте размышлять над ней. Не бойтесь потратить на это многие и многие часы. Советский математик – Б.Н. Делоне говорил, что, большое научное открытие отличается от хорошей олимпиадной задачи только тем, что для решения олимпиадной задачи требуется 5 часов, а получение крупного научного результата требует затраты 5000 часов. И хотя 5000 часов можно воспринять как некоторое преувеличение, зато не только 5 часов, 5 дней (!) – далеко не предел потраченному времени на нестандартную задачу.

Решение олимпиадных задач – одна из основ подготовки к будущей научной деятельности, а для профессионального математика, который работает над трудной проблемой, является типичной способностью напряженного размышления над ней целыми днями, неделями, а порой (возможно, в это трудно поверить) годами.

Если ученики уже достигли, каких-либо успехов на олимпиадах, – этому естественно можно радоваться и даже гордиться этим. Неудачи же не должны чрезмерно огорчать и приводить к разочарованию в своих математических способностях. Для успеха на олимпиаде необходимы некоторые специальные типы одарённости, которые присущи далеко не всем и не обязательны для успешного математика. Уже само наличие назначенного очень ограниченного промежутка времени для решения задач многих делает совершенно беспомощными. Так выдающийся советский математик П.С. Александров (1896–1982) говорил, что если бы во времена его юности были математические олимпиады, то, возможно, он вообще не сделался бы математиком: его главные достижения в математике явились не плодом быстро работающей изобретательности, а итогом длительного и углубленного созерцания.

И ещё, – не откладывайте занятия математикой на потом, прислушайтесь к словам знаменитого американского математика и философа, основоположника кибернетики и теории искусственного интеллекта Норберта Винера (1894–1964): "Математика – наука молодых. Иначе и не может быть. Занятия математикой – это такая гимнастика ума, для которой нужны вся гибкость и вся выносливость молодости".

### **Примеры олимпиадных задач по теме «Уравнения в целых числах»**

*Уравнения в целых числах* – это алгебраические уравнения с двумя или более неизвестными переменными и целыми коэффициентами. Решениями такого уравнения являются все целочисленные (иногда натуральные или рациональные) наборы значений неизвестных переменных, удовлетворяющих этому уравнению. Такие уравнения ещё называют *диофантовыми*, в честь древнегреческого

математика Диофанта Александрийского, который исследовал некоторые типы таких уравнений ещё до нашей эры.

Современной постановкой диофантовых задач мы обязаны французскому математику Ферма. Именно он поставил перед европейскими математиками вопрос о решении неопределённых уравнений только в целых числах. Наиболее известное уравнение в целых числах – великая теорема Ферма: уравнение

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеет ненулевых рациональных решений для всех натуральных  $n > 2$ .

Теоретический интерес к уравнениям в целых числах достаточно велик, так как эти уравнения тесно связаны со многими проблемами теории чисел.

В 1970 году ленинградский математик Юрий Владимирович Матиясевич доказал, что общего способа, позволяющего за конечное число шагов решать в целых числах произвольные диофантовы уравнения, не существует и быть не может. Поэтому следует для разных типов уравнений выбирать собственные методы решения.

При решении уравнений в целых и натуральных числах можно условно выделить следующие методы:

- способ перебора вариантов;
- применение алгоритма Евклида;
- представление чисел в виде непрерывных (цепных) дробей;
- разложения на множители;
- решение уравнений в целых числах как квадратных (или иных) относительно какой-либо переменной;
- метод остатков;
- метод бесконечного спуска.

Задачи:

1. Решить в целых числах уравнение  $x^2 - xy - 2y^2 = 7$ .

2. Решить в целых числах уравнение:

а)  $20x + 12y = 2013$ ;

б)  $5x + 7y = 19$ ;

в)  $201x - 1999y = 12$ .

3. Решить в целых числах уравнение:

а)  $x^3 + y^3 = 3333333$ ;

б)  $x^3 + y^3 = 4(x^2y + xy^2 + 1)$ .

4. Решить

а) в простых числах уравнение  $x^2 - 7x - 144 = y^2 - 25y$ ;

б) в целых числах уравнение  $x + y = x^2 - xy + y^2$ .

5. Существует ли бесконечное число троек целых чисел  $x, y, z$  таких, что  $x^2 + y^2 + z^2 = x^3 + y^3 + z^3$  ?

6. Найдите такие целые числа  $x, y, z, u$ , что  $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 2xyzu$ .

7. Докажите, что уравнение  $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 30$  не имеет решений в целых числах.
8. Решить в целых числах уравнение  $1! + 2! + \dots + x! = y^2$ .
9. Решите следующую систему уравнений в натуральных числах:  
 $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$ ,  $a^2 = 2(b + c)$ .
10. Найти все пары целых чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих уравнению  $x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y$ .
11. Решить в целых числах уравнение:  
а)  $xy = x + y + 3$ ;  
б)  $x^2 + y^2 = x + y + 2$ .
12. Решить в целых числах уравнение:  
а)  $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$ ;  
б)  $15x^2 - 7y^2 = 9$ .
13. Решить в натуральных числах уравнение:  
а)  $2^x + 1 = y^2$ ;  
б)  $3 \cdot 2^x + 1 = y^2$ .
14. Доказать, что уравнение  $x^3 + 3y^3 + 9z^3 = 9xyz$  в рациональных числах имеет единственное решение  
 $x = y = z = 0$ .
15. Доказать, что уравнение  $x^2 + 5 = y^3$  в целых числах не имеет решений.

## 2. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### 2.1. Групповые и индивидуальные задания по теме 1

**Задание 1.1.** Изучить информацию о методе проектов, классификации учебных проектов, особенностях каждого из видов проектов. Знать формы реализации учебных проектов.

**Задание 1.2.** Разработать тематику и содержание минiproектов (не меньше 4-5) на основании содержания курса математики:

**Подгруппа А)** 5 или 6 класса;                      **Подгруппа Б)** 7 класса;

**Подгруппа В)** 8 класса;                              **Подгруппа Г)** 9 класса.

**Задание 1.3.** По одной и той же предложенной теме курса математики 10-11 классов предложить содержание проектных заданий разных видов (не менее 3-4) и с разными формами их реализации.

**Подгруппа А)** Тригонометрические функции;

**Подгруппа Б)** Перпендикулярность прямых и плоскостей;

**Подгруппа В)** Логарифмические уравнения и неравенства;

**Подгруппа Г)** Тела вращения.

## 2.2. Групповые и индивидуальные задания по теме 2

**Задание 2.1.** Ознакомиться с программой по математике для факультативных занятий в профильных 8-х и 11-х классах. Распределить материал темы «Векторы и координаты» по 4-м подгруппам и подготовить фрагменты объяснения соответствующего теоретического материала всей группе.

**Требования к усвоению:** знать содержание и требования по теме «Векторы и координаты» по программе факультативных занятий для 8-х и 11-х классов. Уметь отвечать на вопросы и решать задачи по этой теме. Уметь формулировать суть векторного метода решения геометрических задач. Знать источники информации.

**Уметь решать следующие задачи:**

**№ 1.** ABC – произвольный треугольник. AA<sub>1</sub>, BB<sub>1</sub>, CC<sub>1</sub> его медианы. Доказать, что

$$\vec{AA}_1 + \vec{CC}_1 + \vec{BB}_1 = 0$$

Эту задачу можно переформулировать по - другому: Доказать, что из медиан треугольника можно составить новый треугольник. Или : Дан треугольник ABC. Доказать, что существует треугольник, стороны которого соответственно параллельны и равны медианам данного треугольника ABC.

**№ 2.** Докажите, что отрезок, который соединяет середины диагоналей трапеции параллелен основаниям  $a$  и  $b$  и равен  $0,5(a - b)$ .

**№ 3.** Стороны параллелограмма разделены по его обходу в равных отношениях. Докажите, что точки деления служат вершинами нового параллелограмма.

**№ 4.** Дан треугольник ABC. BK = 1/3 BA, AM = 1/3 AC, CP = 1/3 BC. Доказать, что точки H и E пересечения медиан треугольников ABC и MKP совпадают.

$$1. \quad \vec{QC} = \frac{n}{m+n} \vec{QA} + \frac{m}{m+n} \vec{QB} \quad (*)$$

2. доказать (\*)

**№ 5.** Докажите, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит их в отношении 2:1, считая от вершины.

**№ 6.** В треугольнике ABC точка M принадлежит стороне AB, при этом AM : MB = 2:1, точки Q, N - на стороне BC, BQ : QC = 1:6, BN : NC = 3:2, P – на стороне AC, AP : PC = 2:3. Отрезки MN и QP пересекаются в точке O. Найти MO : ON, PO : OQ .

**№ 7.** Доказать, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

**№ 8.** В треугольной пирамиде ABCD рёбра AD и BC взаимно перпендикулярны. Доказать, что  $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$

**№ 9.** На сторонах AB и BC квадрата ABCD взяты точки K и M так, что AK = 1/3 AB, BM = 1/2 BC. Найдите косинус угла между прямыми DK и AM.

**Задание 2.2.** Проверить усвоение материала по теме векторы в ходе СР по составленным группой вариантам на 10 мин у одной из четырех подгрупп (А, Б, В или Г).

По материалам НИО РБ выбрать программу факультативных занятий и провести фрагмент вводного мотивационного занятия по ней для учащихся:

**Подгруппа А)** 7 класса; **Подгруппа Б)** 8 класса;

**Подгруппа В)** 9 класса; **Подгруппа Г)** 10 класса.

Изучить нормативные документы по организации факультативных и кружковых занятий; подобрать литературу и интернет – ресурсы в помощь учителю по этим видам дополнительного образования учащихся. Знать, что такое «элективные курсы».

