

# Учебное пособие по математике для начальной школы: от учебного моделирования к компетентностному подходу

**М. А. УРБАН,**  
доцент кафедры естественнонаучных дисциплин БГПУ им. М. Танка,  
кандидат педагогических наук

*Компетентностный подход ориентирован на формирование не только предметных, но также личностных и метапредметных компетенций. Моделирование как способ исследования объектов познания играет одну из ведущих ролей в обучении математике. Это доказывает в статье известный ученый-методист, автор учебника по математике М. А. Урбан.*

В статье обосновывается значимость обучения младших школьников умению моделировать как ключевому метапредметному умению, позволяющему обеспечить реализацию компетентностного подхода в процессе обучения математике. Представлены принципы отбора содержания учебного пособия по математике, в основе которого лежит идея обучения моделированию с позиций компетентностного подхода, рассматривается структура изложения учебного материала в учебном пособии по математике, приводятся примеры компетентностно-ориентированных заданий.

**Ключевые слова:** начальное обучение математике, учебное моделирование, компетентностный подход, компетентностно-ориентированное задание.

В Республике Беларусь в настоящее время осуществляется процесс обновления концепций и учебных программ по всем учебным предметам с учетом преемственности и перспективности обучения в контексте компетентностного подхода. В частности, разрабатывается содержание и научно-методическое обеспечение учебного предмета “Математика” для I ступени общего среднего образования.

Сейчас в Республике Беларусь используются два учебно-методических комплекса (УМК) по математике для I ступени общего среднего образования. УМК по математике авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан основан на использовании в процессе обучения математике учебного моделирования, которое мы рассматриваем как ключевое учебно-познавательное умение учащихся по построению учебных моделей изучаемых математических понятий и способов действий. Особенность данного комплекса заключается в том, что при его использовании в учебном процессе учащиеся не только применяют “готовые” учебные модели для поиска решения задачи и выполнения вычислений, но также последовательно и систематически обучаются их самостоятельному построению.



Умение моделировать составляет основу соответствующей *метапредметной компетенции* (“построение и преобразование моделей реальных ситуаций”), которую в современном образовательном дискурсе рассматривают как одну из ключевых компетенций выпускника школы. В отечественном образовательном стандарте учебного предмета “Математика” развитие общих интеллектуальных умений (в том числе умения моделировать) указывается в качестве одной из целей обучения математике в средней общеобразовательной школе [1]. В российском федеральном образовательном стандарте моделирование включено в группу общеучебных универсальных действий [2].

Рассмотрение проблемы обучения умению моделировать в аспекте формирования соответствующей метапредметной компетенции выпускника школы требует уточнения вопроса о возможности реализации идей компетентностного подхода на I ступени общего среднего образования. Данный вопрос пока еще остается дискуссионным, поскольку, по мнению многих специалистов, компетентностный подход в обучении в большей степени актуален для системы высшего образования [3, 4 и др.]. Однако в ряде исследований подчеркивается, что решение проблемы последовательной и систематической подготовки будущего специалиста требует использования идей компетентностного подхода уже в начальной школе на доступном для учащихся уровне [5–8 и др.].

Возможность и целесообразность реализации идей компетентностного подхода на различных ступенях получения образования доказана также практикой проведения международных исследований качества образовательных достижений учащихся TIMSS и PISA. В заданиях, которые предлагаются учащимся в ходе этих исследований, проверяется способность применять знания и умения для решения учебно-практических задач, близких к реальным ситуациям. Приведем пример такого задания по математике, которое было предложено учащимся IV класса:

*У Сони есть 12 кусков проволоки, 40 круглых бусин и 48 плоских бусин. Она использует 1 кусок проволоки, 10 круглых и 8 плоских бусин, чтобы сделать 1 браслет. Если Соня будет делать одинаковые браслеты, то сколько браслетов она сможет изготовить?*

*Варианты ответов: А – 40, В – 12, С – 5, D – 4.*

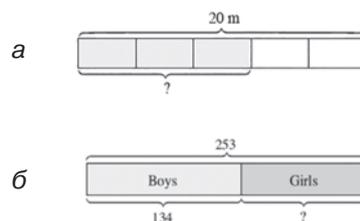
Результат верного выполнения этого задания российскими четвероклассниками — 54 % (источник: [www.centeroko.ru/timss15](http://www.centeroko.ru/timss15)). Это говорит о том, что практикоориентированность обучения математике в русле компетентностного подхода является актуальной и пока еще не решенной в полной мере образовательной проблемой.

