тельные при $x>0$. В этом случае при α близких к единице решение может обладать большей гладкостью по сравнению с линейным случаем. Приведем один такой результат, полагая, для простоты, $g\equiv 0$ в (I).

Теорема 2. Пусть $k(x)\in C^m(0,\infty)$, $m\geq 1$ и $k(0)>0$ ($k(0)=0$, $k'(0)=0$). Если целое число $n\geq 3$ таково, что $1<\alpha\leq\frac{n-1}{n-2}$ ($1\leq\alpha\leq\frac{n}{n-2}$), то $u(x)\in C^{m+n-1}(0,\infty)$.

Наконец рассмотрена гладкость решений уравнения Винера-Хопфа

$$u(x)=\int_0^\infty k(x-t)u(t)dt+g(x), \quad x>0,$$

для которого получен аналог теоремы I в несколько более сложной форме. Интересно отметить, что здесь от ядра приходится требовать при $x>0$ ту же гладкость, что и у правой части, а при $x<0$ достаточно лишь суммируемости $k(x)$ вместе со своей производной. В качестве полезного следствия отсюда получаем следующую характеристику решений однородного уравнения ($g\equiv 0$). Если $k(x)=0$ при $x>0$, $k(x), k'(x)\in L_1(-\infty,0)$, то решение однородного уравнения, если оно существует, бесконечно дифференцируемая функция.

А.А.Килбас, С.И.Василец (Минск)

О РЕШЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ЯДРОМ С РАДИАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

Пусть $x=(x_1,x_2)\in R^2$, $t=(t_1,t_2)\in R^2$, $r=|x|=\sqrt{x_1^2+x_2^2}$, $a>0$. Рассмотрим интегральное уравнение с логарифмическим ядром

$$\int_{|t|<a}\ln|x-t|\varphi(t)dt=f(x), \quad |x|<a, \qquad (I)$$

где f - известная, φ - искомая функция. Допустим, что свободный член f есть радиальная функция, то есть $f(x)=f(|x|)=f(r)$. Тогда $\varphi(x)=\varphi(|x|)=\varphi(r)$ и решение уравнения (I) равносильно решению уравнения Фредгольма

$$\frac{f(r)}{2\pi}=\ln r\int_0^r\rho\varphi(\rho)d\rho+\int_r^a\ln\rho\cdot\rho\varphi(\rho)d\rho, \quad 0\leq r<a. \qquad (2)$$

Предположим, что $f(r)\in C^2(0,a)$, $\lim\limits_{r\to 0}\frac{f(r)}{\ln r}=\lim\limits_{r\to 0}[r f'(r)]=0$. Тогда для разрешимости уравнения (2), а, следовательно, и уравнения (I), необходимо и достаточно выполнения условия

$$f(a)=a\ln a\, f'(a).$$

При его выполнении единственное решение уравнения (I) дается формулой

$$\varphi(r)=\frac{1}{2\pi r}[r f''(r)]'=\frac{1}{2\pi}[f''(r)+r^{-1}f(r)].$$

С.В.Кириленко (Орск)

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ В УГЛЕ ДЛЯ ОДНОГО ЧАСТНОГО ВИДА УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА-ДАРБУ

Для уравнения

$$(x-y)Z_{xy}+\lambda Z_x=0\ ,\quad 0<\lambda<1 \qquad (I)$$

на множестве $\mathcal{D}=\mathcal{D}_1\cup\mathcal{D}_2$, где $\mathcal{D}_1=\{(x,y): x<y<ax\ ,\ x>0\}$, $\mathcal{D}_2=\{(x,y): bx<y<x\ ,\ x>0\}$, $a>1$, $0<b<1$ - определенные числа, рассматривается задача.

<u>Задача.</u> Найти решение $Z(x,y)$ уравнения (I) на множестве $\mathcal{D}$, непрерывное в $\overline{\mathcal{D}}$, удовлетворяющее: I) краевым условиям:

$$Z\big|_{y=ax}=\varphi(x)\ ,\quad x\geq 0,$$

$$Z\big|_{y=bx}=\psi(x)\ ,\quad x\geq 0;$$

2) условиям сопряжения:

$$\tau_+(x)=\alpha(x)\tau'_-(x)+\gamma(x)\ ,\quad x\geq 0,$$

$$\nu_+(x)=\beta(x)\nu_-(x)+\delta(x)\ ,\quad x>0,$$

где $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\gamma(x)$, $\delta(x)$ - заданные функции, удовлетворяющие условиям: $\varphi(x)\in C^{(1)}[0,+\infty)$; $\gamma(x)\in C[0,+\infty)$, и ограниченные при $x\geq 0$, а функции $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $\psi(x)$, $\delta(x)$ таковы, что $\alpha(x)=x^{-\lambda}\alpha_1(x)$, $\beta(x)=x^{-\lambda-1}\beta_1(x)$, $\psi'(x)=x^{\lambda}\psi_1(x)$, $\delta(x)=x^{-\lambda-1}\delta_1(x)$, где $\alpha_1(x)$, $\beta_1(x)$, $\psi_1(x)$, $\delta_1(x)\in C[0,+\infty)$; $|\psi_1(x)|\leq C_1$, $|\delta_1(x)|\leq C_2$, $A\leq|\alpha_1(x)|\leq B$, $|\beta_1(x)|\leq M$,