**Задание 2.3.** Подобрать 2-3 задачи прикладного содержания, которые решаются векторным способом, быть готовым продемонстрировать решение одной из этих задач.

**У каждого в личном портфолио должно быть:**

- программа факультативных занятий для 8-х и 11-х классов по теме «Векторы и координаты»;
- конспект проработанных материалов по всем вопросам этой темы «Векторы и координаты»;
- 2 варианта текста СР, которыми проверяется усвоение **всех** вопросов программы о векторах (СР должна быть отработана, иначе не будет зачета);
- тексты 2-3 задач прикладного содержания, которые решаются векторным способом;
- нормативные документы о факультативных занятиях;
- программа одного из факультативных курсов и знание аргументации ее выбора.

**Задание 2.4.** По материалам различных учебных пособий разработать программу курса по выбору «Элементы математической статистики». Провести, используя материалы экспериментального учебного пособия под редакцией Л.Б. Шнепермана (2005 года издания), фрагмент занятия для учащихся курса по выбору «Элементы математической статистики» по теме:

**Подгруппа А)** Статистика. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки;

**Подгруппа Б)** Полигон и гистограмма;

**Подгруппа В)** Некоторые числовые характеристики выборки;

**Подгруппа Г)** Тестовые проверочные задания по темам А)-В).

Подобрать дополнительные материалы по элементам математической статистики в помощь учителю. Уметь отвечать на вопросы и решать задачи по указанным темам.

**Задание 2.5.** Подготовиться к проведению устного тематического дифференцированного зачета по темам:

**Подгруппы А) Б)** «Элементы математической статистики».

**Подгруппы В) Г)** «Векторы и координаты».

Провести проверку знаний в форме зачета у студентов других двух подгрупп в течение 30 мин. Для этого студентам-экзаменаторам:

- в соответствии с программой факультатива по теме «Векторы и координаты» и материалам из учебного пособия для 12 класса по теме «Элементы математической статистики» подготовить развернутый список требований к экзаменуемым по теме зачета (знать смысл терминов ...; уметь формулировать определения понятий ...; уметь находить...; уметь вычислять ...; уметь решать задачи типа ... и т.п.);
- своевременно (за 2-3 дня до зачета) предъявить список требований по теме будущим экзаменуемым;
- подготовить ведомость для каждого экзаменуемого студента, в которой будут отражены все проверяемые позиции (знание определений, наличие конкретных практических навыков, качество решения заданий и т.п.);
- подготовить индивидуальные раздаточные дидактические материалы для проведения зачета, содержание которых соответствует заявленным требованиям;
- продумать распределение обязанностей между всеми экзаменаторами, чтобы все экзаменуемые без простоев продуктивно работали все 30 минут и успели показать свои знания по программе зачета;
- продумать заранее критерии оценки качества ответа экзаменуемого (сколько баллов будет начисляться за каждый элемент программы опроса, в зависимости от его сложности, как будет выводиться итоговая отметка и т.п.);
- обеспечить требовательность, объективность и честность проверки.

Всем подготовиться к приему и сдаче зачета по двум указанным темам.

**Задание 2.6. Подгруппы А) Б)** По состоявшемуся зачету по теме «Элементы математической статистики» доработать, с учетом замечаний, дидактические материалы для проведения зачета (в 2-х вариантах); подготовить два экземпляра (один экземпляр сдать на проверку, а второй передать для студентов другой группы).

**Подгруппы В) Г)** По состоявшемуся зачету по теме «Векторы и координаты» доработать, с учетом замечаний, дидактические материалы для проведения зачета (в 2-х вариантах); подготовить два экземпляра (один экземпляр сдать на проверку, а второй передать для студентов другой группы).

**Задание 2.7.** Найти интересную и доступную для учащихся историческую, занимательную, мировоззренческую информацию по материалу тем (знать перевод и происхождение каждого иноязычного термина этих тем):

**Подгруппы А) Б)** «Элементы математической статистики».

**Подгруппы В) Г)** «Векторы и координаты».

Всем готовиться к КР по темам 1 и 2.

### 2.3. Групповые и индивидуальные задания по теме 3

#### Задание 3.1.

Подобрать из различных источников (указав их), или составить самим не менее 10 практико-ориентированных задач (задач с межпредметным содержанием, прикладных задач) по разным темам школьной программы по математике:

**Подгруппа А)** для 7 класса;

**Подгруппа Б)** для 8 класса;

**Подгруппа В)** для 9 класса;

**Подгруппа Г)** для 10 класса.

Презентовать их условия и решения в аудитории (время презентации не более 15мин.).

**Задание 3.2. а)** Изучить материалы сайта НИО РБ по проблеме обучения решению практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием. Уметь приводить примеры таких задач из материалов сайта и решать их. Знать требования учебной программы по математике относительно таких задач.

**б)** Изучить разные точки зрения на понятие практико-ориентированных и прикладных задач, на их роль в обучении математике.

**Задание 3.3.** Проанализировать особенности практико-ориентированных заданий по математике в международных тестированиях TIMSS и PISA. Найти информацию о целях этих тестирований и результатах последних лет по разным странам. Привести примеры удачных и менее удачных прикладных задач из этих тестирований, пояснить свою позицию.

**Задание 3.4.** Проанализировать возможности связать с реальностью содержание отдельных тем курса математики:

**Подгруппа А)** 10 класс – тригонометрия или прямые и плоскости в пространстве;

**Подгруппа Б)** 9 класс – дробно-рациональные уравнения, неравенства, системы или решение произвольных треугольников;

**Подгруппа В)** 8 класс – квадратные уравнения и неравенства или свойства подобных фигур;

**Подгруппа Г)** 7 класс – системы линейных уравнений с двумя переменными или признаки равенства треугольников.

**Задание 3.5.** Составить хотя бы одно проектное задание для учащихся, выполнение которого продемонстрирует связь данного изучаемого программного материала с реальными жизненными ситуациями.

Изучить литературу и интернет – ресурсы по проектной деятельности в обучении математике. Насколько, предлагаемые в найденных источниках, проектные задания действительно связаны с реальной жизнью? Какие именно знания по математике оказываются востребованными при их выполнении?

**Пример проектного задания на тему «Уравнение с двумя переменными»**

1. Изучите по квитанциям за прошедшие три месяца данные по оплате жилищно-коммунальных услуг в вашей квартире. Установите, с помощью родителей, за какие из них взималась постоянная плата, а за какие оплата менялась в зависимости от потребляемых объемов (например, оплата за горячее водоснабжение (подогрев), за холодное водоснабжение и др.)

2. Для каждого из указанных видов услуг, оплата которых зависит от объема потребления, составьте таблицу, в которой укажите за каждый месяц объем их расходования в нужных единицах, соответствующий тариф (цену услуги за единицу ее объема) и начисленную за это плату. Постройте соответствующие столбчатые диаграммы.

3. Найдите ежемесячную стоимость всех тех жилищно-коммунальных услуг, оплата за которые постоянна, и составьте линейное уравнение с двумя переменными – математическую модель ежемесячной платы за квартиру. (Что можно взять в качестве двух переменных, если в квартире нет горячего водоснабжения?)

4. Исследуйте, используя математическую модель ежемесячной платы за квартиру, какие расходы можно уменьшить, на какую сумму и за счет чего. Приведите аргументы в виде выполненных конкретных расчетов.

#### 2.4. Групповые и индивидуальные задания по теме 4

**Задание 4.1.** Знать, как подготовить проведение олимпиады в школе (организация процесса написания олимпиадных работ, их проверки, подведение итогов, организация награждения, публикации и обсуждения решений).

**Иметь в своем портфолио информацию:**

- а) о сроках проведения в РБ олимпиад по математике разных уровней;
- б) о традиционной тематике олимпиадных задач;
- в) об истории международных олимпиад по математике.

**Задание 4.2.** Подготовить фрагменты факультативных занятий по обучению решению задач по одной из тем, традиционных для олимпиад:

**Подгруппа А)** Четность и нечетность;      **Подгруппа Б)** Инварианты;

**Подгруппа В)** Принцип Дирихле;      **Подгруппа Г)** Раскраски.

**Задание 4.3.**

**Подгруппы А) Б)** Познакомить студентов группы с разными сценариями проведения математического боя по решению математических задач.

**Подгруппы В) Г)** Познакомить студентов группы с разными сценариями проведения командного турнира по решению математических задач.

**Задание 4.4.** Предложить (найти или придумать самим) темы математических выставок и экскурсий для учащихся 5-6 классов (7-9 классов; 10-11 классов); аргументировать каждую из тем.

**Задание 4.5.**

**Подгруппы А) и Б)** Рассказать об истории создания массовой математической олимпиады «Кенгуру», об условиях участия в ней. Познакомиться с целями, задачами, историей создания и организацией массовой международной олимпиады по математике «Кенгуру». Одной из подгрупп провести фрагмент олимпиады «Кенгуру» по материалам прошлых лет и подвести итоги.

**Подгруппа В) и Г)** Проанализировать тематику работ для 5-9-х классов; выделить наиболее «избитые» темы; выделить перспективные, т.е. не банальные темы. Рассказать, как организовать школьную научную конференцию учащихся (какие проблемы следует предусмотреть при организации конференции). Познакомиться с требованиями к оформлению исследовательских работ школьников.

