МЕТОДЫКА ВЫКЛАДАННЯ МАТЭМАТЫКІ

Весці БДПУ. Серыя 3. 2018. № 2. С. 15–21.

УДК 512:378.091.2

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ УЧЕБНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Е. А. Ровба,
доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я. Купалы;

Е. А. Сетько,
кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики ГрГУ им. Я. Купалы;

В. Ю. Медведева,
студент, ГрГУ им. Я. Купалы

Поступила в редакцию 25.03.18.

UDC 512:378.091.2

ON ONE APPROACH TO PROJECTING THE LEARNING COURSE ON MATHEMATICAL DISCIPLINESK

E. Rovba,
Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, GrSU named after Ya. Kupala;

E. Setko,
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Fundamental and Applied Mathematics, GrSU named after Ya. Kupala;

V. Medvedeva,
Student, GrSU named after Ya. Kupala

Received on 25.03.18.

Статья посвящена поиску новых подходов к структурированию материала каждой темы учебного курса по «Теории функций комплексного переменного» (ТФКП). Ставится акцент на разработку строгой систематизации материалов и рассмотрение каждого раздела курса как модели. Это подразумевает несколько иной подход к разработке учебно-методических материалов с учетом интересов как преподавателей, так и профессионального самоопределения студентов. Описывается принцип создания набора параметризированных задач по темам «Ряд Лорана» и «Вычисление интегралов от функций комплексного переменного с помощью вычетов». Проводится конкретный пример такой параметризации с целью многократного увеличения вариативности заданий.

Ключевые слова: теория функций комплексного переменного, база задач, параметризация, модель, структуризация, вычеты.

In the present work new approaches to the structuring of teaching material for the course “Theory of functions of a complex variable” is considered. Strict systematization of materials and the evaluation of each section of the course as a model is emphasized. This implies a slightly different approach to the development of educational materials, taking into account the interests of both teachers and professional self-determination of students. The principle of creating of a set of parameterized problems on the topic "Laurent series" and "Calculation of integrals of functions of a complex variable by means of residues" is described. A concrete example of such parameterization with the purpose of multiple increase in the variability of tasks is given.

Keywords: theory of functions of a complex variable, base of problems, parameterization, model, structuring, residues.

Введение. В связи с переходом учреждений образования на четырехлетнее обучение в учебных планах математических дисциплин произошло значительное сокращение аудиторных часов. С другой стороны, активное использование IT-технологий и большое количество вычислительных средств в открытом доступе существенно снижает интерес студентов технических и педагогических специальностей к изучению математики. В этих условиях требуются новые подходы в преподавании всех учебных дисциплин, и особую актуальность приобретает проблема формирования и развития математической культуры студентов. Поэтому для обеспечения качества образования возникает необходимость в модернизации методических систем обучения, в разработке и внедрении в практику учебного процесса инновационных моделей обучения на основе «методического усовершенствования и дидактического реконструирования учебного материала» [1, с. 141].

Основная часть. «Модель» и «моделирование» употребляются в различных сферах человеческой деятельности. «Понятие – модель обучения мы предлагаем в инструментальном значении как обозначение схемы или плана действий педагога при осуществлении учебного процесса, ее основу составляет преобладающая деятельность учащихся, которую организует, выстраивает учитель» [2, с. 215].

Моделирование процесса обучения и познавательной деятельности является важным для развития различных профессиональных компетенций студентов. Модели обучения строятся и используются в практике преподавания по следующим причинам: во-первых, они более удобны в качестве заместителей реального объекта и дают возможность в уменьшенном или увеличенном виде получить четкое представление об изучаемом объекте; во-вторых, они могут быть удобным средством конкретизации изучаемых теоретических понятий.

При проектировании модели можно выделить следующие этапы [3, с. 147]:

- выбор методологических оснований для моделирования;
- качественное описание предмета исследования и постановка задачи;
- изучение зависимости между основными элементами объекта, определение его параметров и критериев оценки;
- выбор методик измерения и исследование валидности модели;
- применение модели в педагогическом эксперименте и содержательная интерпретация результатов.