### Модельный метод обучения математике как средство реализации компетентностного подхода

В течение ряда лет лидирующие позиции по результатам международных исследований TIMSS и PISA занимают страны Юго-Восточной Азии — Сингапур (1-е место), Гонконг, Республика Корея, Тайвань, Япония [10, 11]. Какой же метод обучения математике позволяет учащимся из этих стран добиваться таких результатов? В последнее десятилетие ведущим в обучении математике в Сингапуре является модельный метод (*model method*), основанный на использовании наглядного моделирования как средства для поиска решения задач. Визуальные репрезентации математических понятий, в которых реальные предметы заменяются их схематическими образами, в современной научно-методической школе Сингапура признаются ядром данного метода [12]. Модельный метод обучения стал популярен не только в Сингапуре, но и в некоторых странах Европы, Азии, а также в США.

В его основе лежит трехэтапный учебный процесс, в ходе которого используются сначала конкретные, затем изобразительные и в завершение абстрактные репрезентации математических понятий и способов действий. Особая роль при этом отводится изобразительным репрезентациям — схематическим рисункам, которые помогают при решении математических задач. В Сингапуре работу с подобными схемами называют “полосовое моделирование” (*bar-modeling*) [13]. В рамках модельного метода обучения математике в Сингапуре используются понятия *unit-bar* (элемент полосовой модели — фрагмент для дальнейшего создания модели), *bar-model* (полосовая модель, построенная из отдельных элементов), *discret model* (дискретная модель, в которой показано позиленное соответствие между конкретной ситуацией и ее моделью), *continuous model* (непрерывная модель, отражающая соответствие между числом и его моделью) [14].

На *рис. 1* показаны примеры дискретной и непрерывной моделей.



*Рис. 1.* Примеры дискретной (а) и непрерывной (б) учебных моделей (модельный метод обучения, Сингапур)

Исследование проблемы использования учебного моделирования в процессе начального обучения математике в отечественной методической науке было начато еще в советский период (60—70-е гг. XX в.), т. е. значительно раньше, чем в Сингапуре и странах Восточной Азии. Однако, получив теоретическое обоснование, модельный метод обучения математике не был доведен в советской, а затем российской и белорусской системе начального образования до технологического уровня.

В начале XXI в. возрос интерес к проблеме обучения математике в начальной школе с помощью учебных моделей. Данный вопрос начинает рассматриваться в более широком контексте формирования у учащихся соответствующей компетенции. В отечественных и зарубежных исследованиях в течение последних двух десятилетий были представлены результаты, свидетельствующие о том, что умение моделировать в большой степени определяет успех учащихся в овладении учебно-познавательной деятельностью и положительно влияет на результаты обучения различным учебным предметам [15—18 и др.].

### **Принципы отбора содержания учебного пособия по математике для I ступени общего среднего образования**

В 2019/2020 учебном году планируется издание нового учебного пособия по математике для I класса авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан, ставшего победителем конкурса учебных пособий по математике для I ступени общего среднего образования, проведенного Министерством образования Республики Беларусь в 2017 г.

Новое учебное пособие по математике для начальной школы, как и ныне действующее, будет продолжать линию обучения умению моделировать, однако его развивающий потенциал будет значительно расширен за счет включения компетентностно-ориентированных заданий, предполагающих использование предметных и метапредметных компетенций для решения учебно-практических задач, близких к реальным жизненным ситуациям. В основу отбора содержания учебного пособия положены *принципы*, обеспечивающие *компетентностную направленность* обучения математике и опору на *деятельность моделирования*. Сформулируем эти принципы и дадим им краткую характеристику.