**Иметь в своем портфолио информацию по всем заданиям.**

### 3. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

#### **3.1. Контрольные вопросы по теме 1 «Проектные технологии»**

1. Какие образовательные цели лежат в основе метода проектов?
2. В каких условиях применение метода проектов является наиболее рациональным?
3. Что отличает систему обучения (технология), понимаемую как метод проектов?
4. Как изменяются позиции учителя и учащихся при реализации метода проектов в обучении предмету?
5. Каковы издержки моды на метод проектов в школьной практике?
6. Каковы требования к использованию метода проектов в обучении.
7. По каким основаниям можно классифицировать учебные проекты (назовите их)?
8. Назовите виды учебных проектов на основе доминирующей деятельности учащихся.
9. Охарактеризуйте особенности: а) монопроектов и межпредметных проектов; б) внутришкольных и региональных проектов; в) минипроектов и долгосрочных проектов.
10. Назовите формы презентации проектов.

### 3.2. Контрольная работа (темы 1 и 2)

#### Вариант 1

1. Перечислите различные основы (не менее четырех), по которым можно классифицировать учебные проекты.
2. Назвать не менее 10 понятий, которые рассматриваются по программе для факультативных занятий в теме «Векторы и координаты» для 8-х и 11-х классов.
3. Даны точки:  $K(-1; 3; 1)$ ,  $T(4; -2; -1)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $P(1; 1; -5)$ ,  $M(-1; 5; 4)$ ,  $X(-3; -1; 1)$ . Зная, что  $\vec{KT} = \vec{BP}$ ,  $\vec{BM} = \vec{MX}$  найдите:
  - а)  $\vec{KT}$ ; б)  $\vec{BM}$ ; в)  $\vec{MX}$ ; г)  $\vec{KT} + \vec{BM}$ ; д)  $\vec{MX} + \vec{BP}$ .
4. Докажите, что вершинами параллелограмма  $ABCD$  являются точки:  $A(4; 2)$ ,  $B(5; 7)$ ,  $C(-3; 4)$ ,  $D(-4; 1)$ .
5. В таблицу занесены результаты опроса о месяце рождения студентов четвертого курса.

9	3	2	7	2	12	1	3	7	8
11	11	12	2	2	8	4	1	2	3
10	9	8	7	6	5	11	4	3	2

- а) Определите объем выборки.
- б) Ранжируйте данные и запишите вариационный ряд.
- в) Укажите для каждой из вариантов ее кратность и частоту.
- г) Укажите для выборки ее: среднее, моду и медиану.
- д) Постройте полигон кратностей.
- е) Постройте гистограмму кратностей с 4-мя столбцами.

**Вариант 2**

1. Перечислите не менее четырех видов (классов) учебных проектов на основе доминирующей деятельности его исполнителей.
2. Назовите не менее 10 понятий, которые рассматривались в теме «Элементы математической статистики» экспериментального учебного пособия по алгебре для 12 класса общеобразовательной школы по учебной программе 2005 года.
3. Даны точки:  $K(-1; 3; 1)$ ,  $T(4; -2; -1)$ ,  $B(-2; 1; 0)$ ,  $P(1; 1; -5)$ ,  $M(-1; 5; 4)$ ,  $X(-3; -1; 1)$ . Зная, что  $\vec{KT} = \vec{MB}$ ,  $\vec{TP} = \vec{MX}$  найдите:
  - а)  $\vec{KB}$ ; б)  $\vec{BT}$  в)  $\vec{TP}$  г)  $\vec{MX}$ ; д)  $\vec{KT}$ .
4. Докажите, что вершинами параллелограмма  $ABCD$  являются точки:  $A(8; -3)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(10; 11)$ ,  $D(16; 3)$ .
5. В таблицу занесены результаты самостоятельной работы по алгебре в седьмых классах.

9	3	9	10	10	7	7	7	7	9
1	5	7	9	8	4	3	8	1	6
2	2	4	5	5	5	6	7	3	2

- а) Определите объем выборки.
- б) Ранжируйте данные и запишите вариационный ряд.
- в) Укажите для каждой из вариантов ее кратность и частоту.
- г) Укажите для выборки ее: среднее, моду и медиану.
- д) Постройте полигон кратностей.
- е) Постройте гистограмму кратностей с 5-ю столбцами.

### 3.3. Контрольные вопросы по теме 3

#### «Практико-ориентированные проекты»

1. Сравните трактовки понятий «задача», «математическая задача», «прикладная задача», «практико-ориентированная задача», «задача с межпредметным содержанием» и т.д., которые встречаются в методической литературе.

2. Перечислите и охарактеризуйте функции практико-ориентированных задач в обучении учащихся математике.

3. Как Вы понимаете воспитывающие функции задач? В чем заключается воспитание мировоззрения учащихся в процессе решения практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием? Как с помощью таких задач воспитывается готовность учащихся к практической деятельности?

4. Проанализируйте содержание действующего учебного пособия по математике для 5( 6 ) класса с точки зрения наличия в нем прикладных задач. Какие требования предъявляются к задачам с производственным содержанием?

5. Проанализируйте содержание действующего учебного пособия по алгебре для 7 (8, 9) класса с точки зрения наличия в нем прикладных задач. Приведите конкретные примеры практико-ориентированных задач из учебника. Подберите или составьте свои задачи.

6. Проанализируйте содержание действующего учебного пособия по геометрии для 7(8,9) класса с точки зрения наличия в нем прикладных задач. Какие требования предъявляются к задачам с производственным содержанием? Приведите конкретные примеры практико-ориентированных задач из учебника. Подберите или составьте свои задачи.

7. Проанализируйте содержание действующего учебного пособия по стереометрии для 10( 11 ) класса с точки зрения наличия в нем прикладных задач. Какие требования предъявляются к задачам с производственным содержанием? Приведите конкретные примеры практико-ориентированных задач из учебника. Подберите или составьте свои задачи.

8. Проанализируйте содержание действующего учебного пособия по алгебре и началам анализа для 10( 11 ) класса с точки зрения наличия в нем прикладных задач. Приведите конкретные примеры практико-ориентированных задач из учебника. Подберите или составьте свои задачи.

9. Проиллюстрируйте реализацию различных функций задач на примере решения конкретной практико-ориентированной задачи, составленной или подобранной Вами.

10. Перечислите этапы процесса решения задачи. Какие рекомендации желательно дать учащимся на начальном этапе процесса решения практико-ориентированных задач?

11. Какие требования предъявляются к решению математических задач в методической литературе? Отличаются ли требования к решению математических

задач от требований, предъявляемых к практико-ориентированным математическим задачам?

12. Опишите методику организации работы с учащимися по составлению задач межпредметного характера? В чем значимость такой работы?

### **3.4. Самостоятельная работа (темы 3 и 4)**

#### **Вариант 1**

1. В какие сроки в РБ проводятся районные и республиканские олимпиады по математике?
2. Назовите не менее 7 тем традиционной олимпиадной тематики для 5-6 классов. Приведите пример задания по одной из тем.
3. Назовите не менее трех направлений реализации прикладной направленности школьного курса математики. Приведите пример практико-ориентированной задачи по одной из тем курса алгебры 7-9 классов.
4. Предложите содержание и форму реализации творческого проекта по одной из тем курса геометрии 10-11 классов.
5. Предложите тему исследовательской работы на материале курса математики 8 класса. Сформулируйте цель и задачи исследования. Составьте его примерный план. Укажите требования к оформлению исследовательской работы учащегося.

#### **Вариант 2**

1. В какие сроки в РБ проводятся школьные и областные олимпиады по математике?
2. Назовите не менее 7 тем традиционной олимпиадной тематики для 7-9 классов. Приведите пример задания по одной из тем.
3. Назовите не менее трех направлений реализации прикладной направленности школьного курса математики. Приведите пример практико-ориентированной задачи по одной из тем курса математики 5-6 классов.
4. Предложите содержание и форму реализации творческого проекта по одной из тем курса алгебры 10-11 классов.
5. Предложите тему исследовательской работы на материале курса математики 9 класса. Сформулируйте цель и задачи исследования. Составьте его примерный план. Укажите требования к оформлению исследовательской работы учащегося.

## 4. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

### 4.1. Учебная программа

КОНТРОЛЬНЫЙ  
ЭКЗЕМПЛЯР

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной и  
информационно-аналитической работе  
В.М. Зеленкевич  
« 25 » 2016 г.

Регистрационный № УД-24-1-011-2016 г.

#### ПРАКТИКУМ ПО МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине  
для специальности  
1-02 05 01 Математика и информатика

2016 г.

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика (ОСВО 1-02 05 01 – 2013) и учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика (регистрационный № 152 – 2013/у от 25.07.2013 г.)

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Е.П.Кузнецова, доцент кафедры математики и методики преподавания математики БГПУ, кандидат педагогических наук, доцент  
Н.К.Пещенко, доцент кафедры математики и методики преподавания математики БГПУ, кандидат педагогических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

кафедра социально-трудовых отношений ГУО «Республиканский институт повышения квалификации и переподготовки работников Министерства труда и социальной защиты Республики Беларусь» (рецензент – профессор кафедры кандидат педагогических наук, доцент, член-корреспондент Международной Академии Наук Педагогического Образования Ю.Н.Шестаков; заведующая кафедрой С.И.Жибартович)  
Заведующая кафедрой естественнонаучных дисциплин БГПУ, кандидат педагогических наук, Г.Л.Муравьева, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики учреждения образования “Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка” (протокол № 10 от 10.06.2016 г.).

И.о. заведующего кафедрой  С.И.Василец

Научно-методическим советом учреждения образования “Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка” (протокол № 6 от 15.06.2016 г.)

Оформление учебной программы и сопровождающих её материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического  
управления БГПУ

 С.А.Стародуб

Ответственный за редакцию: Е.П.Кузнецова

Ответственный за выпуск: Н.К.Пещенко

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Практикум по методике преподавания математики» вместе с дисциплиной «Теория и методика обучения математике» и другими практико-ориентированными дисциплинами является составной частью профессиональной подготовки будущего учителя математики в процессе обучения в педагогическом университете. Дисциплина предусматривает наличие у студентов общей психолого-педагогической подготовки, хорошей ориентировки в содержательных и процессуальных проблемах дидактики, а также соответствующей математической базы в объеме изучаемых курсов университета.

