

Задания к экзамену по математике 4 курс (5л) зо 40 гр. 2018г.

Толстик Н. В.

Тема: Делимость целых неотрицательных чисел

Решение типовых задач

☺ **Задача 1.** Доказать, что:

- 1) произведение двух последовательных натуральных чисел делится на 2;
- 2) произведение трех последовательных натуральных чисел делится на 3;
- 3) при $\forall n \in \mathbf{N}$ значение выражения $n^3 + 3n^2 + 2n$ делится на 2 и на 3.

Доказательство.

1) Обозначим два последовательных натуральных числа через a и $a + 1$, тогда их произведение равно $a(a + 1)$.

Если $a : 2$ ($(\exists k \in \mathbf{N}_0)(a = 2k)$), то $a(a + 1) = (2k)((2k) + 1) = 2(\underbrace{k(2k + 1)}_{p \in \mathbf{N}}) = 2p$, $2p : 2$.

Если a не делится на 2 (значит, a делится на 2 с остатком 1), то

$$(\exists k \in \mathbf{N}_0)(a = 2q + 1),$$

тогда $a(a + 1) = (2q + 1)(2q + 2) = (2q + 1)(2(q + 1)) = 2(\underbrace{(2q + 1)(q + 1)}_{p \in \mathbf{N}}) = 2p$, $2p : 2$.

2) Пусть даны три последовательных натуральных числа a , $a + 1$, $a + 2$, их произведение равно $a(a + 1)(a + 2)$.

Если $a : 3$ ($(\exists k \in \mathbf{N}_0)(a = 3k)$), то

$$a(a + 1)(a + 2) = (3k)(3k + 1)(3k + 2) = 3(\underbrace{k(3k + 1)(3k + 2)}_{p \in \mathbf{N}}) = 3p$$
, $3p : 3$.

Если $\overline{a} : 3$ (значит, a делится на 3 с остатком 1 или 2), то возможны два случая:

1° $(\exists q \in \mathbf{N}_0)(a = 3q + 1)$, тогда

$$a(a + 1)(a + 2) = (3q + 1)(3q + 2)(3q + 3) = 3(\underbrace{(3q + 1)(3q + 2)(q + 1)}_{p \in \mathbf{N}}) = 3p$$
, $3p : 3$;

2° $(\exists q \in \mathbf{N}_0)(a = 3q + 2)$, тогда

$$a(a + 1)(a + 2) = (3q + 2)(3q + 3)(3q + 4) = 3(\underbrace{(3q + 2)(q + 1)(3q + 4)}_{p \in \mathbf{N}}) = 3p$$
, $3p : 3$.

3) Разложим трехчлен на множители:

$$n^3 + 3n^2 + 2n = n(\underbrace{n^2 + 3n + 2}_{(n+1)(n+2)}) = n(n + 1)(n + 2).$$

Получим произведение трех последовательных чисел, которое по доказанному выше делится на 3. Кроме того, это произведение делится на 2, поскольку $n(n+1)$ (или $(n+1)(n+2)$) – произведение двух последовательных натуральных чисел.

☺ **Задача 2.** Доказать, что всякое четырехзначное натуральное число вида $\overline{7aa7}$ делится на 11.
Доказательство. Запишем данное число в следующем виде:

$$\overline{7aa7} = 7 \cdot 10^3 + a \cdot 10^2 + a \cdot 10 + 7 = 7007 + 110a.$$

Так как $7007:11$ и $110a:11$, то по теореме о делимости суммы $(7007 + 110a):11$, т. е.

$$(\forall a \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}) \quad (\overline{7aa7}:11).$$

☺ **Задача 3.** Число 28 делится на 4, 30 делится на 5, поэтому произведение $28 \cdot 30$ (равное 840) делится на произведение $4 \cdot 5$ (равное 20):

$$840 : 20 = 42.$$

☺ **Задача 4.** Доказать: $(\forall n \in \mathbf{N}) \quad ((n^3 + 2n^2)(n^2 - 1)):6$.

Доказательство. Заметим, что $6 = 2 \cdot 3$. Далее:

$$(n^3 + 2n^2)(n^2 - 1) = n^2(n+2)(n-1)(n+1) = \underbrace{((n-1) \cdot n)}_{=a} \cdot \underbrace{(n \cdot (n+1)(n+2))}_{=b} = ab.$$

В произведении ab :

множитель $a:2$ (как произведение двух последовательных натуральных чисел),

множитель $b:3$ (как произведение трех последовательных натуральных чисел),

поэтому произведение $ab = (n^3 + 2n^2)(n^2 - 1)$ делится на произведение $2 \cdot 3 = 6$.

Значит, $((n^3 + 2n^2)(n^2 - 1)):6$ при $(\forall n \in \mathbf{N})$.

☺ **Задача 5.** Проверить при помощи признака делимости Паскаля: действительно ли, что:

а) число 2592 делится на 8;

б) число 1234 делится на 7?

Решение.

а) $10^3 = 125 \cdot 8 + 0;$

б) $10^3 = 142 \cdot 7 + 6;$

$10^2 = 12 \cdot 8 + 4;$

$10^2 = 14 \cdot 7 + 6;$

$10 = 1 \cdot 8 + 2;$

$10 = 1 \cdot 7 + 3;$

$2 \cdot 0 + 5 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 2 = 40;$

$1 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 3 + 4 = 31;$

$40:8$, так как $40 = 8 \cdot 5$.

$\overline{31}:7$, так как не существует число

$c \in \mathbf{N}_0$ такое, что

$31 = 7 \cdot c$.

Ответ: а) число 2592 делится на 8; б) число 1234 не делится на 7.

☺ **Задача 6.** Определить, простым или составным является число 187, 151, 381.

Решение. Легко видеть, что $\sqrt{187} < 14$. Теперь проверим делимость числа 187 на простые числа, меньшие 14 (т. е. на 2, 3, 5, 7, 11, 13): на 2, 3, 5, 7 число 187 не делится, а на 11 делится. Значит, число 187 имеет третий делитель 11, кроме делителей 1 и 187. Поэтому число 187 является составным.

Так как $\sqrt{151} < 13$, то проверяем делимость 151 на 2, 3, 5, 7, 11. Поскольку 151 не делится ни на одно из указанных чисел, то 151 – простое число.

Число 381 – составное, поскольку делится на 3 по признаку делимости.

☺ **Задача 7.** Найти НОД(6188, 4709) при помощи алгоритма Евклида.

Решение. Делим большее число на меньшее:

$$\begin{array}{r} 6188 \overline{)4709} \\ \underline{4709} \\ 1479 \end{array}$$

Далее: делим 4709 на полученный остаток 1479:

$$\begin{array}{r} 4709 \overline{)1479} \\ \underline{4437} \\ 272 \end{array}$$

делим первый остаток 1479 на второй остаток 272:

$$\begin{array}{r} 1479 \overline{)272} \\ \underline{1360} \\ 119 \end{array}$$

делим второй остаток 272 на третий остаток 119:

$$\begin{array}{r} 272 \overline{)119} \\ \underline{238} \\ 34 \end{array}$$

делим остаток 119 на следующий остаток 34:

$$\begin{array}{r} 119 \overline{)34} \\ \underline{102} \\ 17 \end{array}$$

делим остаток 34 на следующий остаток 17:

$$\begin{array}{r} 34 \overline{)17} \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$$

На практике процесс деления обычно записывают в более удобной форме:

$$\begin{array}{r} 6188 \overline{)4709} \\ \underline{4709} \\ 1479 \\ 4709 \overline{)1479} \\ \underline{4437} \\ 272 \\ 1479 \overline{)272} \\ \underline{1360} \\ 119 \\ 272 \overline{)119} \\ \underline{238} \\ 34 \\ 119 \overline{)34} \\ \underline{102} \\ 17 \\ 34 \overline{)17} \\ \underline{34} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: НОД(6188, 4709)=17.

Задачи для самостоятельного решения

1. Методом полной индукции докажите, что $\forall n \in \mathbf{N}$ значение выражения $(n^2 - n)(n^2 + 5)$ делится на 6.
2. Дано подмножество A множества натуральных чисел, в котором 38 чисел, кратных числу 2; 41 число, кратное числу 5; 43 числа, кратных числу 7; 11 чисел, кратных числу 10; 12 чисел, кратных числу 14; 13 – кратных числу 35; 5 – кратных числу 70. Сколько элементов во множестве A ?
3. Найдите все натуральные пятизначные числа вида $\overline{43a2b}$, которые делятся на 36.
4. Какие числа являются взаимно простыми:
а) 18 и 24; б) 11 и 13; в) 467 и 468; г) 51 и 300;
д) 117 и 120; е) 38 и 51; ж) 143 и 176; з) 110 и 130?
5. Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом?
6. Может ли сумма двух простых чисел, каждый из которых больше 2, быть простым числом?
7. Может ли сумма двух составных чисел быть простым числом?
8. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное следующих чисел разложением их на простые множители:
а) 24 и 30; б) 32 и 16; в) 12 и 13; г) 200 и 180;
д) 24, 30 и 144; е) 110 и 240; ж) 187 и 1771; з) 135 и 108;
и) 144 и 360; к) 56 и 351; л) 180, 240, и 4000;
м) 36, 480 и 712; н) 225, 300, 405; о) 405, 448, 493;
п) 117, 234, 486; р) 24, 108, 135, 432; с) 30, 45, 60, 125;
т) 11, 12, 13; у) 3, 6, 9, 12, 15; ф) 4, 5, 6, 7, 8.
9. Найдите наибольший общий делитель следующих чисел с помощью алгоритма Евклида:
а) 1860 и 1875; б) 32 и 16; в) 115 и 138; г) 246 и 846;
д) 480 и 1200; е) 375 и 645; ж) 12345 и 7565; з) 588 и 1960;
и) 588 и 3920; к) 3762 и 4446; л) 15283 и 10013; м) 2585 и 7975.
10. Вычислить:
1) с помощью канонического разложения чисел:
а) НОД(396, 600) и НОК(396, 600); б) НОД(528, 918) и НОК(528, 918);
в) НОД(294, 2520) и НОК(294, 2520); г) НОД(132, 432) и НОК(132, 432);
д) НОД(720, 216) и НОК(720, 216); е) НОД(320, 1008) и НОК(320, 1008);
ж) НОД(360, 756) и НОК(360, 756); з) НОД(504, 693) и НОК(504, 693).
2) с помощью алгоритма Евклида:
а) НОД(527, 868) и НОК(527, 868); б) НОД(6188, 4709) и НОК(6188, 4709);
в) НОД(6188, 4709); г) НОД(1188, 2684); д) НОД(481, 1406);
е) НОД(1802, 2278); ж) НОД(462, 1050); з) НОД(2812, 962);
11. Справедливы ли равенства:
а) НОД(816, 323) = 17; б) НОД(2956, 13302) = 1478?
12. Найдите натуральные числа x и y такие, что:
а) $xy = 750$, НОК(x, y) = 150; б) НОК(x, y) = 432, НОД(x, y) = 12;
в) $xy = 288$, НОД(x, y) = 4; г) $xy = 972$, $x : y = 3$.
13. Может ли НОК двух чисел быть больше их произведения?
14. Найти числа m и n , если:
а) НОК(m, n) = 105; НОД(m, n) = 5; б) $m : n = 11 : 13$; НОД(m, n) = 5;
в) $m : n = 8 : 7$; НОК(m, n) = 224; г) $m \cdot n = 294$; НОК(m, n) = 105;
д) $m \cdot n = 294$; НОД(m, n) = 7; е) $m \cdot n = 375$; НОК(m, n) = 75;
ж) $m : n = 17 : 14$; НОД(m, n) = 7; з) $m \cdot n = 1470$; НОД(m, n) = 7;
и) НОК(m, n) = 240; НОД(m, n) = 8; к) $m \cdot n = 1470$; $m : n = 3$;

л) НОК(m, n) = 915; НОД(m, n) = 3; м) НОК(m, n) = 693; $m : n = 14 : 9$.

15. Найти НОД двух чисел, если известно, что НОК этих же чисел равно их произведению.
16. Числа 4373 и 826 разделили на одно и то же натуральное число и получили в остатках соответственно 8 и 7. На какое число делили?
17. Напишите пятизначное число, которое делится: а) на 3; б) на 4; в) на 9; г) на 4 и 5; д) на 2 и 3; е) на 4, 5 и 6.
18. Какую цифру нужно поставить вместо звездочки в число:
- а) $5471*6$, чтобы оно делилось: 1) на 2; 2) на 4; 3) на 3; 4) на 9;
5) на 4 и 9; б) на 3 и 4;
- б) $7142*$, чтобы оно делилось на 4; в) $3543*$, чтобы оно делилось на 9?
19. Найти наименьшее натуральное число, при делении которого на 2, 3, 4, 5 и 6 в остатке получится 1.
20. Найти наименьшее натуральное число, при делении которого на 4, 5, 6, 7 и 8 в остатке получается 3.
21. По делимому a и делителю b найдите неполное частное q и остаток r , если:
а) $a = 1347$, $b = 25$; б) $a = 918$, $b = 34$; в) $a = 2965$, $b = 3101$.
22. По делимому a и остатку r найдите неполное частное q и делитель b , если:
а) $a = 147$, $r = 7$; б) $a = 131$, $r = 10$; в) $a = 147$, $r = 15$.
23. По делимому a и неполному частному q найдите делитель b и остаток r , если:
а) $a = 294$, $q = 13$; б) $a = 115$, $q = 18$; в) $a = 748$, $q = 0$.
24. При делении чисел a , b и c на 7 получили остатки 1, 4, 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 даст сумма $a + b + c$?
25. Докажите, что:
а) сумма трех последовательных натуральных чисел делится на 3;
б) сумма кубов трех последовательных натуральных чисел делится на 3;
в) сумма трех последовательных натуральных степеней числа 3 делится на 13;
г) если два натуральных числа при делении на третье дают одинаковые остатки, то их разность делится на это третье число;
д) разность квадратов двух последовательных нечетных натуральных чисел делится на 8;

ТЕМА: РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Решение типовых задач

☺ **Задача 1.** Сократить дробь: а) $\frac{1008}{1386}$; б) $\frac{1581}{2604}$.

Решение. а) Дробь $\frac{1008}{1386}$ можно сократить на 2, на 9, на 7 (объясните, почему).

Получим: $\frac{1008}{1386} = \frac{504}{693}$; $\frac{504}{693} = \frac{56}{77}$; $\frac{56}{77} = \frac{8}{11}$. Поэтому $\frac{1008}{1386} = \frac{8}{11}$.

