О.А. Велько, С.Л. Гуринович, Г.К. Игнать
(г. Минск, Республика Белар

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ИЗУЧЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СТУДЕНТАМИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ В ВУЗЕ

За последние три-четыре столетия человечество проделало огромный путь незнания к знанию, от знания неполного к более полному, от качественного познани количественным закономерностям. И чем больше в науке возникает количествен закономерностей, тем более значительной становится роль математики и ее методо Поэтому математика теперь стала не просто мощным средством решения приклад задач, а элементом общей культуры.

Задача преподавателя высшей математики – убедить студентов в том, изучение математики, а также применение современных экономико-математичес методов в экономике способствует повышению уровня образования будущего спец листа, служит основой для успешного овладения специальными экономическими з ниями, дает возможность расширить кругозор, повысить уровень мышления и общ культуру. Решить эту задачу можно, например, с помощью усиления профессиональ (экономической) направленности обучения математике, установления междисц линарных связей, осуществления преемственности в изучении математических поня а также других методов.

Обеспечение преемственности в обучении позволяет реализовывать прин *системности* и *последовательности*. Роль данного *принципа* в учебном *процессе* вел он влияет на достижение обучающей, развивающей и воспитывающей целей обучен При этом реализация преемственности способствует формированию у студен научного мировоззрения, установлению логических связей между понятиями, тем сам развивает логическое мышление студентов.

Дифференциальное уравнение является одним из основных математичес понятий. Дифференциальное уравнение, полученное в результате какого-л реального явления или процесса, называют дифференциальной моделью этого явле или процесса. Дифференциальные уравнения широко используются в современ экономических приложениях. С их помощью моделируются проблемы инфляц экономического роста, государственного долга, безработицы, взаимосвязей денежно реального рынков и т. д.

Начинать изучение дифференциальных моделей следует уже на первом курс теме: «Дифференциальные уравнения». Постановка экономических задач в ку высшей математики не должна вызывать затруднений у большинства студент Конечно, перед преподавателем возникает проблема недостаточной экономичес подготовленности студентов-первокурсников в то время, когда многие задачи построение дифференциальных моделей требуют знаний и понятий, формируемы курсах микро– или макроэкономического анализа, которые изучаются на более стар курсах. Однако этого можно избежать, если рассматривать простейшие моде рассчитанные на общие экономические понятия и знания, или же при формулиро *экономических задач приводить основные необходимые определения и формулы.*

Рассмотрим построение некоторых простейших дифференциальных моделей примере важных экономических задач, решение которых более подробно приведен [1], [2]. Например, эти задачи можно рекомендовать для преподавания в вузах студент экономических специальностей на первом курсе при изучении дифференциаль уравнений.

Эффективность рекламы. Предположим, что торговыми учреждениями реализуе продукция B, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей

лишь x покупателей. Предположим далее, что для ускорения сбыта продукции B даны рекламные объявления по радио и телевидению.

После рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции B циональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей, о не знающих. *Если условиться, что время отсчитывается после рекламных* ний, когда о товаре узнало N/γ человек, то приходим к дифференциальному нению

$$\frac{dx}{dt} = k \cdot x(N - x) \qquad (1)$$

чальным условием $x = N/\gamma$ при $t = 0$. В уравнении (1) коэффициент k – это жительный коэффициент пропорциональности. Разрешив полученное уравнение льно x, получим соотношение:

$$x = \frac{N}{1 + (\gamma - 1) \cdot e^{-Nkt}}.$$

Итак, мы получили зависимость числа потенциальных клиентов от времени t остранения рекламной информации.