Изучение дисциплины «Практикум по методике преподавания математики» должно усилить практическую подготовку студентов к будущей профессиональной деятельности и обеспечить формирование у них ряда академических, социально-личностных и профессиональных компетенций.

Основной целью преподавания и изучения дисциплины «Практикум по методике преподавания математики» является усиление практической подготовки студентов в ходе формирования навыков проектной деятельности с использованием ИКТ на основе содержания конкретных методических проблем школьного математического образования.

Для достижения этой цели и формирования соответствующих компетенций будущего решаются следующие задачи.

1. Продолжение формирования у студентов широкого творческого взгляда на проблемы школьной математики, умения самостоятельно анализировать процесс обучения и исследовать и решать методические проблемы.
2. Углубление знаний студентов о содержании всех компонентов методической системы обучения математике в их современной трактовке, о требованиях образовательных стандартов, о перспективах и направлениях их усовершенствования на различных уровнях.
3. Продолжение обучения студентов применению наиболее эффективных методов, средств и организационных форм обучения школьников математике, использованию в своей деятельности новых технологий обучения.
4. Развитие познавательных навыков студентов, умений самостоятельно конструировать свои знания, умения ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления.
5. Реализация на материале содержания школьного курса математики ряда информационных и практико-ориентированных учебных проектов, связанных с необходимостью усиления внимания в процессе обучения к проблемам моделирования, прикладной направленности обучения, связей с другими предметами, дифференциации, использования информационных и дистанционных технологий и др.

б. Формирование навыков разработки творческих учебных проектов на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике.

### **Место учебной дисциплины и связь с другими учебными дисциплинами**

В рамках дисциплины закрепляются и усиливаются основы профессионального отношения к проблемам школьного математического образования. Программа строится с учетом уже полученных студентами знаний по психологии, педагогике, математике, практикуму по решению задач, методике преподавания математики, дисциплин по выбору и спецкурсов. Студенты самостоятельно приобретают недостающие знания из разных источников; учатся пользоваться ими для решения познавательных и практических задач; приобретают коммуникативные умения, работая в различных группах; развивают у себя исследовательские умения (умения выявления проблем, сбора информации, наблюдения, проведения эксперимента, анализа, построения гипотез, обобщения); развивают системное мышление.

Согласно образовательному стандарту высшего образования изучение учебной дисциплины «Практикум по методике преподавания математики» должно обеспечить формирование у студентов академических, социально-личностных и профессиональных компетенций.

### **Требования к академическим компетенциям**

Студент должен:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть методами научно-педагогического исследования.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

### **Требования к социально-личностным компетенциям**

Студент должен:

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.
- СЛК-7. Быть способным осуществлять самообразование и совершенствовать профессиональную деятельность.

## **Требования к профессиональным компетенциям**

Студент должен быть способен:

### **Обучающая деятельность**

- ПК-1. Управлять учебно-познавательной и (учебно-исследовательской деятельностью обучающихся).
- ПК-2. Использовать оптимальные методы, формы и средства обучения.
- ПК-3. Организовывать и проводить учебные занятия различных видов и форм.
- ПК-4. Организовывать самостоятельную работу обучающихся.

### **Развивающая деятельность**

- ПК-11. Развивать учебные возможности и способности обучающихся на основе системной педагогической диагностики.
- ПК-12. Развивать навыки самостоятельной работы обучающихся с учебной, справочной, научной литературой и др. источниками информации.
- ПК-13. Организовывать и проводить коррекционно-педагогическую деятельность с обучающимися.
- ПК-14. Предупреждать и преодолевать неуспеваемость обучающихся.

### **Ценностно-ориентационная деятельность**

- ПК-15. Формулировать образовательные и воспитательные цели.
- ПК-16. Оценивать учебные достижения обучающихся, а также уровни их воспитанности и развития.
- ПК-17. Осуществлять профессиональное самообразование и самовоспитание с целью совершенствования профессиональной деятельности.
- ПК-18. Организовывать целостный педагогический процесс с учетом современных образовательных технологий и педагогических инноваций.
- ПК-19. Анализировать и оценивать педагогические явления и события прошлого в свете современного научного знания.

В результате изучения дисциплины «Практикум по методике преподавания математики» студенты должны

#### ***знать:***

- современные педагогические технологии обучения математике при изучении основных разделов школьного курса математики;
- классификацию учебных проектов на основе доминирующей деятельности учащихся, а также по другим основаниям;
- характеристики каждого из видов проекта (по комплексности, числу исполнителей, типу контактов, продолжительности);
- виды презентации проекта;
- основные критерии оценки проекта и его презентации;
- основные проблемы организации работы над проектом;

#### ***уметь:***

- использовать принципы, методы, формы и средства учебной и научно-исследовательской работы в сфере математического образования;
- использовать знания, которые относятся к современным технологиям обучения математике;
- организовывать образовательно-воспитательный процесс обучения математике для различных возрастных групп учащихся, на разных ступенях и профилях обучения и в разных типах образовательных учреждений;
- планировать свою деятельность (деятельность всех членов группы) в зависимости от содержания проектного задания и характеристик проекта;
- подбирать литературу, материалы на электронных носителях для реализации проекта и его презентации;
- разрабатывать критерии оценки качества выполнения проекта и его презентации;
- анализировать и оценивать качество исполнения проекта.

***владеть:***

- способами ориентации в профессиональных источниках информации (журналы, сайты, образовательные порталы и т.д.);
- различными средствами коммуникации в профессиональной педагогической деятельности;
- способами совершенствования профессиональных знаний и умений путем использования возможностей информационной среды.
- методами методологического и научно-методического анализа содержания и структуры учебных средств по математике;
- современными педагогическими технологиями обучения математике;
- методами учебной и научно-исследовательской работы в сфере математического образования.

Для освоения данной учебной дисциплины предусмотрены следующие **формы работы**: практические занятия, самостоятельное изучение материала учебной дисциплины и разработка проектов. Основная цель практических занятий заключается в формировании умений и навыков применять теоретические знания, дополнительные источники по методике преподавания математики к практике обучающей деятельности учителя

Самостоятельная работа студентов подразумевает изучение основной и дополнительной литературы по предмету, разработка проектов для организации познавательной деятельности обучающихся на уроках, факультативных занятиях, на внеурочных занятиях.

Учебная дисциплина «Практикум по методике преподавания математики» предполагает активное применение современных образовательных технологий: использование компьютерных презентаций; практических занятий с использованием интерактивных форм обучения; анализ видеозаписей уроков, моделирования учебных ситуаций при обучении математике и т.д.

Промежуточный **контроль знаний** на дневном отделении осуществляется посредством тестовых заданий, контрольных работ, отчетов по проектам.

Итоговый контроль на дневном отделении реализуется в форме зачета, который предполагает ответы на теоретические вопросы и выполнение проектов.

На заочном отделении контроль реализуется в форме зачета.

Информационно-методическая часть учебной программы включает список основной и дополнительной литературы, методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности.

Программа составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего педагогического образования.

На дневном отделении реализация программы рассчитана на 58 часов (32 часа – аудиторные практические занятия, 26 часов – самостоятельная работа). Формы контроля – 2 контрольные работы и зачет. Дисциплина изучается на 4 курсе в 7 семестре. Часы, отведенные на **самостоятельную работу** студентов 4 курса дневного отделения, распределены следующим образом: Тема 1 – 2 часа, тема 2 – 8 часов, тема 3 – 8 часов, тема 4 – 8 часов.

На заочном отделении реализация программы рассчитана на 58 часов (8 часов – аудиторные практические занятия, 50 часов – самостоятельная работа). Форма контроля – зачет. Дисциплина изучается на 5 курсе в 9 семестре. Часы, отведенные на **самостоятельную работу** студентов 5 курса заочного отделения, распределены следующим образом: Тема 1 – 2 часа, тема 2 – 16 часов, тема 3 – 16 часов, тема 4 – 16 часов.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### *Тема 1. Проектные технологии в обучении математике*

Современная классификация учебных проектов: практико-ориентированные, исследовательские, информационные, творческие и ролевые проекты. Примеры различных видов учебных проектов при обучении математике и их характеристика (монопроекты и межпредметные проекты; внутриклассные и внутришкольные проекты; минипроекты, краткосрочные проекты, недельные и долгосрочные).

### *Тема 2. Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)*

Подготовка студентов к работе в профильных классах на примере одной из тем учебной программы («Векторы и координаты», «Элементы комбинаторики и бином Ньютона», «Элементы теории вероятностей» и др.)

Подготовка студентов к ведению факультативных занятий по математике (на примере одной из программ, утвержденных Национальным институтом образования РБ).

Подготовка студентов к ведению курсов по выбору (разработка программы курса и реализация его содержания).

### ***Тема 3. Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики***

Методика обучения составлению и решению практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием. Практико-ориентированные задачи и задачи с межпредметным содержанием на уроках и факультативных занятиях.

Разработка разноуровневой системы заданий для усвоения отдельного математического понятия и формирования умений его применения на практике.

Задания на проверку умений применения математических знаний в нестандартных ситуациях, в жизни (с учетом опыта международных тестирований).

### ***Тема 4. Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе.***

Методика работы с одаренными учащимися на уроках математики. Работа учителя по подготовке учащихся к олимпиадам по математике. Методика организации исследовательской работы учащихся на уроках и внеклассных занятиях по математике.