Таким образом, моделирование является универсальным методом и может рассматриваться с точки зрения своеобразной цели обучения, выступая и как содержание, которое должно быть усвоено обучаемыми, и как формируемая умственная способность, то есть метод познания, которым нужно овладеть.

Значимость моделирования как метода обучения объясняется различными причинами. Во-первых, доступность. Она обусловлена наглядно-практической основой выполнения моделирующих действий и сочетается с достаточно высоким теоретическим уровнем исследования фактов или явлений. Во-вторых, моделирование является не только специфическим методом обучения конкретной дисциплине, но и относительно универсальным дидактическим методом. Его применение на определенных этапах обучения способствует более глубокому освоению программного материала по разным учебным дисциплинам и курсам.

Итак, первый этап процесса моделирования – мысленное конструирование, то есть непосредственное построение модели. Здесь происходит отбор и систематизация учебного материала, определение начального (базового уровня) знаний, формулируются поэтапные требования к усвоению знаний, а также критерии оценки умений и навыков решения.

Согласно [4, с. 108], «наличие такой систематизации может существенно помочь своевременному нахождению полезной информации и умению выделить из нее часть, необходимую для достижения той или иной поставленной цели, в частности для оптимального отбора информации, которая должна быть сообщена студентам и усвоена ими в процессе их обучения в высшем учебном заведении. Это очень сложная задача».

На втором этапе – уже сама модель выступает как самостоятельный объект исследования. Конечным результатом этого этапа является анализ структуры, свойств модели и их обобщение.

На третьем этапе моделирования осуществляется перенос знаний с модели на оригинал, то есть происходит формирование знаний об объекте.

Четвертый этап – практическая проверка получаемых с помощью модели знаний, их использование для построения более общей системы знаний об объекте.

В материале учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» (ТФКП) аккумулируется аппарат классических и современных разделов математики. Методы ТФКП позволяют глубже раскрыть некоторые темы теории функций действительного переменного. Так, решение многих задач физики, механики и некоторых разделов математики связано с вычислением определенных или несобственных интегралов. ТФКП предлагает свои способы вычис-

