

Учреждение образования  
«Белорусский государственный педагогический университет  
имени Максима Танка»

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной и информационно-  
аналитической работе



В.М. Зеленкевич

15.06.2016  
Регистрационный № УД - 24-1-19-2016/уч.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**  
Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-02 05 01 Математика и информатика

Учебная программа составлена на основе Образовательного стандарта высшего образования первая ступень специальность 1-02 05 01 Математика и информатика (ОСВО 1-02 05 01 – 2013 года) и Учебного плана специальности 1-02 05 01 Математика и информатика (регистрационный № 152 – 2013/к от 25. 07. 2013 г.)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

С.А.Богданович, доцент кафедры математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

А.А.Ермолицкий, доцент кафедры физико-математических дисциплин Института информационных технологий учреждения образования «Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

Э.В.Шалик, заведующий кафедрой дополнительного педагогического образования Института повышения квалификации и переподготовки учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математики и методики преподавания математики (протокол № 10 от 10.06.2016);

И.о. заведующего кафедрой  С.И.Василец

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка» (протокол № 6 от 15.06.2016).

Оформление учебной программы и сопровождающих ее материалов действующим требованиям Министерства образования Республики Беларусь соответствует

Методист учебно-методического управления БГПУ

 С.А.Стародуб

Ответственный за редакцию: Богданович С.А.

Ответственный за выпуск: Богданович С.А.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа по учебной дисциплине «Дифференциальная геометрия» составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика».

Знания, полученные при изучении этой дисциплины, дают возможность будущему преподавателю математики получить представление о сравнительно недавних этапах развития евклидовой геометрии и оценить дополнительные возможности, которые дает применение методов математического анализа в геометрических исследованиях.

Общенаучная направленность дисциплины состоит в том, что студенты знакомятся с геометрическим языком и символикой, с методами и приемами решения задач, при которых используются фундаментальные идеи и методы классической геометрии. Эта дисциплина расширяет кругозор учителя и дает представление о развитии евклидовой геометрии в XIX веке.

С точки зрения профессиональной направленности дисциплина занимает важное место в подготовке будущих преподавателей математики, так как объекты изучения данного курса (линии, в том числе прямые, окружности, касательные; некоторые поверхности и другие) встречаются в курсе геометрии средней школы.

При отборе содержания учебного материала реализованы межпредметные связи с такими математическими дисциплинами как математический анализ, дифференциальные уравнения, аналитическая геометрия и преобразования плоскости.

Программа дисциплины состоит из двух разделов:

1. Линии в евклидовом пространстве;
2. Поверхности в евклидовом пространстве.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению преподавателя-исследователя, обладающего значительным творческим потенциалом.

Особое внимание следует обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий, которые студент должен выполнить на основе образцов, рассмотренных на лекциях и практических занятиях.

Для контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по отдельным темам или разделам представляется целесообразным использование тестовых технологий.

Основными **целями** дисциплины являются:

- развитие математического мышления студентов;
- усвоение студентами методов дифференциальной геометрии при исследовании кривых и поверхностей.

Основными **задачами** дисциплины являются:

- усвоение специфического понятийного аппарата дифференциальной геометрии;
- усовершенствование навыков самостоятельной работы студентов с научной литературой;
- обобщение основных понятий и структур аналитической геометрии.

Изучение дисциплины должно обеспечить формирование у студентов академических, социально-личностных и профессиональных компетенций.

*Требования к академическим компетенциям.*

Студент должен:

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

*Требования к социально-личностным компетенциям.*

Студент должен:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

*Требования к профессиональным компетенциям.*

Студент должен быть способен:

*обучающая деятельность*

ПК-1. Управлять учебно-познавательной и учебно-исследовательской деятельностью обучающихся.

ПК-2. Использовать оптимальные методы, формы и средства обучения.

ПК-3. Организовывать и проводить учебные занятия различных видов и форм.

ПК-4. Организовывать самостоятельную работу обучающихся.

*воспитательная деятельность*

ПК-6. Осуществлять оптимальный отбор и эффективно реализовывать технологии воспитания.