### **Требования к проекту**

Проект, как форма текущей и итоговой аттестации студентов, является видом их самостоятельной работы. Проект представляет собой решение определенной учебной проблемы, сформулированной в терминах изучаемой дисциплины – методики преподавания математики. Для формирования у студентов коммуникативных компетенций возможно выполнение группового задания, предусматривающего работу нескольких студентов над одним проектом. В этом случае каждому из них должен быть установлен индивидуальный объем. Анализ сложных методических проблем обучения математике в процессе выполнения проекта позволит студентам приобрести навыки работы со специальной литературой, фактическим материалом, информационные компетенции, выработать умение на основе обобщения изученного делать теоретические и практические выводы, приобретать творческие компетенции.

### УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (дневное отделение)

Номер раздела, темы, занятия	Название темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудит. часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методич. пос. и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	Лаб. занятия	Самост. работа			
1	4 курс	3	4	5	6	7	8	9
<b>1</b>	<b>Проектные технологии в обучении математике</b>		<b>2</b>		<b>2</b>			
1.1.	Современная классификация учебных проектов: практико-ориентированные, исследовательские, информационные, творческие и ролевые проекты. Примеры различных видов учебных проектов при обучении математике и их характеристика (монопроекты и межпредметные проекты; внутриклассные и внутришкольные проекты; минипроекты, краткосрочные проекты, недельные и долгосрочные).		2		2		1,2,7,9,11,16,17,19,21,22,24,25,27,41	Фронтальный опрос
2	<b>Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)</b>		<b>10</b>		<b>8</b>			
2.1	Подготовка студентов к работе в		4		2	Програм	5,12,14,15,18,	Фронтальный

	профильных классах на примере одной из тем учебной программы («Векторы и координаты», «Элементы комбинаторики и бином Ньютона», «Элементы теории вероятностей» и др.)				ма факульт. занятий	19,21,22,25, 29,30,41,43	опрос	
2.2	Подготовка студентов к ведению факультативных занятий по математике (на примере одной из программ, утвержденных Национальным институтом образования РБ).		3		2	Програм ма факульт. занятий	5,12,14,15,18, 19,21,22,25, 29,30,41,43	Проверка проекта
2.3	Подготовка студентов к ведению курсов по выбору (разработка программы курса и реализация его содержания).		3		4	Програм ма факульт. занятий	5,12,14,15,18, 19,21,22,25, 29,30,41,43	Проверка проекта
3	<b>Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики</b>		<b>10</b>		<b>8</b>			
3.1	Методика обучения составлению и решению практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием.		4		2		9,10,11,13,15, 16,19,20,21, 22,31,36,43	Индивидуальные задания
3.2	Практико-ориентированные задачи и задачи с межпредметным содержанием на уроках и факультативных занятиях.		2		2	Програм ма факульт. занятий	9,10,11,13,15, 16,19,20,21, 22,31,36,43	Проверка проекта
3.3	Разработка разноуровневой системы заданий для усвоения отдельного математического понятия и формирования умений его применения на практике.		2		2		9,10,11,13,15, 16,19,20,21, 22,31,36,43	Проверка проекта

3.4	Задания на проверку умений применения математических знаний в нестандартных ситуациях, в жизни (с учетом опыта международных тестирований).		2		2		9,10,11,13,15,16,19,20,21,22,31,36,43	Индивидуальные задания
4	<b>Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе</b>		<b>10</b>		<b>8</b>			
4.1	Методика работы с одаренными учащимися на уроках математики.		4		4	Программа факульт. занятий	8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Индивидуальные задания
4.2	Работа учителя по подготовке учащихся к олимпиадам по математике.		3		2		8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Проверка проекта
4.3	Методика организации исследовательской работы учащихся на уроках и внеклассных занятиях по математике.		3		2	Программа факульт. занятий	8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Проверка проекта
	<b>Всего за семестр</b>		<b>32</b>		<b>26</b>			

### УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (заочное отделение)

Номер раздела, темы, занятия	Название темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудит. часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методич. пос. и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	Лаб. занятия	Самост. работа			
1	4 курс	3	4	5	6	7	8	9
<b>1</b>	<b>Проектные технологии в обучении математике</b>		<b>2</b>		<b>2</b>			
1.1.	Современная классификация учебных проектов: практико-ориентированные, исследовательские, информационные, творческие и ролевые проекты. Примеры различных видов учебных проектов при обучении математике и их характеристика (монопроекты и межпредметные проекты; внутриклассные и внутришкольные проекты; минипроекты, краткосрочные проекты, недельные и долгосрочные).		2		2		1,2,7,9,11,16,17,19,21,22,24,25,27,41	Фронтальный опрос
2	<b>Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)</b>		<b>2</b>		<b>16</b>			
2.1	Подготовка студентов к работе в профильных классах на примере одной из тем		1		6	Программа	5,12,14,15,18,19,21,22,25,	Фронтальный

	учебной программы («Векторы и координаты», «Элементы комбинаторики и бином Ньютона», «Элементы теории вероятностей» и др.)				факульт. занятий	29,30,41,43	опрос
2.2	Подготовка студентов к ведению факультативных занятий по математике (на примере одной из программ, утвержденных Национальным институтом образования РБ).			4	Программа факульт. занятий	5,12,14,15,18,19,21,22,25,29,30,41,43	Проверка проекта
2.3	Подготовка студентов к ведению курсов по выбору (разработка программы курса и реализация его содержания).		1	6	Программа факульт. занятий	5,12,14,15,18,19,21,22,25,29,30,41,43	Проверка проекта
3	<b>Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики</b>		<b>2</b>	<b>16</b>			
3.1	Методика обучения составлению и решению практико-ориентированных задач и задач с межпредметным содержанием.		1	4		9,10,11,13,15,16,19,20,21,22,31,36,43	Индивидуальные задания
3.2	Практико-ориентированные задачи и задачи с межпредметным содержанием на уроках и факультативных занятиях.		1	4	Программа факульт. занятий	9,10,11,13,15,16,19,20,21,22,31,36,43	Проверка проекта
3.3	Разработка разноуровневой системы заданий для усвоения отдельного математического понятия и формирования умений его применения на практике.			4		9,10,11,13,15,16,19,20,21,22,31,36,43	Проверка проекта
3.4	Задания на проверку умений применения		1	4		9,10,11,13,15,	Индивиду

	математических знаний в нестандартных ситуациях, в жизни (с учетом опыта международных тестирований).					16,19,20,21,22,31,36,43	уальные задания	
4	<b>Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе</b>		<b>2</b>		<b>16</b>			
4.1	Методика работы с одаренными учащимися на уроках математики.				6	Программа факульт. занятий	8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Индивидуальные задания
4.2	Работа учителя по подготовке учащихся к олимпиадам по математике.		1		4		8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Проверка проекта
4.3	Методика организации исследовательской работы учащихся на уроках и внеклассных занятиях по математике.		1		6	Программа факульт. занятий	8,11,13,15,16,20,21,22,23,25,27,32,33,34,35,40,43	Проверка проекта
	<b>Всего за семестр</b>		<b>8</b>		<b>50</b>			

**ИНФОРМАЦИОННО – МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ****ЛИТЕРАТУРА****ОСНОВНАЯ**

1. Программы для учреждений, обеспечивающих получение общего среднего образования: Математика V-XI классы /В. И. Берник и др. – Мн., 2015.
2. Инструктивные письма Министерства образования Республики Беларусь по изучению математики.
3. Концепция учебного предмета «Математика», стандарт учебного предмета «Математика», учебная программа для общеобразовательных учреждений «Математика V – XI классы»; нормы оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебному предмету «Математика».
4. Ананченко К.А. Основы методики обучения алгебре. – Витебск. – 1991.
5. Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике. – Мн. – 1988
6. Виноградова, Л.В. Методика преподавания математики в средней школе /Л.В. Виноградова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005.
7. Гин А.А. Приемы педагогической техники: Свобода выбора. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность: Пособие для учителей. – Гомель, 1999.
8. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – Просвещение, 1990.
9. Загвязинский В.И. Теория обучения: Современная интерпретация: Учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений. – М., 2001.
10. Кларин М.В. Инновации в обучении: метафоры и модели: Анализ зарубежного опыта. – М., 1997.
11. Монахов В.М. Технологические основы проектирования и конструирования учебного процесса. – Волгоград, 1995.
12. Методика преподавания математики в средней школе. Частная методика. – Сост. Мишин В.П. – М. – 1987.
13. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. – М. – 1985.
14. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчишина и др.; под ред. В.А.Гусева. – М.: Изд. Центр «Академия», 2004.
15. И.А. Новик Практикум по методике обучения математике: Учеб. пособие / И.А. Новик, Н.В. Бровка. – М.: Дрофа, 2008.
16. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов. – М., 2000.
17. Петровский Г.Н. Педагогические и образовательные технологии современной школы. – Мн., 2003.

18. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие: в 2 ч./ Н. М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Могилёв: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2011. – Ч. 2: Специальные основы методики преподавания математики (частные методики).
19. Рогановский, Н.М. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие: в 2 ч./ Н. М. Рогановский, Е.Н. Рогановская. – Могилёв: УО «МГУ им. А.А. Кулешова», 2010. – Ч. 1: Общие основы методики преподавания математики (общая методика).
20. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2002.
21. Столяр А.А. Педагогика математики. – Мн. – 1987.
22. Статьи методических журналов: “Матэматыка: праблемы выкладання”, “Математика в школе“, “Квант” и статьи еженедельной газеты “Математика”.