б) Дробь $\frac{1581}{2604}$ можно сократить на 3 (объясните, почему): $\frac{1581}{2604} = \frac{527}{868}$.

Дальнейшее применение известных признаков делимости результатов не дает, но утверждать, что дробь $\frac{527}{868}$ несократима, нельзя. С помощью алгоритма Евклида найдем НОД (527, 868):

$$\begin{array}{r} 868 \overline{) 527} \\ \underline{527} \\ 0 \\ 341 \overline{) 186} \\ \underline{186} \\ 0 \\ 155 \overline{) 31} \\ \underline{155} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{НОД}(527, 868) = 31.$$

$$\text{Значит, } \frac{527}{868} = \frac{527:31}{868:31} = \frac{17}{28}.$$

$$\text{Ответ: а) } \frac{1008}{1386} = \frac{8}{11}; \text{ б) } \frac{1581}{2604} = \frac{17}{28}.$$

☺ **Задача 2.** Привести дроби $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{14}$ к наименьшему общему знаменателю.

Решение. Найдем НОК(12, 14). Поскольку $12 = 2^2 \cdot 3$; $14 = 2 \cdot 7$, то

$$\text{НОК}(12, 14) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$$

$$\text{Значит, } \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 7}{12 \cdot 7} = \frac{35}{84}; \quad \frac{3}{14} = \frac{3 \cdot 6}{14 \cdot 6} = \frac{18}{84}. \quad \text{Ответ: } \frac{5}{12} = \frac{35}{84}; \quad \frac{3}{14} = \frac{18}{84}.$$

☺ **Задача 3.** Найти сумму дробей $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{15}$.

Решение. Найдем НОК (12, 15) = 60. Тогда

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{15} = \frac{5 \cdot 5}{60} + \frac{7 \cdot 4}{60} = \frac{25 + 28}{60} = \frac{53}{60}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{53}{60}.$$

☺ **Задача 4.** Выполнить указанные действия:

$$\text{а) } 1\frac{9}{16} \cdot 3\frac{1}{5} + 16\frac{1}{3} + 4 : 2\frac{2}{5}; \quad \text{б) } \left(1\frac{7}{12} + 2\frac{5}{24} - \frac{1}{8}\right) \cdot 3 - \left(10\frac{1}{9} - 61\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4}\right).$$

$$\text{Решение. а) } 1\frac{9}{16} \cdot 3\frac{1}{5} + 16\frac{1}{3} + 4 : 2\frac{2}{5} = \frac{25}{16} \cdot \frac{16}{5} + 16\frac{1}{3} + \frac{4}{1} \cdot \frac{5}{2} =$$

$$= 5 + 16\frac{1}{3} + \frac{5}{3} = 21\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = (21+1) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) = 23.$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \left(1\frac{7}{12} + 2\frac{5}{24} - \frac{1}{8}\right) \cdot 3 - \left(10\frac{1}{9} - 61\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{19}{12} + \frac{53}{24} - \frac{1}{8}\right) \cdot 3 - \left(10\frac{1}{9} - \frac{123}{2} \cdot \frac{4}{27}\right) = \left(\frac{19}{4} + \frac{53}{8} - \frac{3}{8}\right) - \left(10\frac{1}{9} - \frac{41 \cdot 2}{9}\right) = \\
 & \frac{38 + 53 - 3}{8} - \left(10\frac{1}{9} - \frac{82}{9}\right) = \\
 & = \frac{88}{8} - \left(10\frac{1}{9} - 9\frac{1}{9}\right) = 11 - 1 = 10.
 \end{aligned}$$

Ответ: а) 23; б) 10.

§ 2. Десятичные дроби и операции над ними

☺ **Задача 1.** Найти сумму чисел 24,276 и 5,68.

Решение.
$$\begin{array}{r} 24,276 \\ + 5,680 \\ \hline 29,956 \end{array}$$
 Правильность вышесформулированного правила сложения десятичных дробей можно подтвердить, представив складываемые числа в виде обыкновенных дробей:

$$24,276 + 5,68 = 24,276 + 5,680 = \frac{24276}{1000} + \frac{5680}{1000} = \frac{29956}{1000} = 29,956.$$

Ответ: 29,956.

☺ **Задача 2.** Найти разность чисел 15,36 и 7,182.

Решение.
$$\begin{array}{r} 15,360 \\ - 7,182 \\ \hline 8,178 \end{array}$$

Ответ: 8,178.

☺ **Задача 3.** Разделить число 74,912 на 3,2.

Решение. $74,912 : 3,2 = 749,12 : 32$.

Выполним деление в столбик:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{l}
 \underline{749,12} \quad | \quad 32 \\
 \underline{64} \quad \quad | \quad 23,41 \\
 109 \\
 \underline{96} \\
 131 \\
 \underline{128} \\
 32 \\
 \underline{32} \\
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Таким образом, $74,912 : 3,2 = 749,12 : 32 = 23,41$.

Ответ: 23,41.

☺ **Задача 4.** Найти 1 % числа 758.

Решение. 1 % числа 758 равен $\frac{1}{100}$ этого числа. Значит, 758 надо разделить на 100, т. е. $758 : 100 = 7,58$.

Ответ: 7,58.

☺ **Задача 5.** Найти 7 % от 13 м.

Решение. 7 % от 13 м равны 0,07 от 13 м, поэтому:

$$13 \cdot 0,07 = 0,91 \text{ (м)} = 91 \text{ (см)}.$$

Ответ: 91 см.

☺ **Задача 6.** На курсе обучается 75 студентов, 20 % из них – отличники. Сколько отличников учится на курсе?

Решение. 1 способ. Один процент от числа 75 составляет 0,75, а 20 % от 75 – в 20 раз больше, т. е.: $0,75 \cdot 20 = 15$ (студентов).

2 способ. При помощи пропорции (заметим, что пропорции в начальных классах не изучаются):

$$\begin{array}{l} 75 \text{ ст.} \quad - \quad 100 \% ; \\ x \text{ ст.} \quad \quad - \quad 20 \% ; \end{array} \quad x = \frac{75 \cdot 20}{100} = \frac{3 \cdot 5}{1} = 15 \text{ (студентов).}$$

Ответ: 15.

☺ **Задача 7.** Найти число m , если p % его составляет число a .

Решение. 1 способ. Делим a на p (находим 1 % от a) и результат умножаем на 100, получим:

$$m = \frac{a}{p} \cdot 100.$$

2 способ. При помощи пропорции:

$$\begin{array}{l} a \quad - \quad p \% ; \\ m \quad - \quad 100 \% ; \end{array} \quad m = \frac{100a}{p}.$$

Ответ: $\frac{100a}{p}$.

☺ **Задача 8.** Морская вода содержит 5 % соли (по массе). Сколько пресной воды необходимо добавить к 300 кг морской, чтобы соль в растворе составляла 2 %?

Решение. Неизменной в процессе добавления пресной воды остается масса соли. В 300 кг морской воды содержится 15 кг соли (5 %) и, соответственно, 285 кг пресной воды (95 %). Пусть надо долить x кг пресной воды, чтобы соль составила 2 % от всего раствора.

Возьмем колбу (рис. 13), в которой содержится 300 кг морской воды (разложенной на части – соль и пресную воду), и нальем туда x кг пресной воды, получим следующую пропорцию:

$$\begin{array}{l} 15 \text{ кг} - 2 \% ; \\ 285 + x \text{ кг} - 98 \% ; \end{array} \quad \text{откуда } 285 + x = \frac{15 \cdot 98}{2}; \quad x = 15 \cdot 49 - 285 = 450 \text{ кг.}$$

Ответ: надо долить 450 кг пресной воды.

☺ **Задача 9.** Кусок сплава меди и олова массой 36 кг содержит 45 % меди. Сколько кг чистого олова необходимо добавить к куску, чтобы новый сплав содержал 40 % меди?

Решение. Неизменной в процессе добавления олова остается масса меди.

Составим пропорцию.

Было	Добавили	Стало
	x кг олова	
олова 53%	} олова 60%	
меди 45%		
	19,8 кг	16,2 кг – 40 %
	16,2 кг	

$19,8 + x \text{ кг} - 60 \%$,

$$\text{откуда } 19,8 + x = \frac{16,2 \cdot 60}{40}, \quad x = 24,3 - 19,8 = 4,5 \text{ кг.}$$

Ответ: надо добавить 4,5 кг чистого олова.

☺ **Задача 10.** Можно ли представить в виде конечной десятичной дроби: а) $\frac{39}{120}$; б) $\frac{35}{84}$?

Решение. а) Дробь $\frac{39}{120}$ – сократимая: $\frac{39}{120} = \frac{13}{40}$. Знаменатель дроби $\frac{13}{40}$ не содержит никаких простых множителей, кроме 2 и 5, поэтому ее можно представить в виде десятичной.

б) Сократим дробь: $\frac{35}{84} = \frac{5}{12}$. Знаменатель несократимой дроби $\frac{5}{12}$ содержит простой множитель 3, поэтому ее нельзя представить в виде десятичной.

Ответ: а) можно; б) нельзя.

☺ **Задача 11.** Выполнить указанные действия:

$$\frac{1,05 + \frac{3}{4}}{\left(7,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot 0,6} + 2,395 : 8,5 - 0,09.$$

Решение. 1) $\frac{1,05 + \frac{3}{4}}{\left(7,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot 0,6} = \frac{1,05 + 0,75}{7,5 \cdot 0,6 - \frac{10}{3} \cdot 0,6} = \frac{1,8}{4,50 - 2} = \frac{1,8}{2,5} = \frac{18}{25};$

2) $24,395 : 8,5 = 243,95 : 85 = 2,87;$

3) $\frac{18}{25} + 2,87 - 0,09 = 0,72 + 2,87 - 0,09 = 3,5.$

Ответ: 3,5.

☺ **Задача 12.** Найти значение выражения $\frac{6,75^2 + 0,125 \cdot 67,5}{5,9^2 - (1,03 + 1,89726 : 0,618)^2}$ наиболее рациональным способом.

Решение. 1) $6,75^2 + 0,125 \cdot 67,5 = 6,75(6,75 + 0,125 \cdot 10) = 6,75(6,75 + 1,25) =$
 $= 6,75 \cdot 8 = 54;$

2) $1,89726 : 0,618 = 1897,26 : 618 = 3,07;$

3) $1,03 + 3,07 = 4,1;$

4) $5,9^2 - 4,1^2 = (5,9 + 4,1)(5,9 - 4,1) = 10 \cdot 1,8 = 18;$

5) $54 : 18 = 3.$

Ответ: 3.

☺ **Задача 13.** Записать десятичную дробь $0,(34)$ в виде обыкновенной дроби.

Решение. Обозначим $a = 0,(34)$. Умножим обе части равенства на 10^2 :

$$10^2 \cdot a = 10^2 \cdot 0,34343434... = 34 + 0,343434... = 34 + 0,(34) = 34 + a;$$

$$10^2 \cdot a = 34 + a;$$

$$(10^2 - 1)a = 34;$$

$$a = \frac{34}{10^2 - 1} = \frac{34}{99}.$$

☺ **Задача 14.** Найти значение выражения $\frac{0,7(3)+0,2(6)}{0,7(3)-0,2(6)} + \frac{0,8(5)+0,17(1)}{0,8(5)-0,17(1)}$.

Решение. Запишем периодические дроби, которые входят в данное выражение, в виде обыкновенных дробей и выполним указанные действия:

$$\begin{aligned} \frac{0,7(3)+0,2(6)}{0,7(3)-0,2(6)} + \frac{0,8(5)+0,17(1)}{0,8(5)-0,17(1)} &= \frac{\frac{73-7}{90} + \frac{26-6}{90}}{\frac{73-7}{90} - \frac{26-6}{90}} + \frac{\frac{85-8}{90} + \frac{171-17}{900}}{\frac{85-8}{90} - \frac{171-17}{900}} = \\ &= \frac{\frac{66+24}{90} + \frac{77}{90} + \frac{154}{900}}{\frac{66-24}{90} + \frac{77}{90} - \frac{154}{900}} = \frac{1}{\frac{42}{90} + \frac{770+154}{900}} = \frac{15}{7} + \frac{924}{616} = \frac{15}{7} + \frac{3}{2} = \frac{30+21}{14} = \frac{51}{14} = \\ &= 3\frac{9}{14} = 3,6(428571). \end{aligned}$$

Ответ: 3,6(428571).

☺ **Задача 15.** Доказать, что $\sqrt{17}$ – число иррациональное.

Доказательство проведем методом от противного. Допустим, что $\sqrt{17}$ – рациональное число.

Тогда его можно записать в виде несократимой дроби $\frac{m}{n}$:

$$\frac{m}{n} = \sqrt{17}, \text{ где } m \in N_0, n \in N,$$

$$\frac{m^2}{n^2} = 17,$$

$$m^2 = 17n^2.$$

(*)

Из равенства (*) следует, что m^2 кратно 17, а это значит, что m кратно 17. Запишем m в виде $m = 17k$, где $k \in N_0$.

Подставим это равенство в равенство (*):

$$289k^2 = 17n^2, \text{ откуда } n^2 = 17k^2,$$

а это значит, что n^2 (а значит, и n) кратно 17. Запишем n так:

$$n = 17t, t \in N_0.$$

Таким образом, дробь $\frac{m}{n}$ можно сократить на 17 (поскольку $m = 17k$, $n = 17t$), что противоречит нашему допущению о несократимости исходной дроби. А это значит, что $\sqrt{17}$ – иррациональное число.

☺ **Задача 16.** Упростить выражение:

а) $\sqrt{(\sqrt{19}-4)^2}$; б) $\sqrt{(\sqrt{19}-5)^2}$; в) $\sqrt{(16-x)^2}$.

Решение. Применим известную из курса математики средней школы формулу $(\forall m \in R)(\sqrt{m^2} = |m|)$:

а) $\sqrt{(\sqrt{19}-4)^2} = |\sqrt{19}-4| = \sqrt{19}-4$, так как $\sqrt{19}-4 > 0$;

б) $\sqrt{(\sqrt{19}-5)^2} = |\sqrt{19}-5| = -(\sqrt{19}-5) = 5-\sqrt{19}$, так как $\sqrt{19}-5 < 0$;

в) $\sqrt{(16-x)^2} = |16-x| = \begin{cases} (16-x), & \text{если } 16-x \geq 0; \\ -(16-x), & \text{если } 16-x < 0; \end{cases} = \begin{cases} 16-x, & \text{если } x \leq 16; \\ x-16, & \text{если } x > 16. \end{cases}$

Ответ: а) $\sqrt{(\sqrt{19}-4)^2} = \sqrt{19}-4$; б) $\sqrt{(\sqrt{19}-5)^2} = 5-\sqrt{19}$;

в) $\sqrt{(16-x)^2} = \begin{cases} 16-x, & \text{если } x \leq 16; \\ x-16, & \text{если } x > 16. \end{cases}$

☺ **Задача 17.** Решить уравнение $|x+2| + |2x-5| = 11-x$.