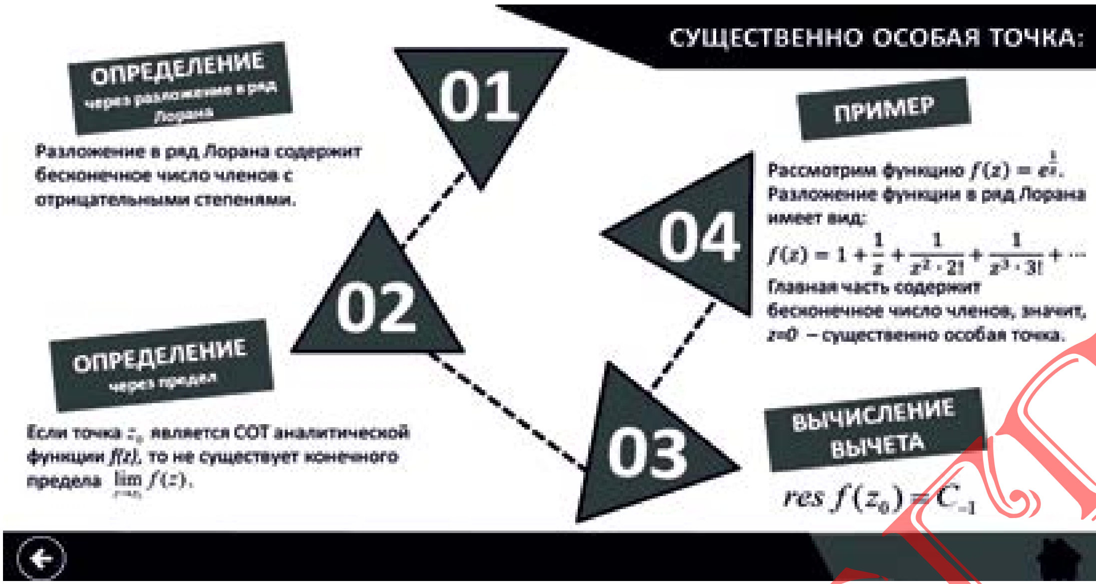

Рисунок 1 – Материал по существенно особой точке

ления таких интегралов, например с помощью теории вычетов.

Приведем пример проектирования модели обучения и организации познавательной деятельности студентов при рассмотрении тем «Ряд Лорана и особые точки однозначного характера» и «Теория вычетов», изучение которых подводит к центральной проблеме − вычисление интегралов. Теоретической базой является содержание лекций-презентаций и электронного учебно-методического комплекса по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного».

Решение поставленной проблемы предполагает, во-первых, глубокое прочтение теоретического материала; во-вторых, грамотное его структурирование; в-третьих, проекцию полученной структуризации на разрабатываемые варианты параметризованных комплектов заданий и задач тестирования.

Успешности выполнения поставленной задачи способствует поэтапная разработка различных структурных схем, а также подготовка иллюстративного и демонстрационного материала (мультимедийные презентации).

Чтобы повысить эффективность лекций на основе использования современных информационных технологий и методического сопровождения, были разработаны интерактивные учебные пособия-справочники в виде презентации в программе Microsoft Office PowerPoint в качестве помощи студентам. Структура их построения обеспечивает максимальную возможность для использования гиперссылок. Например, в презентации-справочнике по изолированным особым точкам однозначного характера для каждого вида особой точки на отдельных слайдах собран материал по виду разложения, различным формам определения, формулам для вычисления, примеру функции (рисунок 1).

Итоговый слайд содержит обобщенные справочные материалы-формулы по всей теме для устранимой особой точки (УОТ), полюсу, существенно особой точке (СОТ) и бесконечно удаленной точке ($z_0=\infty$) (рисунок 2).

Современным носителям IT-технологий такие интерактивные методические пособия делают обучение более привычным, доступным и интересным. Так как здесь «визуализация или наглядность понимается шире, чем возможность зрительного восприятия, поскольку, воздействуя на органы чувств обучаемого, обеспечивает формирование более полного представления образа или понятия, что приводит, во-первых, к более прочному усвоению материала, во-вторых, развивает эмоционально-ценностное отношение к полученным знаниям» [5, с. 151].

Важной характеристикой усвоения теоретического материала является умение решать типовые примеры. Полезным становится разработка алгоритмов решений таких задач. Их основная цель – научить студентов не просто механически применять формулы, а понимать процесс решения.

Достаточно эффективными методическими средствами реализации построения модели обучения учебному курсу являются информационные таблицы, алгоритмические предписания или алгоритмы решений для учебных задач. Разработка и внедрение в учебный процесс указанных средств способствуют углублению понимания не только цели задания, но и путей их решения, позво-