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

23. Алейникова Д.К. Разноуровневая дифференциация на уроках математики // Матэматыка: праблемы выкладання. – 1998, №3.
24. Ананченко К.О., Касперко М.В. Технология модульного обобщающего повторения темы «Уравнения и неравенства с модулем» - Витебск. – 1999.
25. Булахова, З.Н. Виды и формы методической работы: метод. пособие / З.Н. Булахова, Ю.Н. Шестаков. – Минск, 2012.
26. Волович М.Б. Наука обучать: Технология преподавания математики. – М. – 1995.
27. Воспитание учащихся при обучении математике. – М. – 1987.
28. Гнеденко В.В., Черкасов Р.С. О преподавании математики в предстоящем тысячелетии. – Мат. В shk. – 1996. – № 1.
29. Груденов Я.И. Изучение определений, аксиом, теорем. – Пос. для учит. – М. – 1981.
30. Готман Э.Г., Скопец З.А. Решение геометрических задач аналитическим методом. – М. – 1979.
31. Готман А.Г. Задачи по планиметрии. – М. – 1998.
32. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. – 1991.
33. Зачем школьнику математика? Уроки Хазанкина: Статьи и материалы / М.: Федеральный институт развития образования, 2012.
34. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи/ Под ред. В.О. Бугаенко. – М.: МЦНМО, 2001.
35. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. Учись решать задачи. – М.—1980.
36. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач. – М. – 1995.
37. Мордкович А.Г. Беседы с учителем математики. – М. – 1995.

38. Никольский Н.Л., Семенов Е.Е. Учимся рассуждать и доказывать. – М. – 1989.
39. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М. – 1976.
40. Семенов Е.Е. Учимся рассуждать и доказывать. М., 1989.
41. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога. – М. – 1987.
42. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М. – 1987.
43. Фридман Л.М. Психолого – педагогические основы обучения математике в школе. – М. – 1983.
44. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. – 2ч. – М. – 1982, 1983.
45. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Обучение математике в школе: Укрупнение дидактических единиц. М. – 1996.

### **МАТЕРИАЛЫ НА ЭЛЕКТРОННЫХ НОСИТЕЛЯХ**

1. Книгарня вучэбнай літаратуры RODINA.BY інтэрнэт-адрас:  
<http://www.rodina.by> тел. (029)611-85-44
2. Математические этюды (<http://www.etudes.ru>)
3. Московский центр непрерывного математического образования – публикации по проблемам математического образования, результаты олимпиад, электронная библиотека физико-математической литературы, электронная версия журнала «Квант» ([www.mcsme.ru](http://www.mcsme.ru))
4. «Задачи» – база данных задач по всему школьному курсу из разных источников ([www.problems.ru](http://www.problems.ru))
5. Каталог образовательных ресурсов московского Института новых технологий ([www.int-edu.ru](http://www.int-edu.ru))
6. Педагогам Беларуси (<http://www.pedagog.bn.by>)

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ НАД ПРОЕКТАМИ**

В процессе изучения учебной дисциплины «Практикум по МПМ» большое внимание уделяется организации самостоятельной работы студентов, предусматривающей как изучение теоретических вопросов, так и выполнение проектов. Самостоятельная работа студентов является важной формой образовательного процесса и должна стать его основой. Это предполагает ориентацию на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей студентов, обучение с учетом потребностей и возможностей каждой отдельной личности. Самостоятельная разработка проектов способствует развитию навыков критического осмысления теоретических проблем.

Самостоятельная работа студентов реализуется как в процессе аудиторных занятий, так и при выполнении различного типа проектов.

Формы самостоятельной работы студентов над проектами:

- изучение научных статей и обзор для презентаций;
- выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и методических компетенций;
- выполнение обучающих и контрольных тестов.

Основными **задачами** самостоятельной работы студентов являются:

- углубление знаний и умений студентов, полученных в ходе плановых учебных занятий;
- формирование профессиональных компетенций;
- подготовка студентов к занятиям, к промежуточному и итоговому контролю;
- формирование навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности, формирование навыков проектной деятельности;

Самостоятельная работа студентов проводится в объеме, предусмотренном учебным планом.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики результатов учебной деятельности**

Система контроля процесса формирования основных методических знаний, умений и навыков может состоять из нескольких этапов:

- диагностика процесса формирования знаний и умений;
- коррекция формируемых умений, навыков;
- контроль уровня сформированности знаний, умений, навыков.

Для оценки достижений студентов используется следующий *диагностический инструментарий*:

- Проведение текущих опросов, тестовых заданий, диагностических и контрольных работ.
- Защита выполненных в рамках управляемой самостоятельной работы индивидуальных и коллективных проектов.
- Собеседование на консультациях.
- Проверка и рецензирование выполненных проектов.
- Выступление студента перед различными аудиториями по подготовленному проекту.
- В качестве итогового контроля предусмотрен зачет, – в соответствии с критериями оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования, – по десятибалльной шкале.

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ  
(дневное отделение)**

№ пп	Название разделов	Количество часов		
		Всего	Практи- ческие занятия	Самостоятельна я работа
1	Проектные технологии в обучении математике	4	2	2
2	Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)	18	10	8
3	Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики	18	10	8
4	Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе	18	10	8
	<b>ВСЕГО:</b>	<b>58</b>	<b>32</b>	<b>26</b>

**ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ  
(заочное отделение)**

№ пп	Название разделов	Количество часов		
		Всего	Практи- ческие занятия	Самостоятельна я работа
1	Проектные технологии в обучении математике	4	2	2
2	Информационные проекты на материале содержания школьного курса математики (профильные классы, факультативные занятия, курсы по выбору)	18	2	16
3	Практико-ориентированные проекты по реализации учебной программы школьного курса математики	18	2	16
4	Творческие проекты на основе моделирования отдельных этапов процесса обучения математике в школе	18	2	16
	<b>ВСЕГО:</b>	<b>58</b>	<b>8</b>	<b>50</b>

#### 4.2. Сайты по вопросам преподавания математики

1. Математические этюды (<http://www.etudes.ru>)
2. Московский центр непрерывного математического образования – публикации по проблемам математического образования, результаты олимпиад, электронная библиотека физико-математической литературы, электронная версия журнала «Квант» ([www.mcsme.ru](http://www.mcsme.ru))
3. «Задачи» – база данных задач по всему школьному курсу из разных источников ([www.problems.ru](http://www.problems.ru))
4. Страница официальных документов на сайте по математике – см. страницу «Учительская» ([www.math.ru](http://www.math.ru))
5. Старые номера журнала «Квант» ([www.kvant.mcsme.ru](http://www.kvant.mcsme.ru))
6. Каталог образовательных ресурсов московского Института новых технологий ([www.int-edu.ru](http://www.int-edu.ru))
7. Методические рекомендации для учителей ([www.intmedia.ru](http://www.intmedia.ru))
8. Сайт Министерства образования РБ (<http://www.minedu.unibel.by>)
9. Сайт Минского государственного городского ИПК и ПК специалистов образования – там есть тематические планирования по всем действующим учебным пособиям по математике (<http://www.ipk.minsk.edu.by>)

### 4.3. Материал для проведения факультативного занятия по теме «Координатный метод решения задач»

#### Содержание занятия

1. Общие положения. Изучение декартовых координат в курсе математики школы.
2. Координатный метод решения задач по стереометрии
  - а) задачи на вычисление
  - б) задачи на доказательство
  - в) задачи на нахождение геометрических мест точек.
3. Задачи по стереометрии, для решения которых необходимы дополнительные несложные теоретические данные.
4. Задачи повышенной трудности.

#### Метод координат упрощает поиски решения некоторых геометрических задач школьного курса математики

Область приложения метода координат в геометрии весьма обширна. Сила метода координат в его алгоритмичности. Этот метод сводит геометрические задачи к алгебраическим, которые по своей природе легче алгоритмируются, т.е. приводятся к четкой последовательности действий и вычислений.

Геометрия, в которой основными средствами исследования служат метод координат и методы элементарной алгебры, называется *аналитической геометрией*.

Аналитическую геометрию можно охарактеризовать как представление точек  $n$ -мерного пространства упорядоченными системами  $n$  чисел – координатами этих точек. Объем вычислений зависит от того, насколько удачно расположена фигура относительно выбранной прямоугольной системы координат.

#### Основной понятийный аппарат метода координат

1. Расстояние между двумя точками  $A(x_1; y_1; z_1)$  и  $B(x_2; y_2; z_2)$ :  
 $d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
2. Координаты середины отрезка:  
 $C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$
3. Уравнение сферы:  
 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$
4. Уравнение прямой, плоскости:  
 $ax + by + c = 0$ , где  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$  одновременно;  
 $ax + by + cz + d = 0$ , где  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$  одновременно.
5. Расстояние от точки  $A(x_0; y_0; z_0)$  до плоскости:  
 $d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

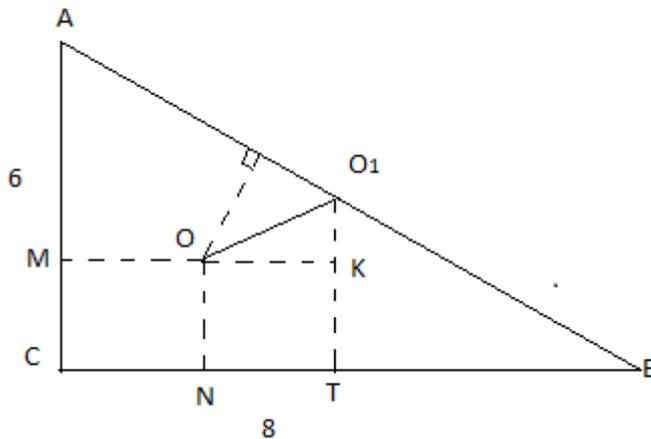
#### Общий план координатного решения геометрической задачи

1. Перевод задачи на координатный (аналитический) язык.
  - а) Построение чертежа
  - б) Размещение системы координат
  - с) Запись координат точек изображенной фигуры
  - д) Запись условия задачи на координатном языке
  - е) Составление координатного выражения по условию задачи
2. Преобразование составленного аналитического выражения.
  - а) Упрощение координатного выражения
  - б) Запись вывода задачи на координатном языке
3. Обратный перевод, т.е. перевод с координатного языка на геометрический язык, в терминах которого сформулирована задача.