Решение (методом интервалов). Отметим на координатной прямой точки (рис. 17), при которых значения выражений, стоящих под знаком модуля, равны нулю ($x = -2$, $x = 2,5$).

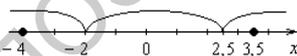


Рис. 17

Решаем данное уравнение на каждом из трех интервалов:

$$|x+2| + |2x+5| = 11-x \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -2; \\ -(x+2) - (2x-5) = 11-x; \end{cases} \\ \begin{cases} -2 \leq x \leq 2,5; \\ (x+2) - (2x-5) = 11-x; \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2,5; \\ (x+2) + (2x-5) = 11-x; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -2; \\ -2x = 8; \end{cases} \\ \begin{cases} -2 \leq x \leq 2,5; \\ 7+0x = 11; \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2,5; \\ 4x = 14; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -2; \\ x = -4; \end{cases} \\ \begin{cases} -2 \leq x \leq 2,5; \\ 0x = 4; \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2,5; \\ x = 3,5; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4; \\ x \in \emptyset; \\ x = 3,5, \end{cases}$$

Ответ: $\{-4; 3,5\}$.

☺ **Задача 18.** Решить неравенства: а) $|8+x| \leq 3x-1$; б) $|2x+3| > x+9$.

Решение проведем методом интервалов. При этом необходимо помнить, что в примере а) правая часть должна быть неотрицательной.

а) $|8+x| \leq 3x-1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 \geq 0; \\ x < -8; \\ -(x+8) \leq 3x-1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3}; \\ x < -8; \\ x \geq -1\frac{3}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset; \\ x \in [4\frac{1}{2}; +\infty); \end{cases} \Leftrightarrow x \in [4,5; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 \geq 0; \\ x \geq -8; \\ (x+8) \leq 3x-1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3}; \\ x \geq -8; \\ x \geq 4\frac{1}{2}; \end{cases}$$

б) Заметим, что те значения переменной x , при которых $x+9 < 0$, являются решениями исходного неравенства, это $x \in (-\infty; -9)$. Для случая, когда $x+9 \geq 0$, получим следующую совокупность:

$$|2x+3| > x+9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+9 \geq 0; \\ 2x-3 < 0; \\ -(2x-3) > x+9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -9; \\ x < 1,5; \\ x < -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-9; -2); \\ x \in (12; +\infty); \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-9; -2) \cup (12; +\infty).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+9 \geq 0; \\ 2x-3 \geq 0; \\ (2x-3) > x+9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -9; \\ x \geq 1,5; \\ x > 12; \end{cases}$$

Ответ: а) $x \in [4,5; +\infty)$; б) $x \in [-9; -2) \cup (12; +\infty)$.

☺ **Задача 19.** Определить, каким числом (рациональным или иррациональным) является значение выражения:

а) $5\sqrt{27} - 4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{16}{9}} + 2$; б) $(2\sqrt{5} - \sqrt{7})(2\sqrt{5} + \sqrt{7})$;
 в) $(\sqrt{20} + \sqrt{12}) : (\sqrt{5} + \sqrt{3})$.

Решение. а) $5\sqrt{27} - 4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{16}{9}} + 2 = 5\sqrt{9 \cdot 3} - 4\sqrt{4 \cdot 3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} + 2 =$

$= 15\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 2 + 2 = 7\sqrt{3}$; $7\sqrt{3}$ – иррациональное число;

б) $(2\sqrt{5} - \sqrt{7})(2\sqrt{5} + \sqrt{7}) = (2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2 = 20 - 7 = 13$; $13 \in \mathbb{Q}$;

в) $(\sqrt{20} + \sqrt{12}) : (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) : (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (2(\sqrt{5} + \sqrt{3})) : (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2$; $2 \in \mathbb{Q}$.

Ответ: а) иррациональное число; б) и в) рациональное число.

☺ **Задача 20.** Наиболее рациональным способом найти значение выражения:

а) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{50}$; б) $\sqrt{1 - \left(\frac{16}{65}\right)^2}$; в) $\sqrt{42^2 + 56^2}$; г) $\sqrt{\frac{2,5 \cdot 0,09 \cdot 2\frac{1}{4}}{0,4}}$.

Решение.

а) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{36 \cdot 2} \cdot \sqrt{25 \cdot 2} = 6\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 30(\sqrt{2})^2 = 30 \cdot 2 = 60$;

$$6) \sqrt{1 - \left(\frac{16}{65}\right)^2} = \sqrt{\frac{65^2 - 16^2}{65^2}} = \frac{\sqrt{(65-16)(65+16)}}{65} = \frac{\sqrt{49 \cdot 81}}{65} = \frac{7 \cdot 9}{65} = \frac{63}{65};$$

Задания для самостоятельной работы

1. Отрезок MN длиной 1 м разделили на 7 равных частей (рис. 9).

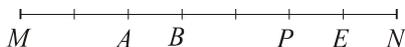


Рис. 9

Найдите:

- 1) длину отрезка MA ; 2) длину отрезка BE ; 3) длину отрезка PN ;
 - 4) длину отрезка MB ; 5) длину отрезка BN ; 6) длину отрезка AP .
2. Начертите в тетради квадрат со стороной 4 см. Разделите его на 4 равные части. Закрасьте $\frac{3}{4}$ квадрата. Какая часть квадрата не закрашена?
3. Начертите в тетради отрезок длиной 12 см. Начертите один под другим отрезки равные:
- 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$ этого отрезка; 2) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{1}{4}$ этого отрезка;
 - 3) $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{24}$, $\frac{2}{12}$ этого отрезка; 4) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$ этого отрезка.
4. Определите, сколько сантиметров содержится:
- 1) в половине дециметра; 2) в четверти метра;
 - 3) в половине метра; 4) в четверти километра.
5. Для игры в классики девочки начертили на асфальте квадрат со стороной 1 м и разделили его на девять равных частей (рис. 10).

2	5	3
7	1	8
9	4	6

Рис. 10

6. Запишите в виде дроби площадь:
- 1) 1 клетки классиков; 2) 2 клеток классиков.
 - 3) Если девочка безошибочно прошла 8 клеток, то определите, какую часть площади квадрата смогла преодолеть эта девочка.
7. Из двенадцати спичечных коробков склеили контейнер для хранения мелких деталей (рис. 11). Какую часть контейнера составляет:
- 1) 1 коробок; 2) один горизонтальный ряд контейнера;
 - 3) два вертикальных ряда контейнера?
8. Какая часть контейнера заполнена, если пустым остался коробок под номером 3?

16. Сократите дробь

1) $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3}$;

2) $\frac{7 \cdot 9}{7 \cdot 11}$;

3) $\frac{19 \cdot 13}{13 \cdot 20}$;

4) $\frac{14 \cdot 27}{28 \cdot 14}$.

1) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}$;

2) $\frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 13}$;

3) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 19}{2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23}$;

4) $\frac{2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}{3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 29}$.

1) $\frac{100}{125}$;

2) $\frac{96}{120}$;

3) $\frac{72}{120}$;

4) $\frac{150}{375}$;

5) $\frac{225}{600}$;

6) $\frac{500}{875}$;

7) $\frac{750}{1000}$;

8) $\frac{1250}{3750}$.

1) $\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 5^2}$;

2) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 3 \cdot 7^2}$;

3) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5}$;

4) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 11}$.

17. Выпишите несократимые дроби:

1) $\frac{3}{13}$;

2) $\frac{4}{64}$;

3) $\frac{9}{91}$;

4) $\frac{15}{45}$;

5) $\frac{24}{35}$;

6) $\frac{6}{7}$;

7) $\frac{15}{16}$;

8) $\frac{21}{24}$;

9) $\frac{10}{100}$;

10) $\frac{17}{51}$;

11) $\frac{253}{299}$;

12) $\frac{30}{75}$.

18. Запишите три сократимые дроби и три несократимые дроби:

1) с числителем 3;

2) с числителем 8;

3) со знаменателем 8;

4) со знаменателем 10.

19. Среди чисел 2, 3, 4, 8, 10, 15 найдите пары взаимно простых чисел и составьте несократимые дроби.

20. Подберите натуральные числа так, чтобы равенство было верным:

1) $\frac{3}{7} = \frac{a}{28}$;

2) $\frac{4}{15} = \frac{16}{c}$;

3) $\frac{b}{9} = \frac{63}{81}$;

4) $\frac{2}{p} = \frac{6}{39}$.

21. Запишите несократимую дробь, равную:

1) $\frac{18}{45}$;

2) $\frac{14}{21}$;

3) $\frac{10}{35}$;

4) $\frac{21}{27}$;

5) $\frac{49}{28}$;

6) $\frac{96}{60}$.

22. Дробь сначала сократили на 2, затем на 3, а потом на 7. На какое число сократили дробь?

23. Выполняя сокращение, Никита сократил дробь на 2, затем на 5 и потом на 11. На какое число надо умножить числитель и знаменатель полученной после сокращения дроби, чтобы получить первоначальную дробь?

24. Сокращая последовательно дробь на 2, на 3, на 5 и на 7, ученик получил

в результате $\frac{2}{11}$. Найдите первоначальную дробь.

25. Какую часть километра составляет:

- 1) 500 м; 2) 250 м; 3) 800 м; 4) 750 м?

Результат представьте в виде несократимой дроби.

26. Какую часть тонны составляет:

- 1) 400 кг; 2) 350 кг; 3) 875 кг; 4) 680 кг?

Результат представьте в виде несократимой дроби.

27. Какую часть гектара составляет:

- 1) 50 а; 2) 40 а; 3) 350 м²; 4) 500 м²?

Результат представьте в виде несократимой дроби.

28. Какую часть часа составляет:

- 1) 45 мин; 2) 40 мин; 3) 30 мин; 4) 20 мин?

Результат представьте в виде несократимой дроби.

29. Выразите в метрах:

- 1) 60 см; 2) 5 дм; 3) 8 дм; 4) 7 дм 5 см.

Результат представьте в виде несократимой дроби.

30. Какую часть года составляет сентябрь, если это:

- 1) високосный год; 2) не високосный год?

31. Количество выходных дней может достигать 105 дней в году. Какую

часть года составляют выходные дни, если это:

- 1) високосный год; 2) не високосный год?

32. Приведите к знаменателю 108 дробь:

- 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{7}{18}$; 5) $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{1}{36}$.

33. Приведите к знаменателю 60 дробь:

- 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{7}{12}$; 5) $\frac{4}{15}$; 6) $\frac{9}{20}$.

34. Приведите к общему знаменателю 24 дроби:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{3}{8}$; 3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{4}$.

35. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{1}{2}$ и $\frac{9}{11}$; 5) $\frac{6}{7}$ и $\frac{2}{3}$; 6) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{5}$.

36. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{8}$; 2) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{7}{30}$ и $\frac{4}{45}$; 4) $\frac{3}{20}$ и $\frac{6}{25}$; 5) $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{35}$; 6) $\frac{11}{30}$ и $\frac{2}{75}$.

37. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{2}{6}$ и $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{9}$ и $\frac{4}{18}$; 3) $\frac{14}{21}$ и $\frac{6}{9}$; 4) $\frac{15}{25}$ и $\frac{8}{10}$; 5) $\frac{32}{48}$ и $\frac{10}{12}$; 6) $\frac{7}{8}$ и $\frac{32}{64}$.

38. Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби:

1) $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{5}$ и $\frac{7}{25}$; 4) $\frac{11}{60}$ и $\frac{8}{15}$; 5) $\frac{4}{45}$ и $\frac{2}{9}$; 6) $\frac{5}{24}$ и $\frac{25}{72}$.

39. Длина отрезка MN равна 10 см. Начертите отрезок, длина которого равна:

1) $\frac{4}{5}$ длины отрезка MN ; 2) $\frac{6}{5}$ длины отрезка MN ;

3) $\frac{1}{2}$ длины отрезка MN ; 4) $\frac{3}{2}$ длины отрезка MN ;

5) $\frac{9}{10}$ длины отрезка MN ; 6) $\frac{11}{10}$ длины отрезка MN .

40. Среди дробей $\frac{5}{11}$, $\frac{17}{21}$, $\frac{32}{31}$, $\frac{29}{31}$, $\frac{99}{10}$, $\frac{99}{100}$, $\frac{35}{35}$, $\frac{83}{93}$ найдите:

1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.

41. Запишите все правильные дроби со знаменателем:

1) 2; 2) 3; 3) 5; 4) 10.

42. Запишите все неправильные дроби с числителем:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 7.

43. Запишите три правильные дроби с числителем:

1) 1; 2) 6; 3) 11; 4) 19.

44. Запишите три неправильные дроби со знаменателем:

1) 1; 2) 8; 3) 14; 4) 23.

45. Составьте, используя числа 1, 4, 8, все возможные:

- 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.
46. Составьте, используя числа 18, 139, 516, 9001, все возможные:
- 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.
47. Запишите:
- 1) наименьшую правильную дробь со знаменателем 20;
 2) наименьшую неправильную дробь со знаменателем 20;
 3) наибольшую правильную дробь со знаменателем 14;
 4) наибольшую правильную дробь с числителем 14;
 5) наименьшую неправильную дробь с числителем 31;
 6) наибольшую неправильную дробь с числителем 140.
48. Запишите дробь $\frac{18}{c}$, если c равно:
- 1) 15; 2) 18; 3) 27; 4) 36; 5) 12; 6) 54.
- Какие из полученных дробей являются неправильными?
49. Запишите дробь $\frac{q}{15}$, если q равно:
- 1) 3; 2) 25; 3) 30; 4) 10; 5) 15; 6) 9.
- Какие из полученных дробей являются правильными?
50. Найдите сумму значений a , при которых дробь:
- 1) $\frac{a}{8}$ – правильная; 2) $\frac{8}{a}$ – неправильная.

