УДК 372.861

# РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С МОДУЛЯМИ КАК ЭФФЕКТИВНЫЙ ПРИЕМ ПОВТОРЕНИЯ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

*В. В. Боровая,*
*БГПУ (Минск)*

Науч. рук. – к. п. н., доцент
*О. Н. Пирютко*

Одним из основных принципов повторения является рассмотрение задач, которые расширяют систему уже известных приемов решения задач.

Особый интерес вызывают задачи с модулями, решение которых связано с трудностями различного характера: отсутствие системных знаний о свойствах модуля числа, ограниченность в методах решения, нерациональность выбора метода решения, отсутствие анализа условия задачи и поиска эвристик.

Рассмотрим приемы решения задач с модулями при повторении и подготовке к экзаменам в 11 классе.

**Пример.** Решите уравнение: $|x-5|+|x+1| = 8$ (∗)

- *Метод промежутков* (традиционный метод):

1) $\begin{cases} x \le 5, \\ -x+5-x-1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x \le 5, \\ x_1=-2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5 \le x \le -1, \\ x-5-x-1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} 5 \le x \le -1, \\ x = \emptyset; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x \ge -1, \\ x-5+x+1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x \ge -1, \\ x_2=6. \end{cases}$

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 6.$

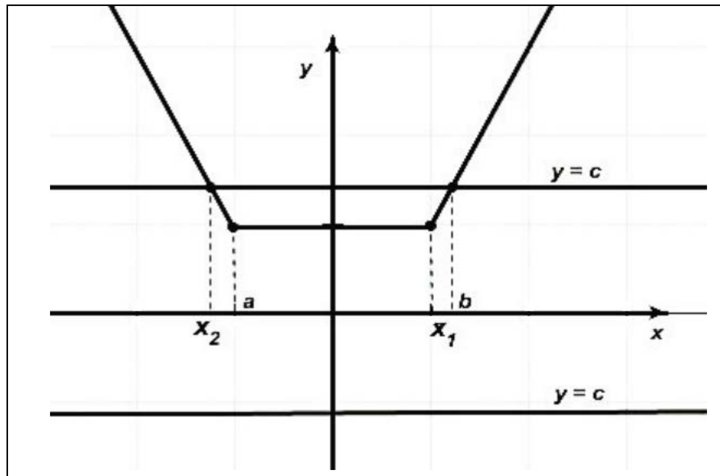
- *Использование геометрической интерпретации модуля:*

Сумма расстояний от искомой точки до точек с координатами (5) и (-1) равна 8, а сумма расстояний между этими точками равно 6 < 8, следовательно, точка с координатой $x$ находиться вне отрезка [-1;5] , таких точек две.


- *Метод решения уравнения вида* $|x-a| + |x-b| = c$ [1, с. 167]

*1.* Рассмотрим функцию $f(x) = |x-a| + |x-b|$;

2. Построим ее график и график функции $y = c$; (рисунок 1)

<table>
<tr><td rowspan="3">Рисунок 1</td><td>Если $c < |b-a|$, уравнение не имеет решений;</td></tr>
<tr><td>Если c $= |b-a|$, $x \in [a;b]$;</td></tr>
<tr><td>Если c $> |b-a|$,<br>$x_1 = \frac{a+b+c}{2}, x_2 = \frac{a+b-c}{2}.$</td></tr>
</table>



Решим уравнение (∗).

$x_1 = \frac{5-1-8}{2} \Rightarrow x_1 = -2;$ $x_2 = \frac{5-1+8}{2} \Rightarrow x_2 = 6.$

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 6.$

- *Метод коэффициентов*:

Пусть $\sigma = \sigma(a)$ – такая функция, что $\sigma(a) = \begin{cases} 1 \text{ при } a \ge 0, \\ -1 \text{ при } a < 0. \end{cases}$

С помощью этой функции определение модуля числа можно записать так: $|a| = \sigma(a)a = \sigma a$. [2, с. 36]

Перейдем к уравнению (∗).

$|x-5| = \sigma_1(x-5),\ |x+1| = \sigma_2(x+1).$

Подставив замену в уравнение, получаем: $\sigma_1(x-5) + \sigma_2(x+1) = 8.$

Рассмотрим 4 случая:

1) $\sigma_1 = 1,\ \sigma_2 = 1;$
$x-5+x+1 = 8;$
$2x = 12, x_1 = 6;$

3) $\sigma_1 = -1,\ \sigma_2 = -1;$
$-x+5-x-1 = 8;$
$-2x = 4, x_2 = -2.$

2) $\sigma_1 = 1,\ \sigma_2 = -1;$
$x-5-x-1 = 8$ (нет решений);

4) $\sigma_1 = -1,\ \sigma_2 = 1;$
$-x+5+x+1 = 8$ (нет решений);

Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 6.$

Эффективность повторения посредством применения различных способов решения задач реализуется на основании принципа повторения на более высоком уровне по сравнению с тем, когда эти знания формировались, через обобщение и расширение приемов решения задач с модулями.

## Литература

1. Пирютко, О. Н. Задачи по математике повышенной сложности с решениями. Пособие для учащихся / О. Н. Пирютко. – Минск: Новое знание, 2011. – 167 с.
2. Буров, А. Маленькая сигма и задачи с модулями / А. Буров // Квант. – 2012. – № 1. – С. 36–38.