### Координатный метод решения задач по стереометрии.

#### 1. Задачи на вычисление

**Задача 1.** Катеты прямоугольного треугольника 6 см и 8 см. Найти расстояние от центра вписанной в треугольник окружности до центра описанной.

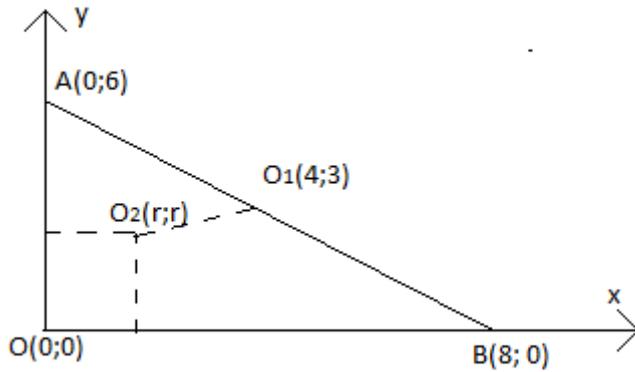


Решение. Способ 1.  $OO_1 = \dots$   $OK = MK - OM = CB - r$

$r = \dots$   $OK = 4 - 2 = 2$   $KO_1 = AC - r = 3 - 2 = 1$

$OO_1 = \dots = \dots$

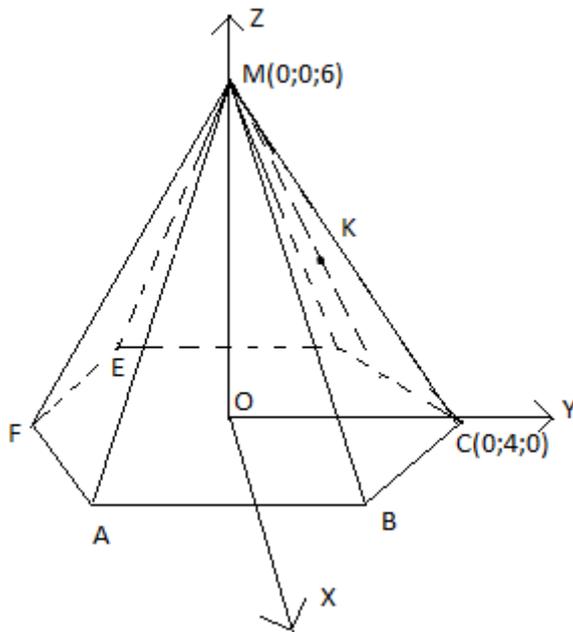
Способ 2 (метод координат)



$$r = \frac{|6x - 8y|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} \quad O_1(4;3), \quad O_2(2;2), \quad O_1 O_2 = \sqrt{5}$$

**Задача 2.** (Василевский А.Б. Обучение решению задач. - с.101)

MABCDEF- правильная шестиугольная пирамида. MO ⊥ ABC. O принадлежит ABC, AB=4, MO=6. K-точка пересечения медиан грани MCD. Найти AK.



Последовательно находим координаты точек A, B, C, D, K<sub>1</sub>, K. Можно проще.

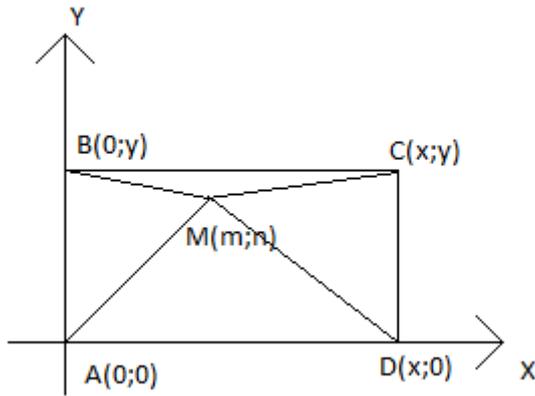
Если K-точка пересечения медиан треугольника, то

\_\_\_\_\_

$A(a; -2; 0) \quad a = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad A(\frac{4}{\sqrt{3}}; -2; 0) \quad B(\frac{4}{\sqrt{3}}; 2; 0)$   
 Точки A и B симметричны относительно оси OX.  
 $D(-\frac{4}{\sqrt{3}}; 2; 0)$  Точки B и D симметричны относительно OY.  
 $K(\frac{4}{3\sqrt{3}}; \frac{2}{3}; 2)$   $K(\frac{4}{3\sqrt{3}}; \frac{2}{3}; 2)$  Дальнейшие  
 вычисления очевидны.

**Задача 3.** (Готман Э. Г. Стр.92.) Найдите радиус сферы, описанной около тетраэдра ABCD с прямым трехгранным углом при вершине D,





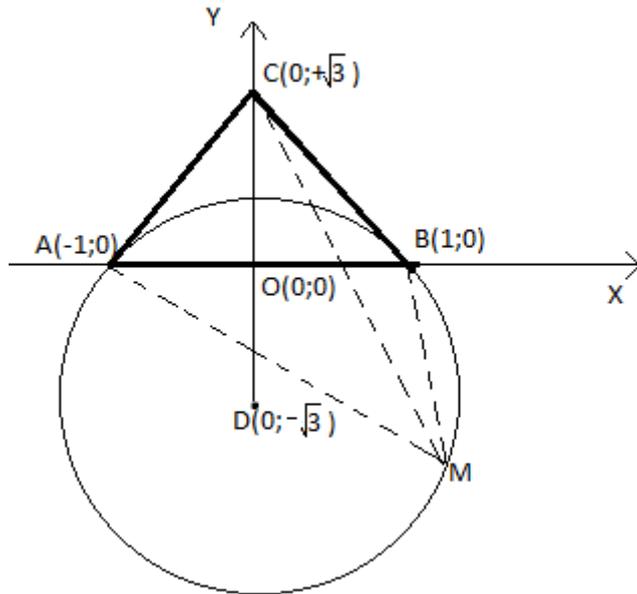
$$AM^2 = m^2 + (n-y)^2 \quad MC^2 = (m-x)^2 + n^2 \quad MD^2 = m^2 + n^2$$

$$MB^2 = (m-x)^2 + (n-y)^2$$

$$m^2 + n^2 - 2ny + y^2 + m^2 - 2mx + x^2 + n^2 = m^2 - 2mx + x^2 + n^2 - 2ny + y^2 + m^2 + n^2$$

Приступая к решению геометрической задачи, следует рационально выбирать систему координат, присоединить ее к данной фигуре наиболее естественным образом. Желательно, чтобы данные точки располагались на осях координат, тогда среди координат будут нули. Это позволит упростить вычисления.

**Задача 5.** (Готман Э.Г. стр 83). Даны равносторонний треугольник ABC и окружность, проходящая через вершины A и B., центр которой симметричен вершине C относительно прямой AB. Доказать, что если M-любая точка окружности, то из отрезков MA, MB, MC можно составить прямоугольный треугольник, который вырождается, если M=A или M=B.



Точку B примем за единичную точку оси абсцисс.

Пусть  $B(1; 0)$ ;  $A(-1; 0)$   $D(0; x)$ .

$$\text{, т.к. } OB=1, AB=2, CB=2. \quad D(0; -\beta), \quad C(0; +\beta)$$

$$MA^2 = (\alpha+1)^2 + \beta^2 \quad AB=2 \quad MC^2 = (\alpha-0)^2 + (\beta-\beta)^2 = \alpha^2 + (\beta-\beta)^2$$

$$MB^2 = (\alpha-1)^2 + \beta^2$$

$$MC^2 = MA^2 + MB^2$$

$$\alpha^2 + (\beta - 1)^2 = (\alpha + 1)^2 + \beta^2 + (\alpha - 1)^2 + \beta^2$$

$$1 - 2\beta = \alpha^2 + \beta^2$$

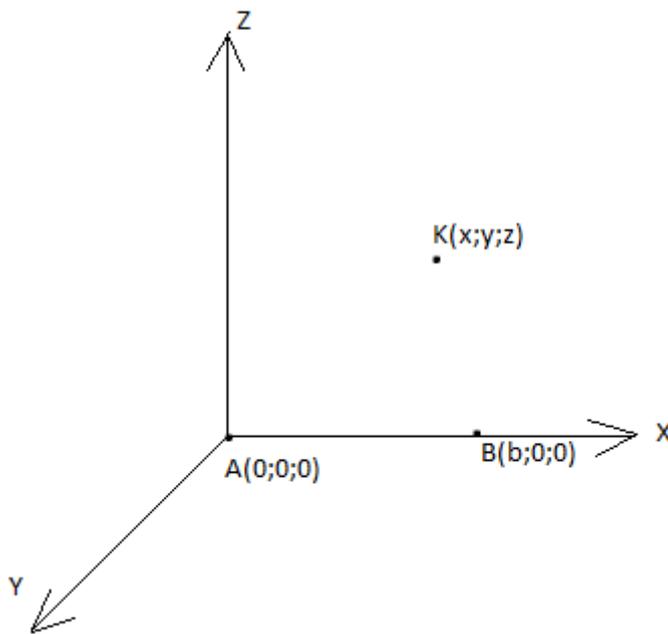
$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\beta - 1 = 0$$

$$\alpha^2 + (\beta + 1)^2 - 4 = 0$$

Это уравнение окружности с центром в точке с координатами  $(0; -1)$  и радиусом 2. А точка М удовлетворяет этому уравнению.