Выполните действия :

- 1) $\left(2\frac{4}{11} - 1\frac{5}{8} + 7\frac{3}{4}\right) \cdot 1\frac{5}{83}$; 2) $\left(3\frac{7}{24} - 2\frac{1}{16} + 2\frac{5}{6}\right) : 1\frac{7}{8}$;
- 3) $\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{9} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{27}{29} - \frac{9}{58}\right)$; 4) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{10}\right)$.
- 5) $\left(2\frac{2}{3} : 5\frac{4}{9} \cdot 3\frac{6}{7} : 1\frac{1}{8}\right) : \left(\frac{2}{49} : 2\frac{4}{5} : 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2}\right)$;
- 6) $\left(3\frac{5}{6} \cdot 7\frac{2}{3} : 12\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{2}\right) : \left(75\frac{4}{7} \cdot 3\frac{2}{3} : 8\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{100}\right)$;
- 7) $\left(1\frac{29}{50} : \left(48\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} - 2\frac{2}{15}\right) + \frac{1}{20} \cdot \frac{19}{20} \cdot 2\right) : \left(\frac{3}{4} : \frac{15}{401} - 5\frac{14}{25} \cdot 3\frac{1}{4}\right)$;

$$8) \left(1\frac{36}{59} + 5\frac{77}{89} + 6\frac{23}{59} - 3\frac{77}{89} \right) \cdot 2\frac{8}{15} - 5\frac{1}{3}.$$

60. После того как фермеры вспахали $23\frac{3}{8}$ га, им осталось вспахать на $53\frac{5}{12}$ га больше, чем уже вспахали. Какова площадь участка?
61. Бассейн наполнялся водой в течение $2\frac{7}{15}$ ч. До полного заполнения бассейна осталось на $\frac{43}{60}$ ч меньше, чем уже затрачено. Сколько времени надо на заполнение бассейна?
62. Самосвалами надо было вывезти 4000 м^3 грунта. В первый день они вывезли $\frac{5}{8}$ грунта, во второй день $-\frac{2}{3}$ остатка. Сколько грунта осталось вывезти?
63. Надо благоустроить 50000 м^2 территории парка. Предполагается выделить для клумб $\frac{74}{125}$ этой площади, под асфальтированные дорожки $-\frac{3}{4}$ оставшейся площади, а остальную площадь вымостить тротуарной плиткой. Какую площадь предполагается покрыть тротуарной плиткой?
64. Один рабочий может выполнить работу за 12 ч, а другой – за 20 ч. За какое время будет выполнена работа, если ее поручить двум рабочим?
65. Одна труба наполняет бак с водой за 4 ч, а другая – за 5 ч. За какое время наполнится бак, если открыть обе трубы одновременно?
66. Хранилище было заполнено картофелем за три дня. В первый день заполнили $\frac{3}{7}$ хранилища, во второй день $-\frac{8}{9}$ того, что заполняли в первый день. В третий день осталось завезти на 20 т картофеля меньше, чем в первый день. Сколько тонн картофеля заготовлено?
67. Наборщица набрала рукопись за три дня. В первый день она набрала $\frac{4}{11}$ рукописи, во второй день – в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем в первый день. Сколько страниц в рукописи, если за первый и третий дни было набрано 100 страниц?

68. Вычислите:

$$1) \frac{7}{8} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{8}{15} + \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{3} \right)^2; \quad 3) \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \right) : \frac{1}{18}; \quad 4) \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{11}{15}.$$

69. Упростите выражение:

$$1) \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{3} \cdot a + \frac{1}{5} \cdot a; \quad 2) \frac{1}{3} \cdot m - \frac{1}{5} \cdot m - \frac{1}{15} \cdot m; \quad 3) 1\frac{3}{8} \cdot k - \frac{3}{4} \cdot k + \frac{1}{2};$$

$$4) \frac{3}{5} \cdot b + 4\frac{1}{2} \cdot b - \frac{1}{5}; \quad 5) \frac{1}{5} \cdot a + \frac{3}{5} \cdot a + \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \cdot a; \quad 6) \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot m - \frac{2}{18} \cdot m + \frac{3}{16}.$$

70. Решите уравнение:

$$1) x + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}; \quad 2) x - \frac{1}{4} = \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{1}{7} \cdot x \cdot \frac{1}{3} = 2;$$

$$4) \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x = \frac{5}{6}; \quad 5) \left(\frac{1}{3}\right)^2 + x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2; \quad 6) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(x - \frac{3}{10}\right) = \frac{3}{8}.$$

71. Сократите дроби $\frac{18}{45}, \frac{33}{55}, \frac{14}{21}, \frac{48}{54}, \frac{68}{85}$ и расположите их в порядке убывания.

72. Сократите дроби $\frac{19}{95}, \frac{41}{82}, \frac{26}{39}, \frac{99}{990}, \frac{60}{72}$ и расположите их в порядке возрастания.

73. Запишите три рациональных числа, заключенных между числами:

$$1) \frac{1}{2} \text{ и } \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{3}{10} \text{ и } \frac{11}{20}; \quad 3) \frac{11}{60} \text{ и } \frac{79}{180}; \quad 4) \frac{12}{13} \text{ и } \frac{64}{65}.$$

74. Запишите обыкновенные дроби в виде десятичных дробей:

$$1) 22\frac{9}{10}; \frac{17}{100}; 3\frac{15}{1000}; \frac{657}{10000}; \quad 2) \frac{7}{10}; 5\frac{19}{100}; \frac{7}{1000}; 6\frac{89}{10000}.$$

75. Запишите эти десятичные дроби в виде обыкновенных дробей:

$$1) 85,2; 0,31; 6,0002; 0,00012; \quad 2) 0,4; 14,66; 0,009; 3,000123.$$

76. Как изменилось число, если его сначала:

- 1) увеличили на 10 %, а затем уменьшили на 10 %;
- 2) уменьшили на 10 %, а затем увеличили на 10 %?

77. На сколько процентов и как надо изменить результат, чтобы получилось первоначальное число, после того как его:

- 1) увеличили на 25 %;
- 2) уменьшили на 25 %?

78. На сколько процентов и как изменилось данное число, если его сначала на 20 %:

- 1) увеличили, а затем результат увеличили еще раз на 20 %;
- 2) уменьшили, затем результат уменьшили еще раз на 20 %?

79. На сколько процентов и как изменилась площадь прямоугольника, если одну сторону прямоугольника увеличили:

- 1) на 20 %, а другую – на 25 %;
- 2) на 50 %, а другую уменьшили на 50 %?

80. Ягоды крыжовника содержат 99 % воды. Перед тем как положить 10 кг крыжовника в морозильник на хранение, его подсушили, и в результате содержание воды в ягодах уменьшилось до 98 %. Найдите массу ягод, которые положили в морозильник на хранение.

81. Одна землеройка уничтожает в течение суток 10 г насекомых, 40 % из которых являются вредителями леса. Найдите массу вредных насекомых, которых могут уничтожить в течение суток землеройки в лесном массиве площадью 25 га, если в среднем на 1 га леса приходится 100 землероек?

82. Прочитав 132 страницы книги, Лена выяснила, что она прочитала на 10 % страниц больше, чем ей осталось прочитать. Сколько страниц в книге, которую читает Лена?

83. На время рекламной акции цены на телевизоры «Витязь» были снижены на 20 %. В каком процентном отношении находятся цены:

- 1) новые и старые; 2) старые и новые?

84. На отрезке AB , равном 1,2 дм, отметили точки C и K . Оказалось, что длина отрезка AC составляет 25 % от длины отрезка CK и 20 % от длины отрезка BK . Найдите длину каждого отрезка и процентное отношение длины отрезка AC к длине отрезка: 1) AB ; 2) CB .

85. Найдите число, если:

- 1) сумма этого числа и его 56 % равна 2184;
2) разность этого числа и его 82 % равна 445,59;
3) 96 % его на 190,4 больше, чем его $\frac{7}{8}$;
4) сумма $\frac{5}{8}$ этого числа и его 45 % равна 344.

86. Найдите число, если произведение:

- 1) его 28 % и его 35 % равно 980; 2) его $\frac{5}{12}$ и его 72 % равно 480.

87. Для поздравления мальчиков с 23 февраля каждая девочка класса принесла по одному сувениру. Но сувениров оказалось больше, чем мальчиков в классе. Чтобы все подарки были равноценными, девочки в одни подарки положили один большой сувенир и открытку, в другие – два маленьких сувенира и открытку. Найдите число учеников в классе, если подарков с одним сувениром оказалось на 2 больше, чем подарков с двумя сувенирами, и такие подарки составили 60 % от всех.

88. В математическом кружке занимаются 62,5 % учеников 6А класса, в спортивных секциях – 75 %, но три ученика не занимаются ни в математическом кружке, ни в спортивной секции и составляют 20 % от числа участников математического кружка. Сколько учеников 6А класса занимаются в спортивных секциях?

89. Какие из данных дробей можно обратить в десятичную:

- 1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{14}$; 2) $\frac{3}{4}; \frac{2}{9}; \frac{7}{16}$; 3) $1\frac{3}{5}; 10\frac{5}{18}; 5\frac{2}{55}$; 4) $3\frac{1}{2}; 6\frac{9}{35}; 5\frac{7}{64}$?

90. Назовите число, на которое нужно умножить числитель и знаменатель дроби, чтобы обратить ее в десятичную дробь:

- 1) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}$; 2) $\frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$; 3) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$; 4) $\frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$.

91. Обратите обыкновенную дробь в десятичную:

- 1) $\frac{9}{24}; \frac{21}{28}; \frac{14}{16}; \frac{17}{20}$; 2) $\frac{12}{60}; \frac{9}{36}; \frac{11}{44}; \frac{26}{65}$.

92. Обратите смешанную дробь в десятичную:

- 1) $14\frac{7}{40}$; 2) $61\frac{9}{20}$; 3) $108\frac{17}{50}$; 4) $58\frac{11}{250}$.

93. Обратите обыкновенную дробь в десятичную:

1) $\frac{17}{16}, \frac{43}{20}, \frac{961}{32}, \frac{3028}{625}$; 2) $\frac{97}{25}, \frac{189}{125}, \frac{603}{16}, \frac{1285}{64}$.

94. Запишите частное в виде обыкновенной дроби и, если возможно, в виде десятичной дроби:

1) $17 : 8$; 2) $12 : 48$; 3) $4 : 25$; 4) $28 : 354$; 5) $99 : 18$; 6) $132 : 55$.

95. Сравните дроби:

1) $5,14$ и $5\frac{1}{5}$; 2) $308\frac{2}{25}$ и $308,1$; 3) $865\frac{4}{15}$ и $865,25$; 4) $706,008$ и $706\frac{8}{1001}$.

96. Расположите дроби в порядке а) возрастания; б) убывания:

1) $5,3$; $5\frac{1}{2}$; $5,25$; $5\frac{3}{4}$; $5,15$; $5\frac{2}{125}$; 2) $10,72$; $10\frac{3}{4}$; $10,909$; $10\frac{2}{3}$; $10\frac{1}{2}$; $10,099$.

97. Назовите три десятичные дроби, расположенные между числами:

1) $4,23$ и $4\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$ и $0,6$; 3) $12\frac{6}{25}$ и $12\frac{7}{25}$; 4) $102\frac{3}{8}$ и $102\frac{2}{5}$.

98. Переведите в обыкновенную дробь периодическую десятичную дробь:

1) $0,(354)$; 2) $0,5(36)$; 3) $0,06(1)$; 4) $5,1(08)$;
5) $2,72(8)$; 6) $3,0(152)$; 7) $12,16(182)$; 8) $24,3(7)$;
9) $52,2(35816)$.

99. Вычислите:

1) $\frac{17}{25} - \frac{0,01 \cdot 13,6}{5,(6) \cdot 0,5 - 0,8(3)}$; 2) $\frac{\left(0,6 + \frac{1}{4} + 0,0(6) + 0,125\right)}{(0,(3) + 0,4 + 0,2(6))} \cdot 24$;

3) $\frac{(4,5 \cdot 1,(6) - 6,75) \cdot 0,(6)}{(3,(3) \cdot 0,3 + 0,(2) + 0,(4)) : 2,(6)}$; 4) $\frac{(0,0(461538) - 3,2(142857)) \cdot 5,8(3)}{(21 - 1,25) : 2,5}$.

100. Решите систему уравнений:

1) $\begin{cases} x + 2,(6)y = 6,(3), \\ x - 0,1(6)y = 0,(6); \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 0,58(3)y = 7,(3), \\ x + 1,(076923)y = 0,(692307); \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2,(6)y = -2,(3), \\ x + 0,8(3)y = -9,(6); \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 0,(5)x - 1,(6)y = 0, \\ 0,8(18)x - 0,2(72)y = 1,6(36). \end{cases}$

101. Решите уравнение:

1) $x^2 - 0,(4)x - 0,(2) = 0$;

2) $x^2 + 0,(3)x - 1,(6) = 0$;

3) $x^2 - 2,(6)x + 1,(6) = 0$;

4) $x^2 + 1,(6)x - 0,(6) = 0$;

5) $x^2 + 2,(571428)x + 0,(714285) = 0$;

6) $x^2 + 2,(3)x - 0,(6) = (-5,(3))^2 + 2,(3) \cdot (-5,(3)) - 0,(6)$.

102. Решите неравенство: 1) $x^2 - 1,6x \geq 0$; 2) $x^2 + 2,8x \leq 0$;

3) $0,16x^2 - 2,4x^3 > 0$; 4) $0,056x^2 - 3,014x^3 < 0$.

103. Решите уравнение:

1) $|x + 3| = 5$; 2) $|x - 3| = 2$; 3) $|x^2 - 5x + 3| = 3$;

4) $|2x - 5| = |7 - 2x|$; 5) $|x - 2| = 3|3 - x|$; 6) $|2x - 3| = |3x + 7|$.

104. Решите неравенство:

1) $|2x - 3| < 9$; 2) $|5x + 6| \geq 19$; 3) $|3x - 2,5| \geq 2$;

4) $|5 - 2x| < 1$; 5) $|x + 8| > 3x - 1$; 6) $|2x - 3| \geq 9 + x$;

105. Постройте график функции:

1) $y = |x - 2|$; 2) $y = |x + 4| + x$;

106. Каким числом – рациональным или иррациональным – является число:

1) $3\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{2} - 3$; 3) $\sqrt{2} + 3$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{3}$?

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

! Решение типовых задач

☺ **Задача 1.** На протяжении 796 м уложены трубы длиной 825 и 575 см. Сколько тех и других труб уложено, если их общее число равно 98?

Решение. Вначале унифицируем все единицы измерения:

$$825 \text{ см} = 8,25 \text{ м}, 575 \text{ см} = 5,75 \text{ м}.$$

Пусть уложено x труб длиной по 8,25 м, тогда труб длиной по 5,75 м будет уложено $(98 - x)$. Поскольку общая протяженность уложенных труб равна 796 м, можно составить уравнение:

$$8,25 \cdot x + 5,75 \cdot (98 - x) = 796.$$

Решая его, получим $x = 93$ – это количество труб длиной по 825 см. Значит, труб длиной по 575 см уложено $98 - 93 = 5$.