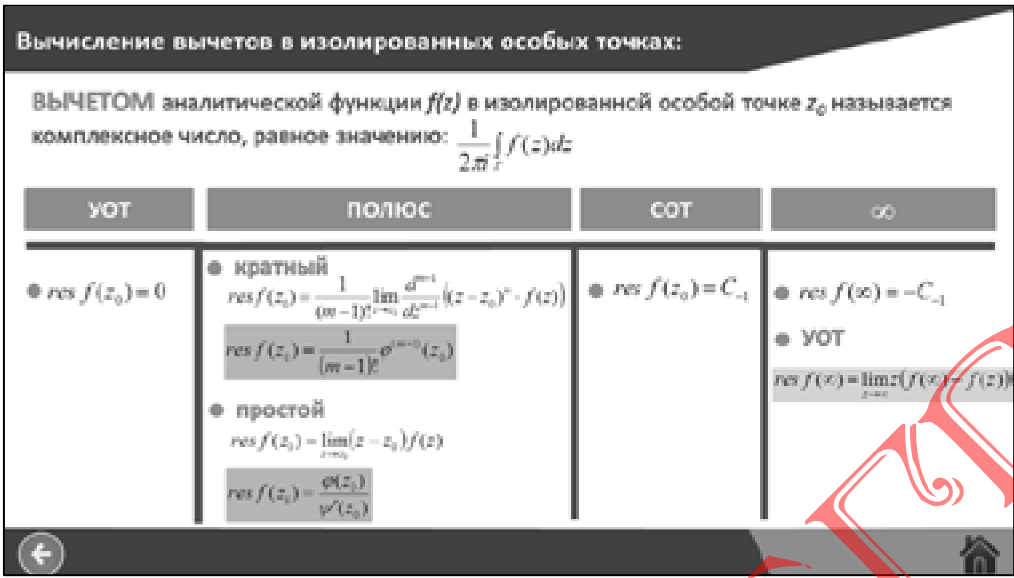

Рисунок 2 – Слайд-обобщение

ляют аккумулировать достоинства проблемного и объяснительно-иллюстративного методов обучения. Такие таблицы и алгоритмы призваны оказать студентам помощь в систематизации, запоминании и применении знаний.

Отметим, что создание данных алгоритмов рационально лишь для задач средней сложности, требующих репродуктивного или частично-поискового уровней познавательной самостоятельности, решение которых возможно по небольшому количеству формул. Для задач, требующих творческого подхода, визуализированные алгоритмы нерациональны, так как существенно усложняются.

Итак, при решении задачи «Вычислить интеграл от функции комплексного переменного» рекомендуется использовать определенную последовательность действий (рисунок 3).

Анализ расположения изолированных особых точек позволяет исследовать область, где подынтегральная функция является аналитической. Если область интегрирования не содержит особых точек, то интеграл равен нулю. В противном случае, рассматриваются особые точки внутри области интегрирования. В некоторых случаях во внешности контура L может быть небольшое число конечных изолированных особых точек: устранимых особых точек (УОТ), полюсов, существенно особых точек (СОТ).

В результате реализации алгоритма, представленного на схеме (рисунок 3), применяя соответствующие формулы [6, с. 417–418], вычисляются вычеты (рисунок 4). Далее, согласно основной теореме о вычетах [6, с. 417], вычисляется интеграл. Однако если область интегрирования содержит достаточно большое количество особых точек, рациональнее вычислить интеграл с помощью нахождения вычета в бесконечно удаленной точке.

В случае УОТ и полюсов проблему вычисления вычета, как коэффициент C_{-1} ряда Лорана, можно заменить некоторыми более практическими формулами и правилами. Отдельно остановимся на случае, когда бесконечно удаленная точка является УОТ для функции. По разложению в ряд Лорана в этом случае коэффициент C_{-1} можно определить как $C_{-1}=\lim_{z\to\infty}\left(\left(f(z)-C_0\right)z\right)$. Очевидно, $C_0=\lim_{z\to\infty} f(z)$, то, доопределяя функцию, положим $f(\infty)=\lim_{z\to\infty} f(z)=C_0$. Получаем формулу для вычисления вычета $z=\infty$ - УОТ $f(z): res\, f(\infty)=\lim_{z\to\infty} z\left(f(\infty)-f(z)\right)=C_{-1}$.

В частности, если $z=\infty$ является нулем функции $f(z)$, то есть $\lim_{z\to\infty} f(z)=0$, то последняя формула для вычисления вычета в бесконечно удаленной точке принимает вид: $res\, f(\infty)=\lim_{z\to\infty}\left(-z\cdot f(z)\right)=C_{-1}$.