*Принцип взаимосвязи умственной и практической деятельности учащихся:* изложение элементов математической теории должно соотноситься с наглядно-практическим моделированием учащимися изучаемых понятий и спосо-

бов деятельности и приобретением ими опыта использования математической теории для решения учебных задач.

*Принцип включения учащихся в решение квазиреальных проблем:* на уроках математики учащиеся должны получать возможность искать решения проблем, близких к реальным жизненным ситуациям (квазиреальных проблем). Это требует использования в учебном пособии заданий особого вида — компетентностно-ориентированных заданий.

*Принцип формирования деятельности моделирования:* в учебном пособии по математике важно реализовать идею обучения учащихся умению самостоятельно строить учебные модели с помощью комплекса заданий по формированию отдельных умений, входящих в состав деятельности моделирования:

- задания на соотнесение моделей, выраженных с помощью различных средств репрезентации;
- задания на выбор соответствующей модели;
- задания на дополнение предложенной модели недостающими элементами;
- задания на самостоятельное построение модели;
- задания на преобразование построенной модели для поиска решения предложенной задачи.

*Принцип активного включения в учебно-познавательную и учебно-практическую деятельность учащихся с различными математическими способностями:* в материалы пособия должны быть включены задания, необходимые для математического развития учащихся с учетом их индивидуальных различий. Уровень сложности заданий, представленных в пособии, должен изменяться от *минимально приемлемого* (обеспечивающего необходимую адаптацию ребенка к жизни в современном социуме) до *максимально стимулирующего* (направленного на раскрытие творческого потенциала тех учащихся, которые проявляют заинтересованность в изучении математики).

*Принцип учебного сотрудничества:* в учебном пособии должны быть представлены особые практико-ориентированные задания и темы проектов для работы в группах и совместного поиска решения. В ходе выполнения этих заданий развиваются коммуникативные умения учащихся (обосновывать и аргументировать свою точку зрения, доступно и логично презентовать идеи, слышать и понимать мнение партнера по общению, задавать уточняющие вопросы и др.).

Принцип опоры на историю и культурные традиции народа: при разработке учебных заданий в пособии по математике важно использовать информацию об истории нашей страны и национальных традициях белорусов. Знакомство с героями Беларуси, ее культурными артефактами можно обеспечить через содержание текстовых задач, компетентностно-ориентированных заданий и проектов. Это способствует усилению межпредметных связей, обогащает кругозор учащихся и закладывает фундамент культурного самоопределения личности.

### Структура и содержание учебного пособия по математике

В структуру отдельного урока учебного пособия будут входить следующие блоки.

1. *Мотивационно-информационный.* В нем содержится новый учебный материал, знакомство с которым осуществляется на данном уроке. Для создания мотивации к изучению нового материала в данном блоке может быть сформулирован проблемный вопрос, для ответа на который у учащихся не хватает соответствующих знаний и умений.

2. *Апробационно-тренировочный.* Учащимся предлагаются задания на первичное закрепление только что изученного материала. Задания в данном блоке аналогичны тем, которые предлагались в качестве образца в предыдущем. В данном блоке учащимся также предлагаются задания на закрепление ранее пройденного материала.

3. *Проблемно-логический.* Учащимся предлагаются более сложные учебные задания, в которых нужно применить логические умения анализа, синтеза, сравнения, классификации и др. В проблемно-логическом блоке учащимся также предлагаются компетентностно-ориентированные задания, для решения которых рекомендуется использовать групповую работу с последующей презентацией полученного решения.

4. *Рефлексивно-оценивающий.* Учащимся предлагаются небольшие по объему задания на проверку усвоения темы урока, с помощью которых они смогут оценить личный прогресс в усвоении знаний и умений.