Проверка: $8,25 \cdot 93 + 5,75 \cdot 5 = 796$.

Ответ: 93 трубы длиной по 825 см, 5 труб длиной по 575 см.

☺ **Задача 2.** Купили 127 м труб для трех орошаемых участков. Стоимость труб для первого, второго и третьего из них составила соответственно 357, 323, и 336 руб. Сколько метров труб купили для каждого участка?

Решение. Решим по действиям.

1. $357 + 323 + 336 = 1016$ руб. – общая стоимость труб.
2. $1016 : 127 = 8$ руб. – стоимость 1 метра трубы.
3. $357 : 8 = 44\frac{5}{8}$ м труб купили для 1-го участка.
4. $323 : 8 = 40\frac{3}{8}$ м труб купили для 2-го участка.
5. $336 : 8 = 42$ м труб купили для 3-го участка.

Проверка. $44\frac{5}{8} + 40\frac{3}{8} + 42 = 127$.

Ответ: $44\frac{5}{8}$ м, $40\frac{3}{8}$ м, 42 м.

☺ **Задача 3.** От стальной полосы длиной 700 м отрезали 3 большие и 4 маленькие заготовки, после чего остался кусок полосы в 50 м. Определите размеры заготовок, учитывая, что большая в два раза длиннее малой.

Решение. Решим по действиям.

1. $3 \cdot 2 = 6$ заг. – если бы вместо трех больших были маленькие заготовки.
2. $6 + 4 = 10$ заг. – было бы всего маленьких заготовок.
3. $700 - 50 = 650$ м – столько м полосы отрезали.
4. $650 : 10 = 65$ м – длина одной маленькой заготовки.
5. $65 \cdot 2 = 130$ м – длина одной большой заготовки.

Проверка. $3 \cdot 130 + 4 \cdot 65 + 50 = 700$.

Ответ: 130 м, 65 м.

☺ **Задача 4.** Внутри прямоугольного участка со сторонами 12 м и 16 м надо разбить прямоугольную клумбу площадью 32 м² так, чтобы ее границы были на одинаковом расстоянии от границы участка. На каком расстоянии от границы участка должны быть границы клумбы?

Решение. Обозначим через x расстояние от границы участка до границы клумбы (рис. 5).

Получим уравнение:

$$(16-2x)(12-2x) = 32.$$

Решаем его: $(2(8-x))(2(6-x)) = 32;$

$$4(8-x)(6-x) = 32;$$

$$(8-x)(6-x) = 8;$$

$$x^2 - 14x + 40 = 0;$$

$x_1 = 4;$ $x_2 = 10$ (не удовлетворяет условию задачи).

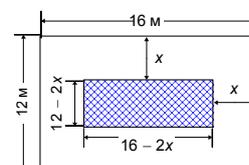


Рис. 5

Ответ: на расстоянии 4 м.

☺ **Задача 5.** Квадратную форму доски изменили на прямоугольную, увеличив одну сторону на четверть, а другую (смежную) уменьшив на четверть. Изменилась ли площадь доски? Если да, то как?

Решение. Обозначим x – длину стороны квадратной доски, ее площадь равна x^2 .

При превращении квадратной доски в прямоугольную получим следующее.

1. $x + \frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x$ – длина прямоугольной доски.
2. $x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x$ – ширина прямоугольной доски.
3. $\frac{5}{4}x \cdot \frac{3}{4}x = \frac{15}{16}x^2$ – площадь прямоугольной доски.
4. $x^2 > \frac{15}{16}x^2$, значит площадь доски уменьшилась.

Ответ: уменьшилась.

☺ **Задача 6.** Одна тонна дождевой воды содержит 50 г соли, а тонна морской воды – 35 кг. Сколько тонн дождевой воды нужно испарить, чтобы получить столько же соли, сколько ее содержится в 200 кг морской воды? Решите по действиям.

Решение.

1. 1 т = 1000 кг.
2. 1000 кг : 200 кг = 5 – во столько раз 1000 кг больше, чем 200 кг.
3. 35 кг : 5 = 7 кг – столько соли содержится в 200 кг морской воды.
4. 7 кг = 7000 г.
5. 7000 : 50 = 140 – во столько раз 7000 г больше, чем 50 г.
6. 1 т · 140 = 140 т – столько тонн дождевой воды нужно испарить.

Ответ: 140 тонн.

☺ **Задача 7.** Куплено два куска медной проволоки одного диаметра на сумму 150 руб. В одном куске 64 м проволоки, а в другом – 36 м. Сколько стоит килограмм этой проволоки, если известно, что один кусок был на 7 кг тяжелее другого? Решите по действиям.

Решение.

1. $64 + 36 = 100$ м – общая длина купленной проволоки.
2. $150 : 100 = 1,5$ руб. – стоимость 1 м проволоки.
3. $64 - 36 = 28$ м – на столько один кусок длиннее другого.
4. $28 : 7 = 4$ м – такова длина проволоки массой 1 кг.
5. $1,5 \cdot 4 = 6$ руб. – стоимость 1 кг проволоки.

Ответ: 140 тонн.

☺ **Задача 8.** Скорость течения реки 5 км/ч. Теплоход прошел по течению 240 км за 8 ч. Какое время он затратил на обратный путь, плывя с той же собственной скоростью? Решите по действиям.

Решение.

1. $240 : 8 = 30$ км/ч – скорость теплохода по течению.
2. $30 - 5 = 25$ км/ч – собственная скорость теплохода.
3. $25 - 5 = 20$ км/ч – скорость теплохода против течения.
4. $280 : 20 = 14$ ч. – время, затраченное теплоходом на обратный путь.

Ответ: 14 ч.

☺ **Задача 9.** Л.Н. Толстой прожил 82 года. В XIX в. он прожил на 62 года больше, чем в XX в. В каком году родился Л.Н. Толстой и в каком умер? Решите по действиям.

Решение.

1. $82 - 62 = 20$ – столько лет прожил бы Л.Н. Толстой, если бы жил одинаковое количество лет и в XIX и в XX в.
2. $20 : 2 = 10$ – столько лет прожил Л.Н. Толстой в XX в.
3. $1900 + 10 = 1910$ – год смерти Л.Н. Толстого.
4. $10 + 62 = 72$ – столько лет прожил Л.Н. Толстой в XIX в.
5. $1900 - 72 = 1828$ – год рождения Л.Н. Толстого.

Ответ: 1828, 1910.

☺ **Задача 10.** С порта одновременно вышли два теплохода: один – на север, а другой – на восток. Через 2 часа расстояние между ними оказалось равным 60 км. Найти скорость каждого теплохода, если скорость одного из них на 6 км/ч больше скорости другого.

Решение. Обозначим x км/ч скорость одного теплохода, тогда скорость другого будет $(x + 6)$ км/ч. За 2 часа они прошли $2x$ и $2(x + 6)$ км соответственно. Составим уравнение, опираясь на теорему Пифагора (почему?):

$$(2x)^2 + (2(x + 6))^2 = 60^2;$$

$$4x^2 + 4(x^2 + 12x + 36) = 3600;$$

$$x^2 + x^2 + 12x + 36 = 900;$$

$$x^2 + 6x - 432 = 0;$$

$$x_1 = -24 \text{ (не подходит по смыслу задачи);}$$

$$x_2 = 18.$$

Скорость одного теплохода 18 км/ч, скорость второго – $18 + 6 = 24$ км/ч.

Ответ: 18 км/ч; 24 км/ч.

 **Задачи для самостоятельного решения**

- Сколько сантиметров содержится в:
1) 7,2 дм; 2) 12,1 дм; 3) 0,12 м; 4) 0,25 м?
- Сколько килограммов содержится в:
1) 3,25 ц; 2) 12,32 ц; 3) 0,512 т; 4) 0,611 т?
- Сколько квадратных сантиметров содержится в:
1) 3,156 м²; 2) 0,845 дм²; 3) 0,8 дм²; 4) 0,8 м²?
- Сколько квадратных метров содержится в:
1) 0,085 га; 2) 42,6 га; 3) 0,06 а; 4) 9,009 а?
- Сколько кубических сантиметров содержится в:
1) 7,06 м³; 2) 26,7 м³; 3) 0,2635 дм³; 4) 0,05 дм³?
- Какую часть составляет:
1) 1 см от 1 дм; 2) 1 см от 1 м; 3) 1 см от 1 км;
4) 1 мм от 1 см; 5) 1 мм от 1 дм; 6) 1 мм от 1 м?
- Какую часть составляет:
1) 1 кг от 1 ц; 2) 1 кг от 1 т; 3) 1 г от 1 кг;
4) 1 г от 1 ц; 5) 1 г от 1 т; 6) 1 ц от 1 т?
- Какую часть метра составляет:
1) 4 дм; 2) 9 дм; 3) 2 см;
4) 8 см;
5) 3 мм; 6) 6 мм; 7) $\frac{1}{2}$ дм;
8) $\frac{4}{5}$ дм?
- Какую часть дециметра составляет:
1) 2 см; 2) 7 см; 3) 3 мм;
4) 9 мм;
5) 12 мм; 6) 35 мм? 7) $1\frac{3}{5}$ см 8) $\frac{2}{5}$ см?
- Выразите в метрах: 1) 64 см; 2) 29 см; 3) 8 дм 2 см;
4) 3 дм 9 см; 5) 8 дм 6 см; 6) 1 дм 3 см.
- Выразите в дециметрах:
1) 6 дм 5 см 3 мм; 2) 2 дм 8 см 1 мм; 3) 4 м 2 дм 8 см 5 мм;
4) 7 м 9 дм 1 см 8 мм; 5) 3 м 1 см; 6) 9 м 5 см.
- Выразите в дециметрах: 1) 1,2 м; 2) 0,7 м; 3) 0,92 м; 4) 2,75 м.
- Выразите в сантиметрах:
1) 0,95 м; 2) 8,37 м; 3) 19,09 м; 4) 0,04 м;

30. Какую часть метра составляет:

- 1) 4 дм; 2) 9 дм; 3) 2 см; 4) 8 см;
5) 3 мм; 6) 6 мм; 7) $\frac{1}{2}$ дм; 8) $\frac{4}{5}$ дм?

31. Какую часть дециметра составляет:

- 1) 2 см; 2) 7 см; 3) 3 мм; 4) 9 мм;
5) 12 мм; 6) 35 мм; 7) $1\frac{3}{5}$ см 8) $\frac{2}{5}$ см?

32. Выполните действия и сравните полученные значения выражений:

- 1) 4 км 370 м + 985 м и 4,37 км + 0,985 км;
2) 2 м 15 см + 3 м 46 см и 2,15 м + 3,46 м.

33. Постройте луч OK и отложите на нем отрезок длиной:

- 1) 0,6 дм; 2) 3,8 см; 3) 0,11 м; 3) 0,28 дм.

34. На отрезке KM (рис. 6) отметили точки A и B так, что длина отрезка KA равна 4 см, длина отрезка AB на 1 см меньше длины отрезка KA , а длина отрезка BM равна сумме длин отрезков KA и AB . Найдите длину отрезка KM .



35. Длина отрезка AB равна 16 дм 8 см, длина отрезка CD – 420 мм. Во сколько раз длина отрезка CD короче длины отрезка AB ?

36. Найдите периметр треугольника, стороны которого равны: 6 см 8 мм, 59 мм, 6 см 1 мм.

37. Длины сторон треугольника 25 см, 17 см и 13 см. Найдите периметр треугольника, стороны которого в 2 раза больше.

38. Меньшая сторона четырехугольника равна 2 см 8 мм, большая – 6 см 4 мм, а сумма двух других сторон равна сумме меньшей и большей сторон. Вычислите периметр четырехугольника.

39. В четырехугольнике $EFRT$ стороны EF и FR равны и стороны RT и ET равны. Найдите периметр этого четырехугольника, если $EF = 4$ дм 2 см, а RT меньше FR на 15 см.

40. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и BC равны и стороны CD и AD равны. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если $AD = 28$ см, а сторона AB меньше стороны CD на 4 см.

41. Хватит ли 1 м проволоки, чтобы изготовить каркасную модель прямоугольника, стороны которого равны 24 см и 29 см?

42. Под пастбище отвели участок луга прямоугольной формы размерами 110 м и 140 м. Сколько метров специального провода потребуется для ограждения этого участка?

43. На изготовление одного полотенца требуется кусок льняного полотна длиной 40 см, а на изготовление шести квадратных салфеток уходит кусок этого же полотна длиной 20 см (рис. 7). Сколько комплектов из одного полотенца и 6 салфеток можно изготовить из льняного полотна длиной 9 м? Определите ширину полотна.

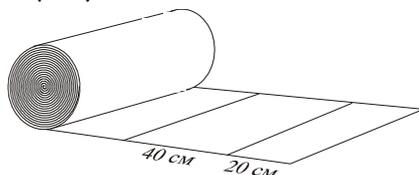


Рис. 7

44. В двух рулонах 1080 м ткани. В одном из них в 3 раза больше ткани, чем в другом. Сколько метров ткани в каждом рулоне?

45. Эдик, Паша и Дима в прыжках в высоту показали результаты 105 см, 100 м и 95 см. Эдик прыгнул не ниже Паши, а Дима прыгнул не выше Паши. На какую высоту прыгнул каждый из мальчиков?

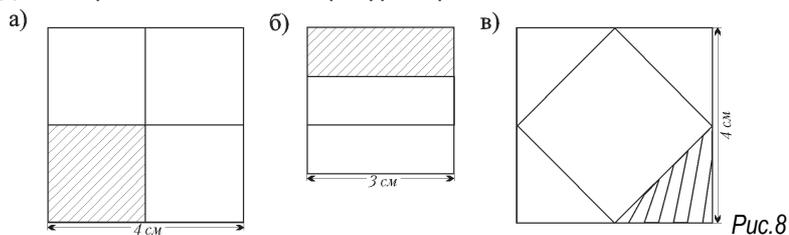
46. Совершая однодневный поход, школьники сделали привал. Обсудив дальнейший маршрут, они пришли к выводу, что им осталось пройти путь в 3 раза меньше (т. е. на 8 км короче) пройденного. Найдите длину всего туристского маршрута.

47. Мальчик разрезал провод на две части так, что одна из них оказалась в 6 раз длиннее другой. Найдите первоначальную длину провода, если большая часть на 35 см длиннее меньшей.