Приведенные структурно-логические схемы (рисунок 3, 4) можно отнести к учебно-методическим материалам нового поколения.

При переходе от решения типовых (стандартных) задач к заданиям творческого характера полезно выделение в условии существенного и второстепенного. Для этого можно давать задания студентам самим разрабатывать задачи, но в обобщенном параметрическом виде. Приведем несложные примеры такого рода разработок.

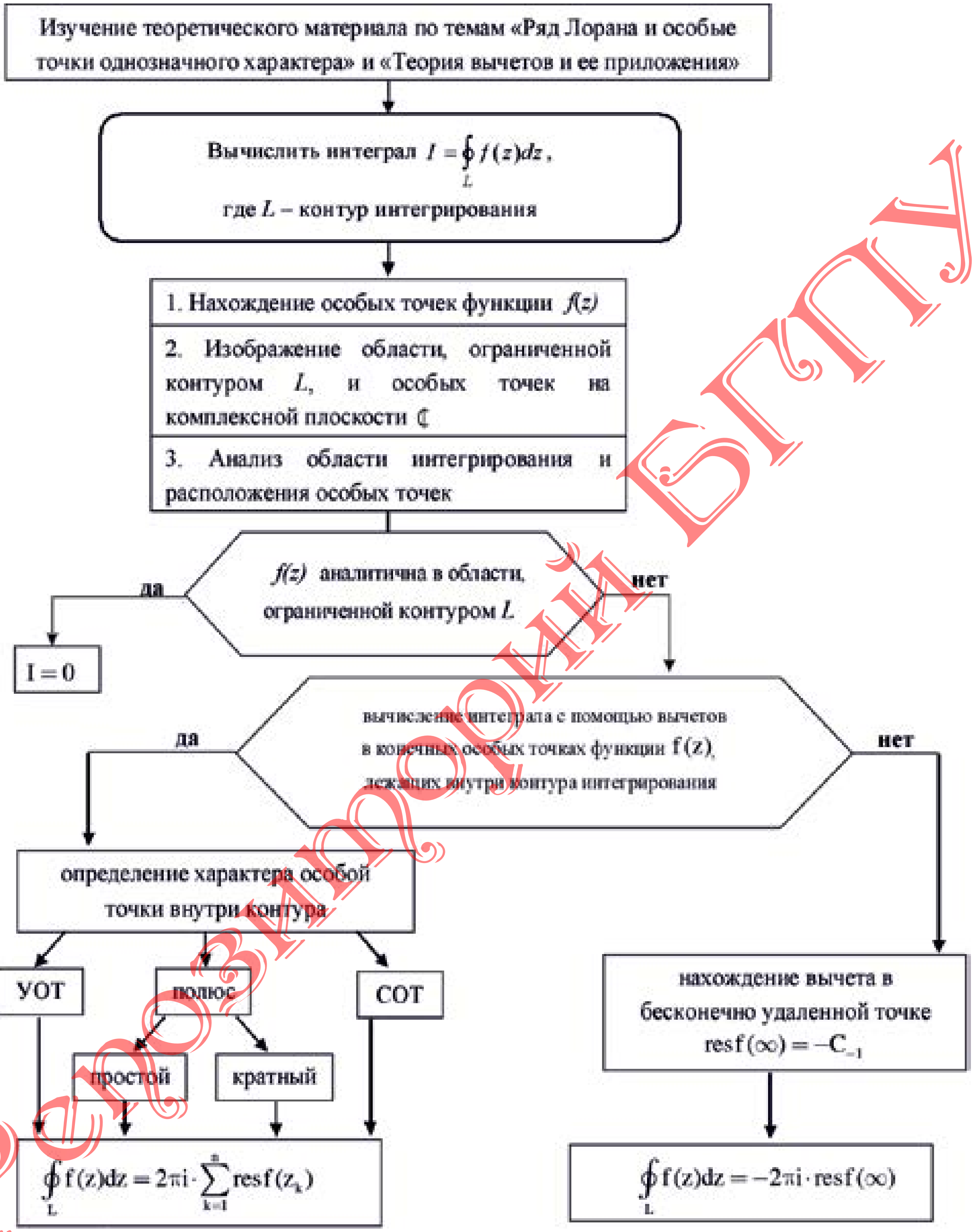

Рисунок 3 – Схема вычисления контурного интеграла

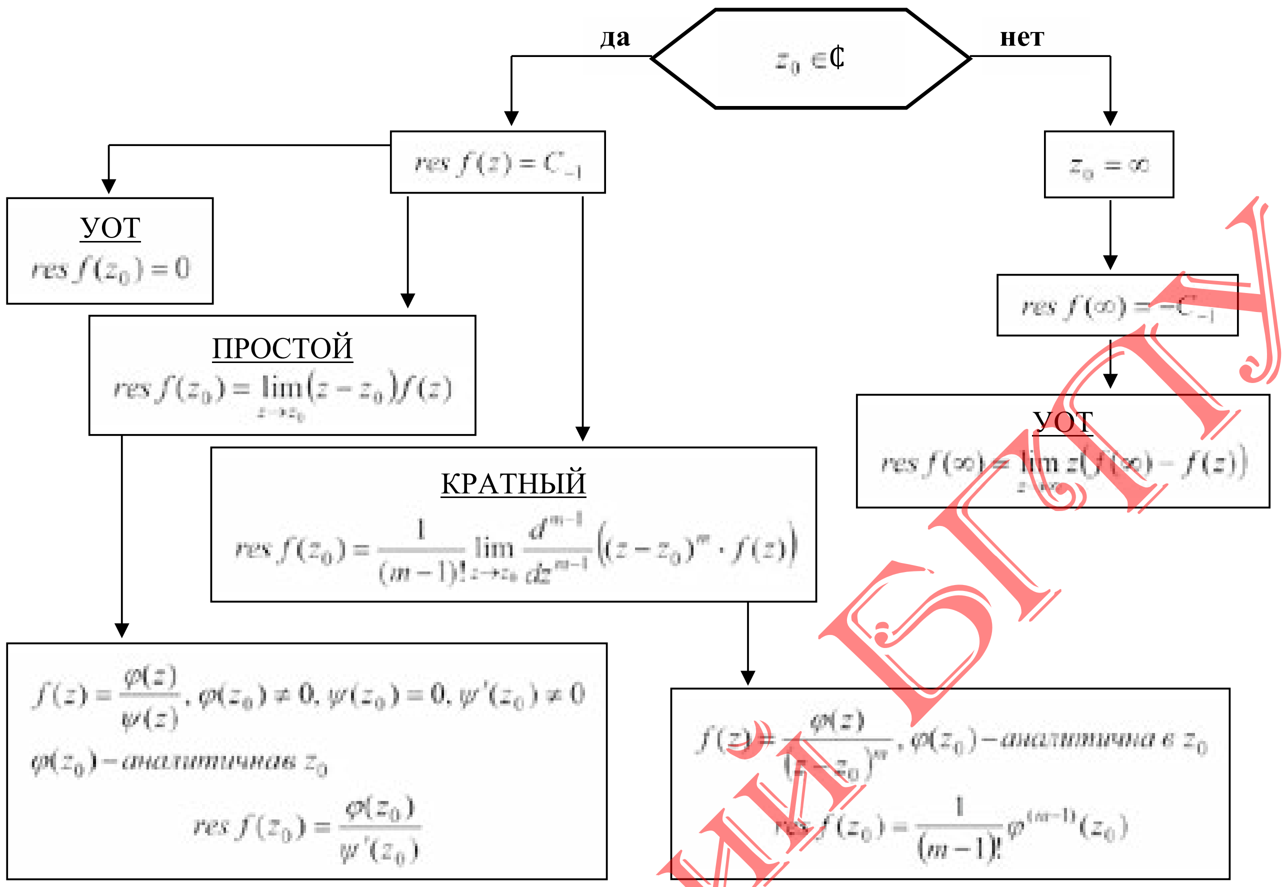

Рисунок 4 – Схема нахождения вычетов в зависимости от характера особой точки

Известно, что теорема Коши о вычетах [6, с. 417] позволяет свести вычисление интеграла по замкнутому контуру к вычислению вычетов подынтегральной функции относительно особых точек, расположенных внутри данного контура.