ПК-7. Организовывать и проводить воспитательные мероприятия.

ПК-8. Формировать базовые компоненты культуры личности обучающегося.

*развивающая деятельность*

ПК-11. Развивать учебные возможности и способности обучающихся на основе системной педагогической диагностики.

ПК-12. Развивать навыки самостоятельной работы обучающихся с учебной, справочной, научной литературой и др. источниками информации.

*Ценностно-ориентационная деятельность*

ПК-16. Оценивать учебные достижения обучающихся, а также уровни их воспитанности и развития.

ПК-17. Осуществлять профессиональное самообразование и самовоспитание с целью совершенствования профессиональной деятельности.

ПК-18. Организовывать целостный педагогический процесс с учетом современных образовательных технологий и педагогических инноваций.

ПК-19. Анализировать и оценивать педагогические явления и события прошлого в свете современного научного знания.

*Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины.*

В результате изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» выпускник должен

*знать:*

- основные характеристики кривой – кривизну и кручение;
- первую квадратичную форму поверхности;
- вторую квадратичную форму поверхности;
- понятия полной и средней кривизны поверхности;

*уметь:*

- вычислять кривизну и кручение регулярной кривой;
- находить коэффициенты первой квадратичной формы поверхности;
- вычислять длину дуги и угол между кривыми на поверхности;
- находить коэффициенты второй квадратичной формы поверхности;
- вычислять полную и среднюю кривизну поверхности;

*владеть:*

- методами исследования произвольной кривой;
- методами исследования произвольной поверхности.

Методы обучения, рекомендуемые к использованию в процессе преподавания дисциплины: сообщение преподавателя (слова преподавателя), беседа, анализ, построение алгоритмов, моделирование, самостоятельная работа.

Информационно-методическая часть учебной программы включает список основной и дополнительной литературы, методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов, перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности.

*Организация самостоятельной работы студентов.*

На самостоятельную работу студентов отведено по разделам следующее количество часов:

*дневная форма получения образования:* 30 часов (раздел 1 – 12 часов, раздел 2 – 18 часов);

*заочная форма получения образования:* 66 часов (раздел 1 – 30 часа, раздел 2 – 36 часа).

*Диагностика компетенций студента.*

Дисциплина преподается в 6 семестре дневной формы получения образования и в 8 семестре заочной формы получения образования. По всем разделам программы рекомендуется проведение коллоквиумов.

С целью текущего контроля рекомендуется проведение в семестре двух контрольных работ по всем разделам программы.

Программа составлена в соответствии с типовым учебным планом по специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика», рассчитана

*дневная форма получения образования* на 116 часов, из них 50 часов аудиторных (лекций – 24, практических занятий – 26). Форма контроля – экзамен;

*заочная форма получения образования* на 116 часов, из них 14 часов аудиторных (лекций – 6, практических занятий – 8). Форма контроля – экзамен.

*Рейтинговые контрольные работы* проводятся по следующим темам:

№1 — «Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и двух действительных переменных»;

№2 — «Линии в евклидовом пространстве»;

№3 — «Поверхности в евклидовом пространстве».

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Линии в евклидовом пространстве

1.1. Вектор функция скалярного аргумента, ее производная и дифференциал. Понятие непрерывности отображения. Понятие линии. Гладкие линии. Касательная. Длина дуги линии.

1.2. Натуральная параметризация линии. Формулы Френе. Сопровождающий репер линии. Кривизна и кручение линии. Натуральные уравнения линии.

### Раздел 2. Поверхности в евклидовом пространстве

2.1. Вектор-функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в  $E_3$ . Гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности.

2.2. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями. Площадь поверхности.