48. Найдите сумму длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 1) 9 см; 4 см; 15 см; 2) 25 см; 11 см; 8 см.

49. Найдите сумму длин всех ребер куба, если его ребро равно:

- 1) 12 см; 2) 17 дм.
50. Длина прямоугольного параллелепипеда равна 24 см, ширина в 6 раз меньше длины, а высота на 5 см больше ширины. Найдите сумму длин всех ребер параллелепипеда.
51. Швейная мастерская израсходовала 15 м 20 см ткани на 8 платьев. Сколько ткани нужно для пошива 14 таких платьев?
52. Отрезок длиной 75 см разделили на части в отношении 7 : 8. Какова длина меньшей части?
53. Отношение длины спортивной площадки к ее ширине равно 5 : 3. Найдите ее периметр, если ширина площадки меньше ее длины на 30 м.
54. Периметр треугольника равен 60 м. Найдите длины его сторон, если они пропорциональны числам 7, 11 и 12.
55. Периметр прямоугольника равен 154 см. Найдите длины его сторон, если они пропорциональны числам 4 и 7.
56. На некотором участке железной дороги меняют старые рельсы длиной 8 м на новые длиной 12 м. Сколько потребуется новых рельсов вместо 240 старых?
57. Выразите десятичной дробью, какую часть составляет:
- 1) 1 м^2 от 1 а; 2) 1 а от 1 га; 3) 1 м^2 от 1 га;
 4) 1 см^2 от 1 м^2 ; 5) 1 дм^2 от 1 м^2 ; 6) 1 см^2 от 1 дм^2 .
58. Выразите в квадратных метрах:
- 1) $1 \text{ м}^2 25 \text{ дм}^2$; 2) 448 дм^2 ; 3) 9 дм^2 ;
 4) $3 \text{ м}^2 98 \text{ см}^2$; 5) $6 400 \text{ см}^2$; 6) $3 \text{ м}^2 5 \text{ дм}^2 24 \text{ см}^2$.
59. Сколько сантиметров содержится в:
- 1) 0,5 дм; 2) 0,8 дм; 3) 7,2 дм; 4) 12,1 дм;
 5) 0,12 м; 6) 0,25 м; 7) 5,02 м; 8) 16,09 м?
60. Сколько квадратных сантиметров содержится в:
- 1) $3,156 \text{ м}^2$; 2) $0,845 \text{ дм}^2$; 3) $0,8 \text{ дм}^2$;
 4) $0,8 \text{ м}^2$; 5) $6,573 \text{ м}^2$; 6) $0,0005 \text{ дм}^2$.
61. Сколько квадратных метров содержится в:
- 1) 5,2 га; 2) 0,085 га; 3) 42,6 га;
 4) 0,75 а; 5) 4,06 а; 6) 9,009 а.
62. Сколько кубических сантиметров содержится в:
- 1) $7,06 \text{ м}^3$; 2) $0,84 \text{ м}^3$; 3) $0,2635 \text{ дм}^3$;
 4) $0,05 \text{ дм}^3$; 5) $26,7 \text{ м}^3$; 6) $0,3 \text{ дм}^3$.
63. Найдите площадь квадрата со стороной, равной:
- 1) 14 см; 2) 17 дм; 3) 30 мм; 4) 11 м.
64. Начертите квадрат, площадь которого равна:
- 1) 25 см^2 ; 2) 9 см^2 ; 3) 4 см^2 ; 4) 16 см^2 .
65. Найдите площадь прямоугольника с измерениями, равными:
- 1) 1 см и 8 см; 2) 8 мм и 21 мм;
 3) 7 дм и 6 м; 4) 12 мм и 9 дм.
66. Начертите прямоугольник, площадь которого равна:
- 1) 12 см^2 ; 2) 8 см^2 ; 3) 14 см^2 ; 4) 5 см^2 .
67. Существует ли квадрат, сторона которого выражена натуральным числом сантиметров, а площадь равна:
- 1) 4 см^2 ; 2) 10 см^2 ; 3) 1 дм^2 ; 4) 12 дм^2 ?
- Если такой квадрат существует, то найдите его сторону.
68. Найдите площадь заштрихованной части фигур на рис. 8.



69. Из прямоугольника, измерения которого равны 8 см и 10 см, были вырезаны квадраты со стороной 2 см (рис. 9). Найдите площадь оставшегося многоугольника.

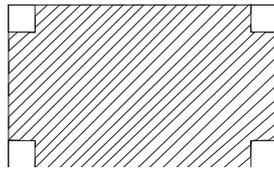


Рис. 9

70. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рис. 10, полагая, что все размеры указаны в метрах.

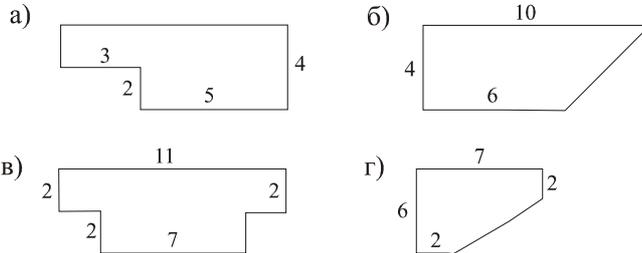


Рис. 10

71. Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна 36 см, а другая на 4 см больше.

72. Найдите площадь прямоугольника, если одна из его сторон равна 18 см, а другая в 2 раза меньше.

73. Площадь прямоугольника равна 60 см^2 , одна из сторон равна:

- 1) 12 см; 2) 4 см; 3) 1 дм; 4) 3 дм.

Вычислите другую сторону прямоугольника.

74. Какое количество керамической плитки размером $20 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ необходимо для покрытия панели над рабочим столом в кабинете обслуживающего труда, если размер панели $80 \text{ см} \times 800 \text{ см}$ (рис. 11)?

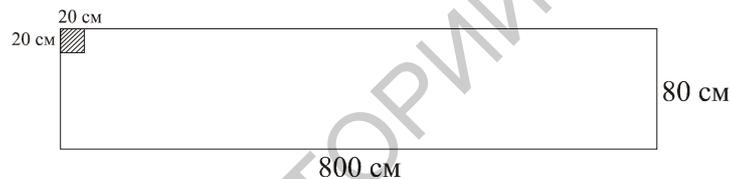


Рис. 11

75. Участок имеет форму прямоугольника шириной 6 м, длиной 12 м. Одна его часть размером $6 \text{ м} \times 7 \text{ м}$ засажена газонной травой, другая – желтыми тюльпанами (рис. 12). Найдите площадь участка, отведенного под тюльпаны.

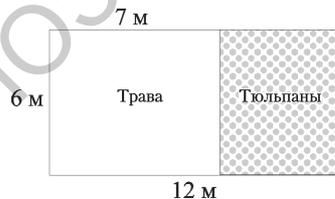


Рис. 12

76. Найдите периметр прямоугольника, стороны которого выражены простыми натуральными числами, а площадь равна:

- 1) 21 см^2 ; 2) 77 м^2 ; 3) 143 см^2 ; 4) 209 дм^2 .

77. Найдите периметры квадратов, стороны которых выражены однозначными простыми числами. Полученные результаты запишите в порядке убывания.

78. Найдите сумму площадей всех граней куба, если сумма всех его ребер равна:

- 1) 60 см; 2) 108 дм; 3) 144 м.

79. Сколько квадратных сантиметров картона потребуется для изготовления подарочной коробки, длина которой 30 см, ширина – 40 см, высота – 20 см?

80. Сумма длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда равна 72 см. Сумма длины и высоты равна 50 см, а ширины и высоты равна 40 см. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

81. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:

- 1) 4 см, 6 см, 8 см; 2) 3 дм, 5 дм, 10 дм;
3) 6 см, 6 дм, 6 м; 4) 1 дм 2 см, 3 дм 8 см, 1 м 5 см.

82. Выразите:

- 1) в кубических дециметрах: а) 1 м^3 ; б) 6 м^3 ; в) 45 м^3 ; г) 130 м^3 ;
2) в кубических сантиметрах: а) 2 дм^3 ; б) 14 дм^3 ; в) 7 м^3 ; г) 13 м^3 ;

- 3) в кубических миллиметрах: а) 4 см^3 ; б) 8 дм^3 ; в) 16 дм^3 ; г) 3 м^3 .
83. Сравните: 1) 90 мм^3 и 9 см^3 ; 2) 500 см^3 и 5 дм^3 ;
 3) 80000 дм^3 и 8 м^3 ; 4) 2000 см^3 и 2 м^3 ;
 5) 130000 мм^3 и 13 см^3 ; 6) 40000 мм^3 и 4 дм^3 ;
 7) 1000000 см^3 и 1 м^3 ; 8) 1 м^3 25 дм^3 и 1250000 см^3 .
84. Найдите объем куба, если его ребро равно:
 1) 2 м; 2) 4 дм; 3) 5 см; 4) 1 м 1 дм.
85. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если высота его равна 12 см, а площадь нижней грани равна:
 1) 14 см^2 ; 2) 98 см^2 ; 3) 3 м^2 ; 4) 12 дм^2 .
86. Объем прямоугольного параллелепипеда 3024 дм^3 . Вычислите площадь нижней грани, если высота равна:
 1) 18 дм; 2) 7 дм; 3) 140 см; 4) 1200 мм.
87. Вычислите объем куба, если площадь его нижней грани равна:
 1) 25 см^2 ; 2) 64 дм^2 ; 3) 121 м^2 ; 4) 10000 мм^2 .
88. Какие размеры может иметь прямоугольный параллелепипед объемом V , если каждое его измерение выражено натуральным числом сантиметров и при этом:
 1) $V = 2 \text{ см}^3$; 2) $V = 3 \text{ см}^3$; 3) $V = 4 \text{ см}^3$; 4) $V = 30 \text{ см}^3$?
89. Существует ли куб, длина ребра которого выражена натуральным числом, а объем равен:
 1) 8 см^3 ; 2) 27 см^3 ; 3) 4 см^3 ;
 4) 1000 мм^3 ; 5) 100 дм^3 ; 6) 64 м^3 ?
90. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 8 дм^3 . Определите его размеры, если все его измерения различны и выражены натуральным числом.
91. Длина аквариума 90 см, ширина 40 см, высота 60 см. Сколько литров воды потребуется, чтобы наполнить аквариум?
92. От деревянного бруса, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, отпилили куб наибольшего объема. Определите объем оставшейся части, если размеры бруса равны:
 1) 10 см, 20 см, 60 см; 2) 15 см, 15 см, 75 см.
93. Прямоугольный параллелепипед с измерениями 8 см, 10 см и 12 см разделили на два равных прямоугольных параллелепипеда. Определите объем каждого такого параллелепипеда.
94. Вычислите объем фигуры, изображенной на рис. 13.

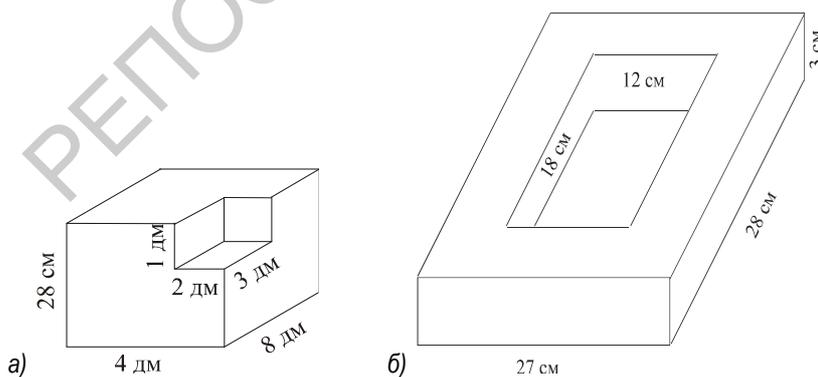


Рис. 13

95. Найдите площадь и периметр квадрата $ABCD$, если две его вершины на координатной прямой имеют координаты $A(5,7)$ и $B(-3,9)$.
96. Выразите каждое значение массы в килограммах:
 1) 980 г, 64 г, 1485 г, 7 кг 25 г;
 2) 1,2 т; 0,25 т; 52,078 т;
 3) 0,88 ц; 15,98 ц; 3,5 ц; 9 ц 8 кг.
97. Выразите основной единицей измерения массы:
 1) 0,256 кг; 2) 5,847 кг; 3) 0,057 кг; 4) 16,007 кг.
98. Сколько килограммов содержится в:
 1) 3,25 ц; 2) 12,32 ц; 3) 0,512 т; 4) 0,611 т?
99. Выразите в тоннах:

