ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НА ПОЧТИЭРМИТОВЫХ ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

С.А. Богданович (г.Минск, Беларусь)

Пусть M — связное многообразие класса C^∞, на котором задана почти эрмитова гиперкомплексная структура п.э.г.с. (J_1, J_2, J_3, g), где $J_i^2=-I$, $J_1J_2=-J_2J_1=J_3$, $g(J_iX, J_iY)=g(X, Y)$, $i=1, 2, 3$, $X, Y\in\chi(M)$. Для любой римановой метрики $\widetilde{g}$ такая метрика g может быть найдена по формуле

$$g(X, Y)=\frac{1}{4}(\widetilde{g}(X, Y)+\widetilde{g}(J_1X, J_1Y)+\widetilde{g}(J_2X, J_2Y)+\widetilde{g}(J_3X, J_3Y)).$$

Понятие канонической связности структуры $\overline{\nabla}$ и второго фундаментального тензорного поля $h=\nabla-\overline{\nabla}$ рассматривалось в [1]. (∇ — риманова связность метрики g).

Предложение 1. Пусть (M, g) — риманово многообразие, TTM — второе касательное расслоение многообразия M. Тогда, естественным образом, можно построить бесконечное множество п.э.г.с. на TTM.

Предложение 2. Каноническая связность п.э.г.с. находится по формуле

$$\overline{\nabla}_X Y=\frac{1}{4}(\nabla_X Y-J_1\nabla_X J_1Y-J_2\nabla_X J_2Y-J_3\nabla_X J_3Y),\qquad X, Y\in\chi(M).$$

Пусть на M задано невырожденное векторное поле (динамическая система) $\xi\in\chi(M)$, порождающее локальную 1-параметрическую группу локальных преобразований φ_t. Векторное поле ξ называется инфинитезимальной изометрией, если φ_t состоит из локальных изометрий для любого t; ξ — инфинитезимальное аффинное преобразование относительно связности $\overline{\nabla}$, если

$$\varphi_{t*}(\overline{\nabla}_X Y)=\overline{\nabla}_{\varphi_{t*}X}\varphi_{t*}Y,\quad X, Y\in\chi(M).$$

Предложение 3. Векторное поле ξ есть инфинитезимальная изометрия и инфинитезимальное аффинное преобразование относительно связности $\overline{\nabla}$ тогда и только тогда, когда $L_\xi g=0$, $L_\xi h=0$, где $h=\nabla-\overline{\nabla}$, L — производная Ли.

Предложение 4. Пусть $L_\xi g=0$, $L_\xi J_1=0$, $L_\xi J_2=0$. Тогда ξ есть инфинитезимальная изометрия и инфинитезимальное аффинное преобразование относительно канонической связности $\overline{\nabla}$.

Литература

1. Ермолицкий А. А. Римановы многообразия с геометрическими структурами (монография). – Мн.: БГПУ, 1998 – 195 с.