### 3. Нахождение геометрических мест точек.

**Задача 6.** (Готман Э. Г., с. 94, № 568) В пространстве даны точки А и В. Найдите множество, точек пространства, удаленных от А вдвое больше, чем от В.



*Решение.* Выбираем систему координат.  $AK = 2BK$ .

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4((x-b)^2 + y^2 + z^2), \quad x^2 + y^2 + z^2 = 4x^2 - 8xb + 4b^2 + 4y^2 + 4z^2$$

$$3x^2 - 8xb + 4b^2 + 3y^2 + 3z^2 = 0$$

$$x^2 - 2xb - b^2 + y^2 + z^2 = 0$$

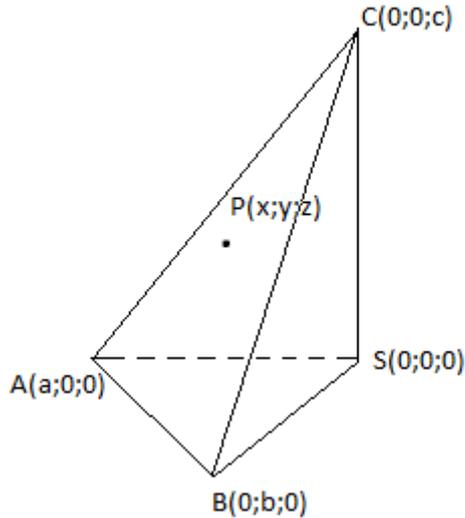
$$x^2 - 2xb - b^2 - b^2 - b^2 + y^2 + z^2 = 0$$

$$(x-b)^2 + y^2 + z^2 = (-b)^2$$

Сфера  $R = -b$ ; Центр  $(-b; 0; 0)$

**Задача 7.** Дан тетраэдр  $SABC$  с прямым трехгранным углом  $S$ . Найдите множество точек  $P$ , для которых  $PA^2 + PB^2 + PC^2 = 3PS^2$ .

*Решение.*



$$PA^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2$$

$$PB^2 = x^2 + (y-b)^2 + z^2$$

$$PC^2 = x^2 + y^2 + (z-c)^2$$

$$(x-a)^2 + y^2 + z^2 + x^2 + (y-b)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-c)^2 = 3(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$2xa + 2yb + 2zc = a^2 + b^2 + c^2$$

$$xa + yb + zc = -(a^2 + b^2 + c^2)$$

Плоскость, проходящая через точку  $P_1(- \quad - \quad -)$  перпендикулярна вектору  $(a; b; c)$ .

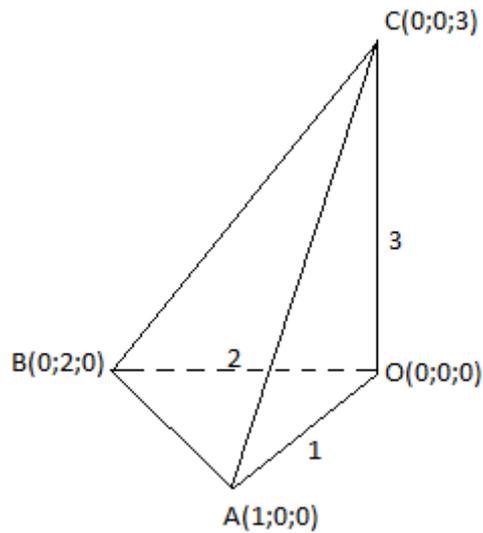
**4. Задачи, для решения которых необходимы дополнительные теоретические знания**

1. Уравнение плоскости:  $ax + by + cz + d = 0$
2. Уравнение плоскости в отрезках  $- \quad - \quad -$ , где  $a, b, c$  – величины отрезков, отсекаемых плоскостью на осях координат.
3. Расстояние от точки  $A(x_0; y_0; z_0)$  до плоскости, задаваемой уравнением  $ax + by + cz + d = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

**Задача 8.** Определить высоту треугольной пирамиды, у которой все углы при вершине прямые, а длины боковых ребер равны соответственно 1, 2, 3.

*Решение.*



Задача сводится к нахождению расстояния от плоскости ABC до точки O(0;0).

Уравнение плоскости ABC - - - Преобразуем его.

$$6x+3y+2z-6=0$$

$$d = \frac{|-6|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} = \frac{6}{7}$$

**Самостоятельно:**

**Вернуться к задаче:** Боковые ребра прямоугольного тетраэдра равны, высота  $h$ . Найти объем тетраэдра.

*Решение.* Плоскость BAD можно задать уравнением:.

- - - В нашем случае  $x+y+z=a$ , откуда

$$D = h = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = h$$

#### 4.4. Примеры практико-ориентированных задач

1. Семья из четырех человек (родители и двое детей) едет по двухнедельной путевке «Мифы Древней Греции». Стоимость путевки в отеле 3\* (НВ) 605 евро, скидка на детей по 90 евро, туристическая услуга 50 рублей на человека, виза 60 евро, медицинская страховка 5 евро, пользование оборудованием «радиогид» на период тура 15 евро, дополнительные экскурсии 70 евро с человека. Вычислите приблизительную стоимость поездки для семьи в евро и в белорусских рублях.

2. Продавец рынка перед праздником увеличил стоимость товара на 15%. Увидев, что товар все еще пользуется повышенным спросом, поднял его стоимость еще на 8%. После праздника стоимость товара пришлось снизить на 20%. Как изменилась стоимость товара по сравнению с первоначальной?

3. Одному внимательному и заботливому внуку бабушка сделала очень солидный подарок. В первый месяц внук потратил 40 долларов, а в каждый следующий месяц на 10 долларов больше. В результате за два года он потратил всю сумму. Какой подарок сделала бабушка внуку? На какую сумму увеличился бы подарок, если бы внук положил подаренную сумму в банк под 4 % годовых?

4. Ольга Ивановна решила поздравить с 8 марта своих многочисленных родственников, друзей и коллег. Их оказалось 23. У Ольги Ивановны тарифный план «Все говорят». На нем 5 любимых номеров, 100 бесплатных минут во все сети, но, к сожалению 55 минут она уже израсходовала. 1 минута разговора на этом тарифе стоит 5 копеек, SMS – 4 копейки, MMS – 15 копеек. Как экономнее решить эту проблему, учитывая, что Ольга Ивановна тратит на разговоры не менее 3 минут?

5. У Марии Ивановны пятидневная рабочая неделя. На работу и с работы она добирается двумя видами транспорта. Проездной на автобус – троллейбус стоит 31 рубль 50 копеек. Один талончик на проезд стоит 55 копеек. В апреле 2017 года 19 рабочих дней. Сколько денег сэкономит Мария Ивановна, если купит проездной, а не разовые талончики?

6. Иван Петрович заключил с «Беларусбанком» договор срочного вклада в иностранной валюте «Ваш выбор» на три года. Сумма 4 000 долларов под 3,5% годовых. Кроме этого, при соблюдении соответствующих условий совершения расходных операций выплачиваются премиальные проценты – 0,5 % годовых. Какую сумму получит Иван Петрович по истечении трех лет, если условия совершения расходных операций будут им соблюдены?

7. Некий господин получил в наследство двухкомнатную квартиру, рыночная стоимость которой 52000 американских долларов. Квартиру можно продать и деньги положить в Беларусбанк в иностранной валюте под 3,5 % годовых. Можно перевести в белорусские рубли и положить в этот же банк под 17% годовых. А можно сдавать внаем за 180 долларов в месяц. Как

выгоднее поступить господину, если у него год времени и банковские проценты меняться в течение года не будут?

8. С момента молнии до удара грома наблюдатель насчитал 9 секунд. На каком расстоянии была гроза, если скорость звука равна 330 м/сек ?

9. Пульс здорового человека делает примерно 75 ударов в минуту. Сколько ударов сделает пульс в час; в сутки; в год?

10. За лето одна сова уничтожает до 1000 полевых мышей, а одна полевая мышь уничтожает 1 кг зерна. Определите, сколько зерна за лето сохранят две совы, 5 сов.

11. 60 кг макулатуры сохраняют от вырубки одно дерево, растущее в лесу свыше 50 лет. Сколько деревьев сохранят учащиеся одной из гимназий города Минска, собрав свыше 720 кг макулатуры? Сколько макулатуры надо собрать, чтобы сохранить 25 деревьев?

12. Ученики одной из гимназий города Минска собрали и сдали в утиль 17т 840 старых книг и газет. Сколько новых тетрадей может быть изготовлено из этой макулатуры, если при ее переработке из каждых 100 кг макулатуры получается 75 кг чистой бумаги, а каждые 10 тетрадей весят 320 г?

13. Самая маленькая птичка на Земле – колибри, а самая большая – страус. Масса колибри 1,8г, что составляет 0,00002 массы страуса. Найдите массу страуса.

14. Для организма детей необходимо в среднем  $1 \frac{4}{5}$  л воды в сутки.  $\frac{1}{6}$  часть воды поступает в организм с питанием, а остальная часть – в виде питьевой воды. Сколько воды дети потребляют с питанием и сколько в виде питьевой воды?

16. Для нормального освещения дневным светом комнаты необходимо, чтобы площадь окон была не менее  $\frac{1}{5}$  площади пола. Определите, достаточно ли света в комнате, длина которой  $5 \frac{1}{2}$  м и ширина 4м, если комната имеет одно окно размером  $1 \frac{1}{2}$  на 2 м?

18. В квартире протекает водопроводный кран. За 12 минут набегает два с половиной стакана воды ( в одном стакане 200 г воды). Если вовремя кран не починить, то сколько литров воды может вытечь из такого крана за час; за сутки?