Для реализации идей компетентностного подхода важным видом задания в третьем (проблемно-логическом) блоке учебного пособия будут *компетентностно-ориентированные задания*, которые отличаются от традиционных направленностью на реальные жизненные ситуации выбора и принятия решений [8]. На рис. 2 приведен пример подобного задания [19, с. 125]:

Кошка Марка разорвала газету с программой телевизионных передач. Догадайся, какие числа пропали.



Начало передачи	Название передачи	Продолжительность передачи
9.00	Новости	15 мин
	Документальный фильм	50 мин
	В мире животных	
11.45	Мультфильмы	30 мин
	Кулинарная передача	
13.10	Сериал, 15 серия	

Рис. 2. Пример компетентностно-ориентированного задания из учебного пособия по математике для IV класса авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан

Особенности реализации компетентностного подхода в новом учебном пособии по математике для I класса связаны с тем, что учащиеся еще не готовы в полной мере воспринимать задания такого типа (чаще всего эти задания предполагают большой объем текстовой информации, содержащейся как в самой задачной формулировке, так и в сопровождающих ее дополнительных источниках). Поэтому на первом году обучения целесообразно обеспечить подготовку учащихся к работе с такими заданиями. Для этого в проблемно-логический блок учебного пособия будут включены задания, ориентированные на развитие логических операций, которые составляют ядро различных метапредметных умений, в том числе умений моделировать (анализ, синтез, сравнение, классификация и др.). Некоторые из заданий, которые планируется представить в данном блоке, несмотря на небольшой объем текста (или даже отсутствие текста), будут связаны с реальным опытом учащихся. Это позволит обеспечить подготовку учащихся I класса к работе над более сложными вариантами компетентностно-ориентированных заданий в дальнейшем обучении. На рис. 3 приведен пример компетентностно-ориентированного задания, адаптированного к возможностям учащихся 6-летнего возраста, из действующего учебного пособия по математике для I класса [20, с. 32]. Учитель просит детей помочь зайчику найти майку, которая раскрашена так же, как майка, которую он носит сейчас.

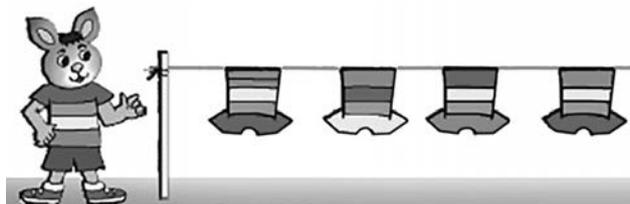


Рис. 3. Пример компетентностно-ориентированного задания из учебного пособия по математике для I класса авторов Г. Л. Муравьевой и М. А. Урбан

Таким образом, учебное пособие по математике для I класса, издание которого планируется в 2019/2020 учебном году, разрабатывается в соответствии с учебной программой по математике для I ступени общего среднего образования, содержание которой обновлено с учетом преемственности и перспективности обучения в контексте компетентностного подхода.

В новом учебном пособии, как и в ныне действующем, будет представлена линия обучения умению моделировать, которое является ядром соответствующей метапредметной компетенции учащихся, в большой степени определяет их успех в овладении учебно-познавательной деятельностью, позитивно влияет на результаты обучения различным учебным предметам.