Износ оборудования и его цена. *Известно, что скорость обесценивания* удования вследствие его износа пропорциональна в каждый момент времени его ической стоимости. Найдем закон изменения стоимости оборудования, если льная его стоимость s_0. Пусть $s(t)$ – стоимость оборудования в любой момент мени. Тогда s' – скорость изменения стоимости вследствие износа. Согласно нию задачи составим следующее дифференциальное уравнение

$$s' = -ks, \qquad (2)$$

k – коэффициент пропорциональности. Знак минус указывает на уменьшение мости оборудования с течением времени. Начальная стоимость s_0 задает начальное ние для полученного уравнения: $s(0) = s_0$. Итак, получим задачу Коши: найти частное ние дифференциального уравнения $s' = -ks$ при $s(0) = s_0$. Разделяем переменные:

$$\frac{ds}{dt} = -ks, \quad ds = -ksdt, \quad \frac{ds}{s} = -kdt.$$

Проинтегрировав последнее уравнение, получим:

$$\ln s = \ln e^{-kt} + \ln c, \text{ где } c = \mathrm{const}.$$

Общее решение д.у. (2) имеет вид: $s = ce^{-kt}$.

Подставим в полученное общее решение начальные условия $s_0 = ce^{-k \cdot 0}$, тогда $c = s_0$.

$$\text{В итоге:} \quad s = s_0 \cdot e^{-kt} \qquad (3).$$

Итак, зная коэффициент износа k и начальную стоимость оборудования s_0, по лученной формуле (3) можно найти фактическую стоимость оборудования по чении любого времени t.

Рост населения города. Пусть начальное число жителей города составляет s_0. ственный прирост жителей города пропорционален фактическому количеству жителей в данный момент времени и промежутку времени t. Кроме того, население да увеличивается за счет иммиграции. Прирост за счет иммиграции пропорционален мени, отсчитываемому от начального числа жителей s_0 и промежутку времени. дем закон изменения числа жителей города.

В этой задаче, в отличие от предыдущей, явным образом не говорится о скорости нения числа жителей, а дается лишь прирост жителей за некоторый промежуток времени. Пусть искомый закон изменения числа жителей города $s(t)$. Для некото момента времени t от начального числа жителей рассмотрим прирост населения Δ небольшой промежуток времени Δt. Согласно условию задачи:

$$\Delta s = k_1 \cdot s \cdot \Delta t + k_2 \cdot t \cdot \Delta t .$$

Первое слагаемое в нем выражает естественный прирост населения, про циональный фактическому количеству s в момент t с коэффициентом про циональности k_1. Второе слагаемое – прирост за счет иммиграции, пропорциональ времени t, отсчитываемому от начального числа жителей s_0, с коэффициентом Разделив полученное равенство на Δt и перейдя к пределу при $\Delta t \to 0$, получ согласно определению производной, дифференциальное уравнение

$$\frac{ds}{dt} = k_1 \cdot s + k_2 \cdot t .$$

Решая это уравнение, получим, что окончательная формула изменения количе жителей города от времени t примет вид

$$s = -\frac{k_2}{k_1}\left(t + \frac{1}{k_1}\right) + \left(\frac{k_2}{k_1} + s_0\right) \cdot e^{k_1 t}$$, где s_0 – начальное число жителей.

На научных кружках или научных конференциях можно рассмотреть та экономические задачи, как: проект Н. Карлова о едином налогообложении; р денежных вкладов; цена товара в зависимости от спроса и предложения; националь доход и национальный долг; уравнение макроэкономической динамики системы «це инфляция»; модель взаимодействия реального и финансового рынков и др.

На старших курсах, например, при изучении курса «Экономико-математичес методы и модели» можно рассмотреть и более сложные дифференциальные моде Важное экономическое приложение имеют модели: модель социального взаимодейст Саймона; паутинообразная модель рынка; модель экономического цикла Самуэльсон Хикса; динамическая модель Леонтьева; основное уравнение модели экономическо роста Р. Солоу.

Таким образом, дифференциальные уравнения являются одним из связующ звеньев между высшей математикой и экономико-математическими методами и мо лями. Обеспечение преемственности в изучении дифференциальных моделей и мате тики студентами экономических специальностей в вузе имеет важное методическ значение.

Литература

1. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. – М.: Наука. Глав редакция физико-математической литературы, 1987.
2. Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели: учеб. пособие / С.А. Мин Н.С. Березкина. – Минск: Выш. шк., 2007.

Северной Европы, имеющие статус малой экономики – Финляндия, Швеция, Дания