2.3. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
(дневная форма получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа студента			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>6 семестр</b>								
<b>1.</b>	<b>Линии в евклидовом пространстве</b>	<b>12</b>	<b>14</b>		<b>12</b>			
1.1.1.	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
1.1.2	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал		2		1	УМК (элек. вариант)	[3], [4]	
1.1.3.	Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$ .	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
1.1.4.	Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$ .		2		1	УМК (элек. вариант), раздаточный материал	[3], [4]	Рейтинговая контрольная работа №1, проверка конспекта
1.1.5.	Касательная к линии. Длина дуги линии.	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	



1.1.6.	Касательная к линии. Длина дуги линии.		2		1	УМК (элек. вариант)	[3], [5]	
1.2.1.	Натуральная параметризация кривой	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
1.2.2.	Натуральная параметризация кривой		2		1	УМК (элек. вариант)	[3]-[5]	
1.2.3.	Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
1.2.4.	Формулы Френе. Составление элементов сопровождающего репера кривой		2		1	УМК (элек. вариант)	[3], [4]	
1.2.5.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии.	2			1	УМК (элек. вариант)	[1], [7]	
1.2.6.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии.		2		1	УМК (элек. вариант)	[3], [5]	
1.2.8.	Линии в евклидовом пространстве		2			Раздаточный материал		Рейтинговая контрольная работа №2, проверка конспекта
<b>2</b>	<b>Поверхности в евклидовом пространстве</b>	<b>12</b>	<b>12</b>		<b>18</b>			
2.1.1.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$ .	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [7]	
2.1.2.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$ .		1		1	УМК (элек. вариант)	[3], [4]	
2.1.3.	Гладкие поверхности класса $C^k$ .	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	

	Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности					вариант)		
2.1.4.	Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности		2		1	УМК (элек. вариант)	[3], [5]	
2.2.1.	Первая квадратичная форма поверхности	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
2.2.2.	Первая квадратичная форма поверхности		1		1	УМК (элек. вариант)	[3], [5]	
2.2.3.	Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [7]	
2.2.4.	Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности		2		1	УМК (элек. вариант)	[4], [5]	
2.3.1	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [7]	
2.3.2	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности		2		1	УМК (элек. вариант)	[4], [5]	
2.3.3.	Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны	2			2	УМК (элек. вариант)	[1], [6]	
2.3.4.	Нормальное сечение поверхности и его		2		1	УМК (элек. вариант)	[3]-[5]	

	кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны					вариант)		
2.3.5.	Поверхности в евклидовом пространстве		2			Раздаточный материал		Рейтинговая контрольная работа №3, проверка конспекта
	<b>Всего</b>	<b>24</b>	<b>26</b>		<b>30</b>			<b>Экзамен</b>

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
(заочная форма получения образования)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия	самостоятельная работа студента			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>8 семестр</b>								
<b>1.</b>	<b>Линии в евклидовом пространстве</b>	<b>3</b>	<b>4</b>		<b>30</b>			
1.1.1.	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал. Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$ .	1			4	УМК (элек. вариант)	[1], [2], [6], [7]	
1.1.2	Векторная функция одного скалярного аргумента, ее производная и дифференциал. Понятия непрерывность отображения и линия. Гладкая линия класса $C^k$ .		1		4	УМК (элек. вариант)	[3-5]	
1.1.3.	Касательная к линии. Длина дуги линии. Натуральная параметризация. Формулы Френе. Сопровождающий репер кривой кривой	1			6	УМК (элек. вариант)	[1], [2], [6], [7]	

1.1.4.	Касательная к линии. Длина дуги линии. Натуральная параметризация кривой. Формулы Френе. Составление элементов сопровождающего репера кривой		2		6	УМК (элек. вариант)	[3-5]	
1.2.1.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии.	1			3	УМК (элек. вариант)	[1], [2], [6], [7]	
1.2.2.	Кривизна и кручение кривой. Натуральные уравнения линии.		1		3	УМК (элек. вариант)	[3-5]	
1.2.3.	Линии в евклидовом пространстве				4	Раздаточный материал	[1-7]	Проверочная работа
<b>2</b>	<b>Поверхности в евклидовом пространстве</b>	<b>3</b>	<b>4</b>		<b>36</b>			
2.1.1.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$ . Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности	1			2	УМК (элек. вариант)	[1], [2], [6], [7]	
2.1.2.	Векторная функция двух скалярных аргументов и ее дифференцирование. Понятие поверхности в $E_3$ . Гладкие поверхности класса $C^k$ . Касательная плоскость и нормаль к поверхности в ее точке. Линия на поверхности. Криволинейные координаты точки на поверхности		1		1	УМК (элек. вариант)	[3-4]	
2.2.1.	Первая квадратичная форма	1			2	УМК (элек.	[1], [2],	