Задание 1. Вычислить интеграл $\oint\limits_L \frac{dz}{(z-a)^2\cdot(z^2+a^2)}$, *где L – некоторая окружность: а)* $L:(x-a)^2+(y-a)^2=2a$; *б)* $L:(x-a)^2+(y+a)^2=2a$.

Решение: а) особыми точками подынтегральной функции являются *z = a* – полюс второго порядка, *z = -ai* – простой полюс, которые лежат в области, ограниченной кривой *L*, а точка *z = -ai* , которая не лежит в области $|z-(a+ai)|=2a$. Вычислим вычеты в простых полюсах:

$$res\,f(a)=\lim_{z\to a}\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{z^2+a^2}\right)=\left.\frac{-2z}{(z^2+a^2)^2}\right|_a=-\frac{1}{2a^3};$$

$$res\,f(ai)=\lim_{z\to ai}\frac{1}{(z-a)^2\cdot(z+ai)}=\frac{1}{4a^3}.$$

Тогда по основной теореме о вычетах, имеем

$$I=2\pi i\cdot(res\,f(a)+res\,f(ai))=2\pi i\cdot\left(-\frac{1}{2a^3}+\frac{1}{4a^3}\right)=-\frac{\pi i}{2a^3}.$$

Задание 2. Вычислить интеграл $\oint\limits_L \frac{dz}{(z-a)^2\cdot(z^2+a^2)}$, *где L – некоторая окружность: а)* $L:(x+a)^2+(y-a)^2=2a$; *б)* $L:(x+a)^2+(y+a)^2=2a$.

Решение: а) аналогично предыдущему примеру: $res\,f(-a)=\frac{1}{2a^3}$, $res\,f(ai)=-\frac{1}{4a^3}$. Получим, что интеграл равен $I=2\pi i\cdot\left(\frac{1}{2a^3}-\frac{1}{4a^3}\right)=\frac{\pi i}{2a^3}$.

При решении и в результате анализа ограничения накладывались на численные значения параметров исходя из требований существования решения и получения «красивых» результатов вычисления. Составление моделей задач всегда опирается на глубину понимания материала, а также часто происходит в направлении от ответа к условию. Задавая простой ответ, решение ведется в обратном порядке, позволяя корректно формулировать условие через параметры, выбор которых обусловлен не только решением задачи вариативности, но и получением не слишком больших числовых коэффициентов в условиях заданий и решениях.

Метод параметризации (составления модели задачи) был положен в основу составления базы задач. С одной стороны, это наборы, дающие как можно более полный охват темы, а с другой – представленные в максимально компактном, сжатом виде. Для этого задачи разбиваются на группы, каждая из которых допускает единое обобщенное представление путем введения числовых параметров.

На кафедре фундаментальной и прикладной математики Гродненского государственного университета имени Янки Купалы была разработана автоматизированная система [7, с. 225–227], содержащая разработанную базу задач, которая позволяет быстро генерировать любое количество разных по уровню сложности заданий и получать практически неограниченное число вариантов.

Заключение. При преподавании курса ТФКП, как и при изучении любой другой учебной дисциплины, целесообразно, чтобы содержание и форма представления учебного материала имели информационно-практическую направленность для обеспечения высокого уровня самостоятельности учебно-познавательной деятельности студентов. Научно и строго методически спроектированная модель рассматриваемых тем читаемого курса представляет собой наиболее экономный для студентов способ получения в общем виде основ изучаемой информации и активизирует мыслительную деятельность обучающихся.