Развивающий потенциал нового учебного пособия по математике будет значительно расширен за счет включения компетентностно-ориентированных заданий, предполагающих использование предметных и метапредметных компетенций для решения учебно-практических задач, близких к реальным жизненным ситуациям.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Адукацыйны стандарт вучэбнага прадмета "Матэматыка" (I—XI кл.) [Электрон. рэсурс]. — Рэжым доступу: <http://www.adu.by>. — Дата доступу: 17.06.2018.
2. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли : пособие для учителя / А. Г. Асмолов [и др.] ; под ред. А. Г. Асмолова. — 5-е изд. — М. : Просвещение, 2014. — 151 с.
3. Жук, О. Л. Психолого-педагогическая компетентность выпускника классического университета / О. Л. Жук // Высшая школа. — 2011. — № 5. — С. 32—39.
4. Зимняя, И. А. Ключевые компетенции — новая парадигма результата образования / И. А. Зимняя // Высшее образование сегодня. — 2003. — № 5. — С. 34—42.
5. Гулецкая, Е. А. Реализация компетентностного подхода в начальном образовании / Е. А. Гулецкая // Печатковая школа. — 2016. — № 11. — С. 34—38.
6. Дубова, М. В. О возможностях реализации компетентностного подхода в начальном общем образовании / М. В. Дубова // Современная педагогика. — 2015. — № 3 [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: <http://pedagogika.snauka.ru/2015/03/3322>.
7. Кодлюк, Я. П. Ключові компетентності у змісті підручників для початкової школи / Я. П. Кодлюк // Проблеми сучасного підручника. — 2016. — Вип. 17. — С. 182—191 [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: [http://ipvid.org.ua/products/2016\\_2/article.php](http://ipvid.org.ua/products/2016_2/article.php).
8. Компетентностно-ориентированные задания. Конструирование и применение в учебном процессе : учеб.-метод. пособие / под ред. Н. Ф. Ефремовой. — М. : Нац. образование, 2013. — 208 с.
9. Урбан, М. А. Компетентностно-ориентированные задания в начальном обучении математике / М. А. Урбан // Печатковая школа. — 2017. — № 8. — С. 20—25.
10. Результаты международного исследования TIMSS-2015, 4-й кл. [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: [http://www.centeroko.ru/timss15/timss15\\_pub.html](http://www.centeroko.ru/timss15/timss15_pub.html). — Дата доступа: 05.01.2018.
11. Основные результаты международного исследования PISA-2015 [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: [http://www.centeroko.ru/timss15/timss15\\_pub.html](http://www.centeroko.ru/timss15/timss15_pub.html). — Дата доступа: 05.01.2018.
12. Kho, Tek Hong. The Singapore model method for learning mathematics / Kho Tek Hong, Yeo Shu Mei, James Lim. — Singapore : Marshall Cavendish Int (S) Pte Ltd, 2009. — 136 p.
13. Singopure Math [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: [https://en.wikipedia.org/wiki/Singapore\\_math](https://en.wikipedia.org/wiki/Singapore_math). — Дата доступа: 01.10.2017.
14. Forsten, C. Step by step model drawing: solving word problems the Singapore way / C. Forsten, J. Shaffer. — Peterborough, NH : Crystal Springs Books, 2010. — 133 p.
15. Фаустова, Н. П. Формирование универсального учебного действия моделирования / Н. П. Фаустова, Т. В. Меркулова // Начальная школа. — 2014. — № 4. — С. 15—18.
16. English, L. D. Learning through modelling in the primary years / L. D. English // Mathematical modelling. From Theory to Practice / N. Dawn, L. Hoe (Eds.). — Singapore : World Scientific Publishing Company, 2015. — P. 99—124.
17. Bartolini Bussi, M. G. Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective / M. G. Bartolini Bussi, M. A. Mariotti // Handbook of International Research in Mathematics Education. — 2-nd revised ed. — Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum, 2008. — P. 746—805.
18. Urban, M. Didactic Principles of Visualization of Mathematical Concepts in Primary Education / M. Urban, H. Murauyova, S. Gadzaova // Pedagogika / Pedagogy 2017. — Vol. 127. — N 3. — P. 70—86. — (SCOPUS, Index Copernicus).
19. Муравьева, Г. Л. Математика : учеб. пособие для 4-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. — 2-изд., испр. и доп. — Минск : Нац. ин-т образования, 2018. — Ч. 1. — 128 с.
20. Муравьева, Г. Л. Математика : учеб. пособие для 1-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. Ч. 1 / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. — 2-е изд., испр. и доп. — Минск : Нац. ин-т образования, 2015. — 104 с.