	поверхности. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности					вариант)	[6], [7]	
2.2.2.	Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги линии на поверхности. Угол между линиями Площадь поверхности		1		1	УМК (элек. вариант)	[3-5]	
2.2.3.	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны	1			2	УМК (элек. вариант)	[1], [2], [6], [7]	
2.2.4.	Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна линии на поверхности. Нормальное сечение поверхности и его кривизна. Главные кривизны поверхности. Полная (гауссова) и средняя кривизна поверхности. Поверхности постоянной гауссовой кривизны		2		1	УМК (элек. вариант)	[3-5]	
2.2.5.	Поверхности в евклидовом пространстве				2	УМК (элек. вариант)	[1-7]	Проверочная работа
	<b>Всего</b>	<b>6</b>	<b>8</b>		<b>66</b>			<b>Экзамен</b>

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Литература

#### *Основная*

1. Атанасян, Л.С. Геометрия: В 2 ч / Л.С.Атанасян, В.Т.Базылев. – М.: Просвещение, 1986, Ч.1., 336 с., 1987, Ч.2., 352 с.
2. Жафьяров, А.Ж. Геометрия: В 2 ч / А.Ж.Жафьяров. – Сибирское университетское издательство. Новосибирск, 2002, Ч.1., 272 с., 2003, Ч.2., 262 с.
3. Атанасян, Л.С. Сборник задач по геометрии: В 2 ч / Л.С.Атанасян, В.А.Атанасян. – М.: Просвещение, 1973, Ч.1, 256 с., 1975, Ч.2., 176 с.
4. Базылев, В.Т., Сборник задач по геометрии / В.Т.Базылев, К.И.Дуничев, В.П.Иваницкая, Г.Б.Кузнецова., В.М.Майоров, З.А.Скопец – М., Просвещение, 1980. – 238 с.
5. Белько, И.В. Сборник задач по дифференциальной геометрии / И.В.Белько, В.И.Ведерников, В.Т.Воднев [под ред. А.С.Феденко] – М.: Наука, 1979. – 272 с.

#### *Дополнительная*

6. Базылев, В.Т. Геометрия: В 2 ч / В.Т.Базылев, К.И.Дуничев, В.П.Иваницкая – М.: Просвещение, 1974, Ч.1., 352 с., 1975, Ч.2., 368 с.
7. Атанасян, Л.С. Геометрия: В 2ч / Л.С.Атанасян, Г.Б.Гуревич – М.: Просвещение, 1976, Ч.2., 448 с.

#### *Методические рекомендации*

##### *по организации самостоятельной работы студентов*

В процессе изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» большое внимание следует уделять организации самостоятельной работы студентов, как при изучении теоретических вопросов, так и при выполнении практических заданий.

Самостоятельная работа студента реализуется как в процессе аудиторных занятий, так и на консультациях, при выполнении индивидуальных заданий и так далее.

Формы самостоятельной работы студентов:

- выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и методической компетенции;

- выполнение обучающих и контрольных тестов;

Основными задачами самостоятельной работы студентов являются:

- углубление знаний и умений студентов, полученных в ходе плановых учебных занятий;

- формирование когнитивных компетенций;

- подготовка студентов к занятиям, к промежуточным и итоговым контролям;

- формирование навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студентов проводится в предусмотренном учебным планом объеме.

*Перечень рекомендованных средств диагностики  
компетенций студентов*

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия» может использоваться следующий инструментарий:

- коллоквиум;
- устный опрос;
- опрос по отдельным разделам (темам);
- критериально-ориентированные тесты по отдельным разделам (темам).

Текущий контроль успеваемости проводится в форме устного или программированного опроса на практических занятиях с выставлением текущей оценки по десятибалльной шкале.

Типовыми учебными планами в качестве формы итогового контроля по дисциплине предусмотрен экзамен.