АППРОКСИМАЦИЯ ФИНИТНЫХ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ОТРЕЗКОВ БИОРТОГОНАЛЬНОГО РЯДА КОТЕЛЬНИКОВА

Старченко Т.К. (Минск, Беларусь)

Через B_π обозначаем класс функций $f \in L_2[-\infty,+\infty]$, аналитически продолжимых в комплексную плоскость, как целая функция экспоненциального типа так, что

$$f(z) \le Ce^{\pi|z|}.$$

Рассмотрим в B_π систему функций

$$H_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} h_n(w) e^{-ixw} dw,$$

где функции $h_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{i\lambda_n w}$ - образуют биортогональный базис в $L_2[-\pi,+\pi]$ ([1], 227) тогда, когда последовательность действительных чисел $\{\lambda_n\}$ такова, что

$$M = \max_n |\lambda_n - n| < \frac{\ln 2}{\pi}. \tag{1}$$

Доказано, что $\{H_n\}$ образует биортогональный базис в B_π. Пусть $\{G_n\}$ – базис двойственный к $\{H_n\}$ в B_π. Система функций $\{G_n\}$ позволяет построить биортогональный аналог теоремы Котельникова.

Теорема 1. *Пусть $f \in B_\pi$, тогда f полностью определяется своими значениями в точках λ_n, удовлетворяющих (1). При этом имеет место разложение*

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(\lambda_n) G_n(x), \tag{2}$$

где ряд сходится равномерно в любой конечной части комплексной плоскости.

Пусть $f_n(x) = \sum_{n=-N}^{+N} f(\lambda_n) G_n(x)$ – частичная сумма биортогонального ряда Котельникова. Тогда имеет место следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть $f \in B_\pi$, тогда при каждом значении x на конечном отрезке получаем оценку*

$$|f(x) - f_N(x)|^2 \le (1-\theta)^{-2} \delta_N,$$

где $\delta_N = \sum_{-\infty}^{-(N+1)} f^2(\lambda_n) + \sum_{N+1}^{+\infty} f^2(\lambda_n)$, *а* $\theta = e^M - 1$.

Литература: 1. Рисс Ф., Сёкефальви- Надь Б. Лекции по функциональному анализу. – М.: ИЛ, 1954.

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ СИСТЕМЫ МАКСВЕЛЛА

Стельмашук Н.Т., Шилинец В.А. (Минск, Беларусь)

Предметом исследования является следующая система:

$$\frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = \mathrm{rot}\overline{H}, \quad \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} = -\mathrm{rot}\overline{E}, \qquad (1)$$

где $\overline{E}, \overline{H}$ – комплексные вектор-функции, заданные в некоторой области $D=D_0\times T$, где D_0 – область евклидова пространства (x, y, z), а T – промежуток изменения времени t[1].

Если пара ($\overline{E}, \overline{H}$) является решением системы (1), то решением системы (1) назовём и бикомплексный вектор $\overline{\Phi} = \overline{E} + j\overline{H}$, $j^2 = i^2 = -1$, но $j \neq i$[1].

Легко проверить, что система (1) эквивалентна уравнению

$$\frac{\partial \overline{\Phi}}{\partial t} = -j\mathrm{rot}\overline{\Phi}. \qquad (2)$$

В работе [1] доказано, что решение уравнения (2) имеет вид

$$\overline{\Phi} = f \cdot \nabla p, \qquad (3)$$

где $f \equiv P + jQ$ – произвольная бикомплексная функция, F – моногенная по функции $\zeta = p + jq$, при условии, что p, q, P, Q – комплексные функции; 1, i, j, ij – база бикомплексной алгебры, $i^2 = j^2 = -1$, $i \neq j$[1,2];

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial \nabla p}{\partial t} = 0; \quad \nabla q \times \nabla p = \frac{\partial p}{\partial t}\nabla p; \quad (\nabla p)^2 = 0. \qquad (4)$$

В данной работе получено интегральное представление Фёдорова для бикомплексной функции f, F – моногенный по $\zeta = p + jq$, в случае, когда $p = F(x+iy) - i\lambda t$, $q = \lambda z$, где F(x+iy) – произвольная аналитическая функция от $x+iy$, λ=const, а следовательно, получено интегральное представление решений уравнения (2), так как $x + iy$.

С помощью последнего и решается краевая задача для уравнения (2).

Литература: 1.Фёдоров В.С. Основные свойства обобщённых моногенных функций// Известия вузов. Математика. -1958. -№6. -С.257-265. 2. Стельмашук Н.Т. О некоторых линейных дифференциальных уравнениях в частных производных в дуальной и бикомплексной алгебрах// Известия вузов. Математика. -1964. -№3. -С.136-142.

ШРЕДИНГЕР-АНАЛИЗ НАД ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ КОМПЛЕКСНЫМИ МНОГООБРАЗИЯМИ

Сыроид И.-П.П. (Львив, Украина)

Спектральный анализ над функциональными многообразиями (СпАФМ) в понимании автора есть продолжение стандартного спектрального анализа дифференциальных операторов до конструкций, разрешающих построение пространств спектральных операторов и соответствующих им спектральных мер над функциональными многообразиями.

Пусть *M* – функциональное гладкое многообразие. Шредингер - Анализ исследует свойства пространства операторов $\{-\Delta+V\}$, если потенциал *V* пробегает функциональное гладкое многообразие *M*.

В даной работе мы ограничимся исследованием свойств пространства одномерных операторов Шредингера

$$M_S^L = \left\{ L = -\frac{d^2}{dx^2} + V(x), -\infty < x < \infty \right\},$$

если комплекснозначный потенциал $V(x)$ пробегает многообразие M_S быстроубывающих на $\pm\infty$ комплекснозначных функций. Если $L \in M_S L$, то предпологается, что $L: L_2(R) \to L_2(R)$ и L является