Литература

1. *Айсмонтас, Б. Б.* Теория обучения: Схемы и тесты / Б. Б. Айсмонтас. – М. : Изд-во ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002. – 176 с.
2. *Кларин, М. В.* Инновационные модели обучения: Исследования мирового опыта : монография / М. В. Кларин. – М. : Луч, 2016. – 640 с.
3. *Еремеева, С. П.* Некоторые подходы к проектированию учебного процесса в современном образовательном пространстве / С. П. Еремеева, О. Л. Карпова // Социально-экономические, гуманитарные политические тренды глобализации: материалы XXX междунар. науч.-практ. конф. – Челябинск : УрСЭИ (ф) ОУП ВПО «АТиСО», 2013. – Ч. I. – С. 145–151.
4. *Кудрявцев, Л. Д.* Мысли о современной математике и ее изучении / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, 1977. – 112 с.
5. *Бровка, Н. В.* Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. – Минск : БГУ, 2009. – 243 с.
6. *Маркушевич, А. И.* Теория аналитических функций. Том 2: Дальнейшее построение теории / А. И. Маркушевич. – Изд. 2-е, испр. и доп. – М., 1968. – 624 с.
7. *Ляликов, А. С.* Автоматизация подготовки задач по курсу высшей математики / А. С. Ляликов, К. А. Смотрицкий // Современные информационные компьютерные технологии: тез. докл. респ. науч.-практ. конф., Гродно, 2–4 окт. 2006 г. / ГрГУ им. Я. Купалы; редкол.: Е.А. Ровба (отв.ред.) [и др.]. – Гродно, 2006. – С.225–227.

References

1. *Aysmontas, B. B.* Teoriya obucheniya: Skhemy i testy / B. B. Aysmontas. – M. : Izd-vo VLADOS-PRESS, 2002. – 176 s.
2. *Klarin, M. V.* Innovatsionnyye modeli obucheniya: Issledovaniya mirovogo opyta : monografiya / M. V. Klarin. – M. : Luch, 2016. – 640 s.
3. *Yeremeyeva, S. P.* Nekotoryye podkhody k proyektirovaniyu uhebnogo protsessa v sovremennom obrazovatelnom prostranstve / S. P. Yeremeyeva, O. L. Karpova // Sotsialno-ekonomicheskiye, gumanitarnyye i politicheskiye trendy globalizatsii: materialy XXX mezhdunar. nauch.-prakt. konf. – Chelyabinsk : UrSEI (f) OUP VPO "ATiSO", 2013. – Ch. 1. – S. 145–151.
4. *Kudryavtsev, L. D.* Mysli o sovremennoy matematike i yeyo izuchenii / L. D. Kudryvtsev. – M. : Nauka, 1977. – 112 s.
5. *Brovka, N. V. I*ntegratsiya teorii i praktiki obucheniya matematike kak sredstvo povysheniya kachestva podgotovki studentov / N. V. Brovka. – Minsk : BGU, 2009. – 243 s.
6. *Markushevich, A. I.* Teoriya analiticheskikh funktsiy. Tom 2: Dalneysheye postroyeniye teorii / A. I. Markushevich. – Izd. 2-ye, ispr. i dop. – M., 1968. – 624 s.
7. *Lyalikov, A. S.* Avtomatizatsiya podgotovki zadach po kursu vysshey matematiki / A. S. Lyalikov, K. A. Smotritskiy // Sovremennyye informatsionnyye kompyuternyye tekhnologii: tez. dokl. resp. nauch.-prakt. konf., Grodno, 2-4 okt. 2006 g. / GrGU im. Ya. Kupaly; redkol.: Ye. A. Rovba (otv. red.) [i dr.]. – Grodno, 2006. – S. 225-227.