- 1) 1 т 247 кг; 2) 2304 кг; 3) 650 кг; 4) 4 т 8 ц.
- 100.** Выразите массу 2 т 8 ц 12 кг 480 г:
1) в граммах; 2) в килограммах; 3) в центнерах; 4) в тоннах.
- 101.** Сколько килограммов содержится в:
1) 3,25 ц; 2) 12,32 ц; 3) 0,512 т?
- 102.** Какую часть составляет:
1) 1 кг от 1 ц; 2) 1 кг от 1 т; 3) 1 г от 1 кг?
- 103.** Выполните действия и сравните полученные значения выражений:
1) 4 ц 52 кг + 2 ц 9 кг и 4,52 ц + 2,09 ц;
2) 156 т 35 кг + 283 т 750 кг и 156,035 т + 283,75 т.
- 104.** В двух пакетах 1350 г печенья. В одном из них печенья в 2 раза больше, чем в другом. Сколько граммов в каждом пакете?
- 105.** В магазине за день продано 1020 кг картофеля. После обеда продано картофеля в 2 раза меньше, чем до обеда. Сколько картофеля было продано до обеда и сколько после обеда?
- 106.** На элеватор поступило пшеницы в 2 раза больше, чем ржи, а овса в 3 раза меньше, чем ржи. Сколько зерна каждой культуры поступило на элеватор в отдельности, если пшеницы поступило на 720 т больше, чем ржи?
- 107.** Мороженое содержит 4 части воды, 2 части молочного жира и 4 части сахара. Сколько надо воды, молочного жира и сахара, чтобы приготовить 2 кг мороженого?
- 108.** Для приготовления рисовой каши надо взять 2 части риса, 3 части молока и 5 частей воды. Сколько молока и сколько воды понадобится, если взяли 180 г риса?
- 109.** Для приготовления манной каши берут 10 частей крупы, 2 части сахара, 50 частей молока и 1 часть масла. В кастрюлю влили 1 л молока. Сколько потребуется крупы, сахара и масла, чтобы сварить кашу? Считают, что 1 л молока \approx 1000 г.
- 110.** Компот из сухофруктов содержит 3 части изюма, 4 части яблок, 2 части груш и 35 частей воды.
1) Сколько яблок содержится в 6600 г компота?
2) Сколько компота получится, если взять 200 г груш?
- 111.** Для овощного рагу нужно взять 4 части морковки, 2 части лука и 6 частей картофеля.
а) Сколько картофеля надо взять, чтобы приготовить 900 г рагу?
б) Сколько получится рагу, если взять 180 г лука?
- 112.** Тесто для «ленивых» вареников содержит 14 частей творога, 4 части муки, 2 части масла, 3 части сметаны и 2 части сахара. Найдите массу каждого продукта, необходимого для приготовления 2 кг теста.
- 113.** На левой чаше весов стоят гири 2 кг, 3 кг и 5 кг, а на правой – арбуз. Чтобы уравновесить чаши весов, пришлось положить на правую чашу 2 кг 250 г. Какова масса арбуза?
- 114.** В магазин привезли 180 коробок, в каждой коробке по 46 пачек печенья. Какова масса всего печенья, если масса одной пачки 120 г?
- 115.** В детский сад завезли 30 кг гречневой, перловой и манной крупы. Гречневой и перловой крупы было 22 кг, гречневой и манной – 20 кг. Сколько килограммов каждой крупы завезли в отдельности?
- 116.** Как, имея лишь два сосуда вместимостью 3 л и 4 л, а также сливную раковину, налить из водопроводного крана 2 л воды?
- 117.** Как можно деталь массой 29 г уравновесить на чашечных весах, используя только гири массой 3 г и 5 г?
- 118.** Из сосуда с сиропом переливают 100 г в сосуд с водой, затем 100 г образовавшейся смеси переливают в первый сосуд. Чего теперь больше: воды в первом сосуде или сиропа во втором?
- 119.** Из 12 кг сахарного тростника выходит в среднем 10 кг сока, а из 26 кг сока вырабатывается 2 кг сахара. Сколько сахарного тростника понадобится, чтобы получить 140 кг сахара?
- 120.** В первый день колхозники собрали 5 т 800 кг картофеля. Сколько картофеля уберут колхозники во второй день, если их будет в 6 раз больше, а время будет затрачено в 4 раза меньше?
- 121.** Танкер перевез за несколько рейсов 6540 т нефти. Сколько нефти перевезут 2 баржи, если известно, что каждая из них в 3 раза меньше танкера, грузоподъемность каждой баржи в 5 раз меньше, а количество рейсов в 6 раз больше?
- 122.** В пансионат должны привезти 480 литровых пакетов с молоком и кефиром. Отношение числа пакетов с молоком к числу пакетов с кефиром равно 5 : 3. Сколько литров молока привезут в пансионат?

- 123.** Для приготовления раствора берут цемент и песок в отношении 2 : 5. Сколько надо взять цемента и песка в отдельности, если:
- 1) масса раствора равна 56 кг;
 - 2) песка взято на 9 кг больше, чем цемента?
- 124.** Три утенка и четыре гусенка имеют массу 2 кг 500 г, а четыре утенка и три гусенка – 2 кг 400 г. Какова масса одного гусенка?
- 125.** Какую часть часа составляет:
- 1) 6 мин;
 - 2) 12 мин;
 - 3) 15 мин;
 - 4) 30 мин?
- 126.** Выразите время в часах и результат запишите в виде десятичной дроби:
- 1) 3 ч 30 мин;
 - 2) 2 ч 6 мин;
 - 3) 15 мин;
 - 4) 1 ч 12 мин;
 - 5) 75 мин;
 - 6) 200 мин.
- 127.** Который теперь час, если прошедшая часть суток в 3 раза меньше оставшейся?
- 128.** Который теперь час, если оставшаяся часть суток в 2 раза меньше прошедшей?
- 129.** От дачного участка до железнодорожной остановки и обратно дачник на велосипеде едет 24 мин. Если он до железнодорожной остановки поедет на велосипеде, а назад пойдет пешком, то он затратит 42 минуты. За какое время дачник пройдет пешком путь от дачи до железнодорожной станции и обратно?
- 130.** Три автобуса отправляются в 8 часов утра с автостанции в разные населенные пункты. По расписанию время отправления у первого автобуса каждые 3 часа, у второго – каждые 4 часа, у третьего – каждые 6 часов. Определите, в котором часу автобусы вновь отправятся от автостанции одновременно.
- 131.** Во время тренировки четыре бегуна стартовали одновременно. Первый пробегает круг по стадиону за 75 секунд, второй – за 80 секунд, третий – за 100 секунд, четвертый – за 120 секунд. Определите, через какое время бегуны вновь одновременно окажутся на линии старта. Сколько кругов за это время пробежит каждый спортсмен по стадиону?
- 132.** 1) Два самолета вылетели из двух городов одновременно навстречу друг другу. Один самолет это расстояние может пролететь за 5 ч, а второй – за 8 ч. Через сколько часов самолеты окажутся над одним пунктом?
2) Один кран наполняет бассейн за 20 ч, другой – за 18 ч. За сколько часов будет наполнен бассейн, если открыть оба крана одновременно?
- 133.** 1) Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов. Первый автомобиль может проехать все расстояние за $3\frac{1}{3}$ ч, а второй – за $2\frac{2}{9}$ ч. Сколько времени будут двигаться автомобили до встречи?
2) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов. Первый велосипедист может проехать все расстояние за $1\frac{1}{5}$ ч, а второй – за $2\frac{2}{5}$ ч. Сколько времени будут двигаться велосипедисты до встречи?
- 134.** 1) Одна машинистка может перепечатать некоторую рукопись за 12 ч, другая – за 16 ч. Какая часть рукописи останется не перепечатанной, если обе машинистки будут работать вместе в течение 5 ч?
2) К ванне подведены 2 крана. Через один из них ванна может наполниться за 12 мин, через другой – в полтора раза быстрее. За сколько минут наполнится $\frac{5}{6}$ всей ванны, если открыть сразу два крана?
- 135.** 1) Выполняя задание, две швейные бригады вначале некоторое время работали вместе, после чего одна вторая бригада окончила оставшуюся часть работы за 5 дней. Сколько дней работала первая бригада, если она самостоятельно может выполнить данное задание за 10 дней, а вторая бригада – за 15 дней?
2) Одна бригада могла бы убрать весь картофель за 15 ч, а другая – за 12 ч. После того как они обе работали вместе в течение 5 ч, первая была переброшена на другую работу, и заканчивала уборку одна вторая бригада. Сколько времени ей понадобилось, чтобы одной закончить всю работу?
- 136.** 1) Одна автомашина может перевезти груз за 20 ч, а другая – за 30 ч. К перевозке груза обе машины приступили одновременно и проработали вместе несколько часов, после чего одна первая машина закончила перевозку груза за 5 ч. Сколько часов работала первая машина?
2) Бассейн для плавания может наполниться одной трубой за 5 ч, а другая – за 6 ч. Для наполнения бассейна сначала открыли только первую трубу на 2 ч 15 мин, а затем, не закрывая первую, открыли и вторую трубу. Через какое время после этого наполнится бассейн?

- 137.1) На уборке улицы работают две машины. Одна из них может убрать всю улицу за 40 мин, другой для выполнения той же работы потребуется 75 % этого времени. Уборку начали обе машины одновременно и проработали вместе четверть часа. Затем вторая машина сломалась. Сколько времени нужно одной первой машине, чтобы закончить уборку улицы?
- 2) Одна бригада может убрать все поле за 8 дней. Другой бригаде для выполнения той же работы потребуется 75 % этого времени. Сначала работала первая бригада в течение одного дня. Затем к ней присоединилась другая, и они вместе закончили работу. Сколько дней работали обе бригады вместе?
- 138.1) Бассейн для плавания наполняется двумя трубами за 6 ч 40 мин. Если обе трубы вместе будут открыты в течение 2 ч 40 мин, а затем одна труба будет закрыта, то для наполнения оставшейся части бассейна одной второй трубой понадобится 9 ч. За какое время каждая труба отдельно может наполнить весь бассейн?
- 2) Из пунктов A и B вышли навстречу друг другу две автомашины. Автомашина из пункта A вышла на 4 ч 30 мин раньше, чем машина из пункта B , и они встретились через 1 ч 20 мин после выхода машины из B . За какое время проходит каждая машина весь путь от A до B , если скорость машины, вышедшей из A , относится к скорости другой машины как 8 : 7?
- 139.1) Производительности двух тракторов относятся как 2 : 3. Оба трактора могут вспахать поле за 12 ч. За сколько часов мог бы вспахать это поле каждый трактор, работая отдельно?
- 2) Две сеялки, работая одновременно, засеяли участок земли за 10 ч. Зная, что производительности сеялок относятся как 4 : 5, определить, за какое время каждая из сеялок, работая в отдельности, могла бы засеять весь участок земли.
- 140.1) Два поезда идут в одном направлении из одного города в другой. Второй поезд выходит через 1 ч после выхода первого. Первый поезд расстояние между городами проходит за 5 ч, а второй – за 3 ч. Через сколько часов после выхода первого поезда второй поезд догонит первый? Какую часть пути пройдут оба поезда до места встречи?
- 2) Из города A в город B вышел пассажирский поезд, а спустя 2 ч из того же города A в город B вышел скорый поезд. Пассажирский поезд проходит расстояние между городами за 16 ч, а скорый – за 10 ч. Определите расстояние между городами A и B , зная, что, когда скорый поезд прибыл на станцию B , пассажирский проходил станцию C , находящуюся на расстоянии 141 км от станции B .
- 141.1) Пароход проходит некоторое расстояние по течению реки за 10 ч, а против течения – за 20 ч. За какое время проплывет это расстояние щепка, брошенная в реку?
- 2) Пароход, двигаясь равномерно, проходит расстояние между двумя пристанями по течению реки за 12 ч, а против течения – за 15 ч. За какое время проплывет плот это расстояние?
- 142.1) Из пунктов A и B вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Они встречаются через 10 ч. Первый пешеход приходит в B через 5 часов после встречи. За какое время второй пешеход может пройти расстояние AB ?
- 2) Две швеи, работая вместе, могут выполнить заказ на пошив рабочей одежды за 6 дней. В начале четвертого дня одну из них перевели на другую работу, и первая швея закончила работу за 5 дней. За сколько дней может каждая из них, работая отдельно, выполнить заказ?
- 143.1) Пароход отошел от одной пристани по направлению к другой. Пройдя половину пути, пароход увеличил скорость на $\frac{1}{4}$ первоначальной и прибыл на пристань назначения на полчаса раньше срока. За какое время пароход прошел все расстояние между пристанями?
- 2) Поезд вышел в полдень со станции A на станцию B . После прохождения половины пути машинист из-за неисправности пути уменьшил скорость на 25 %, и поэтому поезд прибыл на станцию B с опозданием на 10 мин. Укажите время прибытия поезда на станцию B .
144. Автомобиль проезжает за 1 мин $\frac{3}{4}$ км. За сколько времени он проедет 1 км?
145. Самолет пролетел за $\frac{7}{10}$ часа $\frac{1}{4}$ расстояния между городами. Какую часть расстояния он пролетел за 1 час? За сколько времени он пролетит все расстояние?
- 146.1) Путешественник проехал на автомобиле 6 ч, на поезде – 15 ч и 7 ч плыл на пароходе. Скорость автомобиля в 2 раза больше скорости поезда и в 4 раза больше скорости парохода. Определите путь, пройденный каждым транспортом, если весь маршрут составил 1220 км.
- 2) Три туриста прошли вместе 1992 км. Первый был в пути 12 дней, второй – 18, третий – 30 дней. Первый за 4 дня прошел столько, сколько второй за 5 дней, а третий – за 6 дней столько, сколько второй за 10 дней. Сколько километров прошел каждый турист?
- 147.1) Турист Петя прошел $\frac{5}{24}$ всего пути, после этого ему осталось пройти 76 км. Найдите весь путь.

- 2) Турист Леня был в пути два дня. В первый день он прошел на 24 км больше, чем во второй. Расстояние, пройденное Леной во второй день, составляет $\frac{5}{13}$ расстояния, пройденного в первый день. Какое расстояние было пройдено в первый день; во второй день?
- 148.** 1) Два пешехода выходят одновременно из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу. Скорость одного пешехода 4 км/ч, а скорость другого – 5 км/ч. На какое расстояние они сближаются каждый час?
2) Два пешехода выходят одновременно из пункта *A* и направляются в пункт *B*. Скорость одного пешехода 4 км/ч, а скорость другого – 6 км/ч. Какое расстояние будет между пешеходами через 1 ч, 2 ч, 6 ч?
- 149.** 1) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух деревень Струсто и Пантелейки, расстояние между которыми 11,5 км, а через 30 мин встретились. Найдите скорость каждого из них, если один ехал на 1 км/ч быстрее другого.
2) Два велосипедиста отправляются одновременно из поселков Слобода и Переседы навстречу друг другу и через 2 ч встречаются. Расстояние между поселками равно 42 км. Найдите скорость каждого из велосипедистов, если один из них проезжает в час на 3 км меньше другого.
- 150.** 1) Расстояние между двумя пешеходами, движущимися равномерно в одном направлении, равно $2\frac{1}{2}$ км. Первый пешеход проходит 8 км за 2 ч, а второй – 1 км за 12 мин. Через какое время второй пешеход догонит первого?
2) Скорый поезд проходит $302\frac{1}{2}$ км за 5 ч, а товарный – 2,7 км за 4 мин. Через два часа после выхода товарного поезда в том же направлении отправляется скорый поезд. Через какое время скорый поезд догонит товарный?
- 151.** 1) Известно, что $\frac{7}{11}$ расстояния между станциями Негорелое и Городея равно 56 км. Из Негорелого в Городею вышла электричка, а через 12 мин навстречу ей из Городеи вышла другая электричка, скорость которой на 5 км/ч больше скорости первой. Электрички встретились через 24 мин после выхода второй. Найдите их скорости.
2) Из *A* в *B* выехал велосипедист со скоростью 12,4 км/ч. Спустя 1 ч 15 мин из *B* навстречу ему выехал другой велосипедист со скоростью 11,2 км/ч. Через какое время после выезда первого велосипедиста и на каком расстоянии от *A* встретятся велосипедисты, если $\frac{15}{49}$ расстояния *AB* равно 21 км?
- 152.** 1) Расстояние между двумя городами электровоз проходит за 20 ч, а тепловоз – за 40 ч. Когда тепловоз прошел $\frac{1}{3}$ пути, следом вышел электровоз. Через какое время он догонит паровоз?
2) Из двух станций выходят одновременно навстречу друг другу два поезда; первый проходит это расстояние за 12 $\frac{1}{2}$ ч, а второй – за $18\frac{3}{4}$ ч. Через какое время после отправления поезда встретились?
- 153.** 1) Скорости самолетов относятся как 3 : 4. Самолеты вылетают одновременно навстречу друг другу и встречаются через 6 ч в городе Минске, пролетев вместе 8400 км. Найдите скорости самолетов.
2) Из двух городов, расстояние между которыми 960 км, одновременно навстречу друг другу вышли два поезда. Скорости поездов относятся как 3 : 2. Найдите скорости поездов, если они встретились через 12 ч.
- 154.** 1) Катер шел против течения 3,5 ч, а по течению – 1,3 ч. Найдите собственную скорость катера, если он прошел 63,2 км, а скорость течения реки 4 км/ч.
2) Скорость моторной лодки в стоячей воде 12 км/ч, по течению она плыла 2,6 ч, против течения – $3\frac{2}{15}$ ч. Найдите скорость течения реки, если путь по течению на 10,8 км больше, чем против течения.
- 155.** 1) Автомобиль в течение 6 ч ехал со скоростью 40 км/ч и 4 ч – со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля.
2) Лыжники на первом участке пути в течение 7 ч шли со скоростью 8 км/ч и на втором участке в течение 3 ч со скоростью 7 км/ч. Найдите среднюю скорость движения лыжников.
- 156.** 1) Первую половину пути велосипедист ехал со скоростью 18 км/ч, а вторую – со скоростью 12 км/ч. Какова средняя скорость велосипедиста?
2) Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения – 16 км/ч. Какова средняя скорость теплохода при его движении от пристани *A* до *B* и обратно?
- 157.** 1) Две точки движутся с постоянными скоростями по окружности длиной 120 м. Когда точки движутся в одном направлении, то одна обгоняет другую через каждые 40 с, а когда они

