

$$k_m = \sum_{j=0}^N C_j m^{\lambda-j} + O(m^{\lambda-N-\epsilon}), \quad C_0 \neq 0,$$

при некотором $\epsilon > 0$, $N = 0, 1, 2, \dots$, $\lambda \in C$.

В работе [1] показано, что на самом деле класс $C^\lambda(S_{n-1})$ можно рассматривать (с точностью до эквивалентности норм) как замыкание пространства $C^\infty(S_{n-1})$ по норме $\|f\|_C + \|D^\lambda f\|_C$, $\lambda > 0$, где D^λ – оператор сферического дифференцирования с мультипликатором по сферическим гармоникам $k_m \in W_{\lambda, N}$, $\lambda \in R$, $N \geq [(n+1)/2]$. В настоящем докладе показывается, что в действительности этот результат может быть распространен и на случай комплексного λ . А именно, справедлива:

Теорема. Для того, чтобы $f \in C^\lambda(S_{n-1})$, при любом $\lambda \in C$, $Re \lambda > 0$, необходимо (достаточно), чтобы существовала функция $\psi(\sigma) \in C(S_{n-1})$ такая, что $k_m(\lambda)f_{m\mu} = \psi_{m\mu}$ при всех достаточно больших m для любого (какого-нибудь) мультипликатора $\{k_m(\lambda)\} \in W_{\lambda, N}$, $N \geq [(n+1)/2]$.

При $0 < Re \lambda < 2$ пространство $C^\lambda(S_{n-1})$ состоит из тех и только тех функций $f(\sigma)$, для которых существует по норме пространства $C(S_{n-1})$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{|x-\zeta|>\epsilon} \frac{|f(\sigma) - f(x)|}{|x-\sigma|^{n-l+\lambda}} d\sigma, \quad |x|=1.$$

Литература: 1. Вакулов Б.Г. Самко С.Г. Об эквивалентных нормировках в пространствах функций дробной гладкости на сфере типа $C^\lambda(S_{n-1})$, $H^\lambda(S_{n-1})$. Изв. вузов. Математика, 1987, № 12, с. 68-71.

ОДНОМЕРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ РИССА С РАДИАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПО ШАРОВОМУ СЛОЮ В ЧЕТНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Васильев С.И. (Минск, Беларусь)

Настоящая работа посвящена исследованию интегральных операторов

$$(I_\Omega^\alpha \Phi)(x) = c_{n,\alpha} \int_{\Omega} |x-t|^{\alpha-n} \ln|x-t| |\Phi(t)| dt, \quad x \in \Omega \subset R^n \quad (1)$$

где $\Omega = \{x \in R^n : 0 \leq a < |x| < b < +\infty\}$ – шаровой слой в R^n , в частности, шар (при $a=0$), $\alpha-n=0, 2, \dots, 2k, \dots$, $c_{n,\alpha} = (-1)^{\frac{\alpha-n}{2}+1} 2^{1-\alpha} \pi^{-\frac{n}{2}} \Gamma^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \left(\frac{\alpha-n}{2}\right)^{-1} = \frac{(-1)^{k+1} 2^{1-2k-n}}{\Gamma\left(k+\frac{n}{2}\right) \pi^{\frac{n}{2}} (k-1)!}$.

Для операторов (1) в случае $n=2m$ получено представление:

$$(I_\Omega^\alpha \Phi)(r) = \pi c_{n,\alpha} \left(\ln r \left[2 \int_a^r (r^2 + \rho^2)^k d\rho + \sum_{i=1}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \binom{k}{2i} \binom{2i}{i} \left[\sum_{l=1}^{m-1} \frac{(-1)^l}{2^{2l}} \binom{m-1}{l} \binom{2(l+i)}{l+i} \right] \int_a^r (rp)^{2i} (r^2 + \rho^2)^{k-2i} d\rho - \sum_{i=1}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \binom{k}{2i} \sum_{j=0}^{i-1} \binom{2i}{j} \frac{1}{2(i-j)} \int_a^r r^{2j} \rho^{4i-2j} (r^2 + \rho^2)^{-2i} d\rho + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{l=0}^{m-1} \frac{(-1)^l}{2^{2l-1}} \binom{m-1}{l} \sum_{j=0}^{l+i-1} \binom{2(l+i)}{j} \frac{1}{2(l+i-j)} \int_a^r r^{2j-2l} \rho^{4i+2l-2j} (r^2 + \rho^2)^{-2i} d\rho \right] \right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \frac{(-1)^l}{2^{2l-1}} \binom{m-1}{l} \binom{k}{2i+1} \sum_{j=0}^{l+i} \binom{2(l+i)+1}{j} \frac{1}{2(l+i-j)+1} \int_a^r \frac{r^{2j-1-l} \rho^{3l+4i-2j+1}}{(r^2 + \rho^2)^{2i+1}} d\rho \Bigg] + \\
 & + 2 \left(\int_r^b (r^2 + \rho^2)^k \ln \rho d\rho + \sum_{i=1}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \binom{k}{2i} \binom{2i}{i} + \sum_{l=1}^{m-1} \frac{(-1)^l}{2^{2l}} \binom{m-1}{l} \binom{2(l+i)}{1+i} \right) \int_r^b (r\rho)^{2i} (r^2 + \rho^2)^{k-2i} \ln \rho d\rho - \\
 & - \sum_{i=1}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \binom{k}{2i} \left[2 \sum_{j=0}^{i-1} \binom{2i}{j} \frac{1}{2(i-j)} \int_r^b r^{4i-2j} \rho^{-2j} (r^2 + \rho^2)^{-2i} \ln \rho d\rho + \right. \\
 & + \sum_{l=0}^{m-1} \frac{(-1)^l}{2^{2l-1}} \binom{m-1}{l} \sum_{j=0}^{l+i-1} \binom{2(l+i)}{j} \frac{1}{2(l+i-j)} \int_r^b r^{2l+4i-2j} \rho^{2j-2l} (r^2 + \rho^2)^{-2i} \ln \rho d\rho \Big] + \\
 & \left. + \sum_{l=0}^{m-1} \sum_{i=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \frac{(-1)^l}{2^{2l-1}} \binom{m-1}{l} \binom{k}{2i+1} \sum_{j=0}^{l+i} \binom{2(l+i)+1}{j} \frac{1}{2(l+i-j)+1} \int_r^b \frac{r^{3l+4i-2j+1} \rho^{2j-1-l} \ln \rho}{(r^2 + \rho^2)^{2i+1}} d\rho \right).
 \end{aligned}$$

РЕШЕНИЕ БЕСКОНЕЧНЫХ СИСТЕМ ТИПА ДИСКРЕТНОЙ СВЕРТКИ МЕЛЛИНА

Васильев И.Л., Плапинский П.В. (Минск, Беларусь)

Рассматривается бесконечная система алгебраических уравнений типа дискретной свертки Меллина

$$\sum_{n=mk} a_m x_k = y_n, \quad k, m, n \in N. \quad (1)$$

Доказывается, что при $a_m \in l_1$ оператор, определяющий левую часть системы (1), ограниченно действует в l_p , $p \geq 1$. При $a_l \neq 0$ система (1) имеет в l_p единственное решение при любой правой части $y_n \in l_p$. Найдены явная и рекуррентная формулы решения.

Наряду с (1) рассматривается редуцированная система

$$\sum_{n=mk} a_m x_k^0 = y_n, \quad 1 \leq n \leq r.$$

Показано, что при $r \rightarrow \infty$ последовательность векторов

$$(x_1^0, x_2^0, \dots, x_r^0, 0, 0, \dots)$$

сходится по норме l_p к решению системы (1).

При некоторых дополнительных условиях дана оценка погрешности приближенных решений системы.

Кроме метода редукции рассматриваются некоторые другие проекционные методы приближенного решения.