- двигаются в разных направлениях, то встречаются через каждые 24 с. Найдите скорости точек.
- 2) Две точки движутся с постоянными скоростями по окружности длиной 270 м. Когда точки движутся в одном направлении, то одна обгоняет другую через каждые 45 с, а когда они движутся в разных направлениях, то встречаются через каждые 27 с. Найдите скорости точек.
- 158.** 1) Леня и его папа побежали навстречу друг другу из одной точки беговой дорожки стадиона. После встречи один из них прибежал в точку старта за 3 с, а другой – за 27 с. Найдите скорости Лени и его папы, если длина беговой дорожки 180 м.
- 2) Лена со своей младшей сестрой Галей побежали навстречу друг другу из одной точки беговой дорожки по кругу. После встречи одна из них прибежала в точку старта за 4 с, а другая – за 9 с. Найдите скорости девочек, если длина беговой дорожки 60 м.
- 159.** 1) Два спортсмена стартовали по беговой дорожке стадиона одновременно в одном направлении. Скорость одного из них в 2 раза меньше скорости другого. В тот момент, когда они оба были на линии старта, оказалось, что спортсмен, бежавший медленнее, пробежал 7 кругов. Сколько раз к этому моменту его обгонял другой спортсмен?
- 2) Велосипедист и мотоциклист стартовали одновременно по кольцевому шоссе в противоположных направлениях. Скорость мотоциклиста в 3 раза превосходила скорость велосипедиста. В тот момент, когда они оказались вместе на линии старта, мотоциклист сделал 24 круга. Сколько раз к этому моменту они встречались во время движения?
- 160.** 1) Из одной точки цирковой арены в одном направлении побежали большая лошадь и пони. Скорость большой лошади в 3 раза превосходит скорость пони. Сколько раз большая лошадь догоняла пони к тому моменту, когда они впервые вместе оказались в точке старта?
- 2) Из одной точки цирковой арены в противоположных направлениях побежали большая лошадь и пони. Скорость большой лошади в 2 раза превосходит скорость пони. Сколько раз они встретились к тому моменту, когда вместе остановились на линии старта?
- 161.** 1) Два бегуна стартовали из одной точки беговой дорожки стадиона в одном направлении. Когда они вновь оказались в точке старта, один из них пробежал 8 кругов, а другой – 6. Сколько раз при этом один из них догонял другого?
- 2) Два бегуна стартовали из одной точки беговой дорожки стадиона в противоположных направлениях. Когда они вновь встретились на линии старта, оказалось, что один из них пробежал 8 кругов, а другой – 6. Сколько раз они встретились к тому моменту, когда вместе остановились, встретившись на старте?
- 162.** 1) Группа детского сада, построенная в цепочку по одному и держась за веревочку длиной 6 м, перешла проспект по переходу за 40 с, а мимо постового милиционера она прошла за 10 с. Определите ширину проезжей части проспекта.
- 2) Пятнадцатиметровая колонна суворовцев прошла центральную аллею городского парка за 2 мин, а мимо пенсионера, отдыхавшего на лавочке, за 10 с. Найдите длину центральной аллеи парка.
- 163.** 1) Пароход отошел от одной пристани по направлению к другой. Пройдя половину пути, пароход увеличил скорость на $\frac{1}{4}$ первоначальной и прибыл на пристань назначения на полчаса раньше срока. За какое время пароход прошел все расстояние между пристанями?
- 2) Поезд вышел в полдень со станции А на станцию В. После прохождения половины пути машинист из-за неисправности пути уменьшил скорость на 25 %, и поэтому поезд прибыл на станцию В с опозданием на 10 мин. Укажите время прибытия поезда на станцию В.
- 164.** 1) Два поезда идут в одном направлении из одного города в другой. Второй поезд выходит через 1 ч после выхода первого. Первый поезд расстояние между городами проходит за 5 ч, а второй – за 3 ч. Через сколько часов после выхода первого поезда второй поезд догонит первый? Какую часть пути пройдут оба поезда до места встречи?
- 2) Из города А в город В вышел пассажирский поезд, а спустя 2 ч из того же города А в город В вышел скорый поезд. Пассажирский поезд проходит расстояние между городами за 16 ч, а скорый – за 10 ч. Определите расстояние между городами А и В, зная, что, когда скорый поезд прибыл на станцию В, пассажирский проходил станцию С, находящуюся на расстоянии 141 км от станции В.
- 165.** Одна бригада выловила на 75 ц рыбы больше, чем другая. После этого первая бригада выловила еще 250 ц рыбы, а вторая – 385 ц. Какая бригада выловила больше рыбы и на сколько? *Нет однозначной связи между первым и вторым предложениями, поэтому задача имеет два ответа, исходя из связей между бригадами.*
- 166.** В одном бидоне на 12 л молока больше, чем в другом. В первый бидон долили 4 л молока, а во второй – 12 л. В каком бидоне стало молока больше и на сколько литров? *Есть рисунок, где однозначно показано, в каком изначально больше и куда долили 4 л, а куда – 12 л. Задача имеет единственный ответ.*
- 167.** Из двух городов, расстояние между которыми 600 км, одновременно навстречу друг другу

выехали два грузовика. Скорость одного из них 54 км/ч, а второго – на 8 км/ч меньше. Через сколько часов они встретятся?

168. Из двух городов одновременно вышли навстречу друг другу два поезда. Скорость первого 40 км/ч, а второго – 50 км/ч. Они встретились через 3 часа. Найдите расстояние между городами двумя способами.
169. Расстояние между двумя портами 240 км. Одновременно из этих портов вышли навстречу друг другу два теплохода и встретились через 4 ч. Скорость одного теплохода 24 км/ч. Найдите скорость второго теплохода.
170. Из одной точки выехали одновременно в противоположных направлениях два велосипедиста. Через 3 часа расстояние между ними было 99 км. Первый велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч. Какова скорость второго велосипедиста? Решите двумя способами.
171. Два лыжника вышли из базы одновременно в противоположных направлениях. Один из них шел со скоростью 11 км/ч, второй – 12 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 46 км?
172. Один спортсмен бежит со скоростью 8 м/с и догоняет другого, бегущего со скоростью 6 м/с. Через какое время первый спортсмен обгонит второго, если сейчас отставание составляет 10 м?
173. К баку подведены 2 трубы. Через первую трубу бак заполняется водой за 3 часа, через вторую – за 4 часа. Через сколько часов бак заполнится водой, если открыть одновременно две трубы?
174. К баку подведены 2 трубы. Через первую трубу бак заполняется водой за 3 часа, а через вторую и третью вместе – за 9 часов. Через сколько часов бак заполнится водой, если открыть только третью трубу?
175. Один человек выпивает флягу кваса за 14 дней, а вместе с женой – за 10 дней. За сколько дней жена в одиночку выпьет эту флягу кваса?
176. Лошадь съедает телегу сена за месяц, коза – за два, овца – за три. За какое время съедят эту телегу сена вместе лошадь, коза и овца?
177. Четыре строителя вместе строят дом. За какое время они построят этот дом, если первый в одиночку может построить дом за год, второй – за 2 года, третий – за 3, четвертый – за 4?
178. Пятеро детей играют в «паровозик». Каждый мальчик стоит за девочкой. Сколько мальчиков играет в «паровозик», если последней стоит девочка?
179. Масса Миши, Коли и Пети вместе равна 89 кг. Масса Миши и Коли – 63 кг, Коли и Пети – 58 кг. Определите массу каждого мальчика.
180. В парке растут липы, ели, сосны. Сосен и лип вместе 400, сосен и елей – 300, елей и лип – 440. Сколько в парке елей, сколько лип, сколько сосен?
181. В трех корзинах лежали яйца. Из первой корзины взяли 25 яиц, из второй – 19, а в третью положили 27 яиц. В трех корзинах стало 83 яйца. Сколько яиц было вначале в трех корзинах?
182. На двух тарелках лежало 9 яиц. Когда с одной тарелки взяли 1 яйцо, то на ней осталось яиц в 3 раза больше, чем на другой. Сколько яиц было на каждой тарелке?
183. Сколько зайцев и сколько уток увидел охотник, если он насчитал 10 голов и 28 ног?
184. Бабушка посчитала, что если она даст каждому внуку по 6 конфет, то ей не хватит 8 конфет, а если она даст каждому по 4 конфеты, то 6 конфет останется. Сколько у бабушки внуков?
185. Школьная футбольная команда выиграла в три раза больше игр, чем проиграла, а четыре игры закончила вничью. Всего было проведено 28 игр. Сколько игр выиграла команда?
186. На сковородке вмещается 2 кусочка хлеба. Чтобы поджарить 1 кусочек с одной стороны, требуется 1 минута. Можно ли поджарить 3 кусочка хлеба с двух сторон за 3 минуты?
187. Один блин с одной стороны жарится одну минуту. За какое время можно поджарить три блина на двух сковородках?
188. Андрей живет на 5-м этаже, а Костя – в том же доме вдвое выше, чем Андрей. На каком этаже живет Костя?
189. Я живу на 6-м этаже, а мой друг Терентий – подо мной на третьем. Возвращаясь домой, мне приходится пройти 60 ступенек. Сколько ступенек проходит Терентий, когда возвращается домой?
190. Вдоль беговой дорожки расставлены столбы. Бегун-марафонец бежит с постоянной скоростью. Старт был дан у первого столба. Через 6 минут он был же у 6-го столба. Через сколько минут после старта он будет у 12-го столба?
191. Две дюжины умножить на три дюжины. Сколько будет дюжин?

208. Три друга учатся в гимназии. Один из них – в математическом классе, другой – в физическом, третий – в биологическом. Определите специальность каждого, если известно:
- если Петр математик, то Сергей не физик; (Сергей – математик,
 - если Роман не физик, то Петр – математик; Роман – физик,
 - если Сергей не математик, то Роман биолог. Петр – биолог)
209. Три подруги вышли в белом, зеленом и синем платьях. Туфли подруг тоже были разного цвета: у одной белые, у другой синие, у третьей – зеленые. Причем только у Вали цвет платья и туфель совпадает. Ни платье, ни туфли Ани не были белыми. Наташа была в зеленых туфлях. Определите цвет платья и туфель каждой из подруг. (Аня: платье зеленое и туфли синие; Валя: платье и туфли белые; Наташа: платье синее, туфли зеленые)
210. В трех ящиках находится крупа, вермишель и сахар. На первом ящике написано «крупа», на втором – «вермишель», на третьем – «крупа или сахар». Что в каком ящике находится, если содержимое каждого ящика не соответствует надписи на нем? (1 – сахар, 2 – крупа, 3 – вермишель)
211. Представьте, что перед вами 2 близнеца. Один всегда лжет, второй – всегда говорит правду. Одного из них зовут Джон. Вы повстречали их и хотите узнать, кто из них Джон. Какой бы вопрос вы им задали, если каждому из них разрешается задать только по одному вопросу, на который можно ответить односложно: либо «да», либо «нет»? (вопрос: «Джон говорит правду?» – если ответ «да», то это Джон, если «нет», то Джон – второй близнец)
212. Поверхность пруда постепенно покрывается кувшинками. Кувшинки растут так быстро, что за каждый день закрываемая ими площадь удваивается. Половина поверхности пруда заросла кувшинками за 7 дней. За сколько дней зарастет вся поверхность пруда? (за 8)
213. На озере росли лилии. Каждый день их число удваивалось и на 20-й день заросло все озеро. На какой день заросла половина озера?
214. Из 9 одинаковых килограммовых гирь одна бракованная – легче килограмма. Как найти эту гирю при помощи рычажных весов двумя взвешиваниями?
215. Из восьми одинаковых колец одно несколько легче остальных. Найдите его не более чем двумя взвешиваниями на чашечных весах.
216. С помощью одного взвешивания на чашечных весах без гирь из трех одинаковых внешне монет найдите одну фальшивую, если известно, что она легче остальных.
217. С помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь из 9 одинаковых внешне монет найдите одну фальшивую, если известно, что она легче остальных.
218. Среди четырех монет достоинством в 1 копейку (масса 1 г), 2 копейки (масса 2 г), 3 копейки (масса 3 г) и 5 копеек (масса 5 г) есть одна фальшивая, отличающаяся массой от других. Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить фальшивую монету?
219. Имеются 4 монеты, из которых 3 настоящие и одна фальшивая, отличающаяся от них по массе неизвестно в какую сторону. Как за два взвешивания на чашечных весах найти ее?
220. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части – 9 кг и 15 кг?
221. На одной чаше весов 5 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, на другой – 4 таких же яблока и 4 такие же груши. Весы находятся в равновесии. Что легче: яблоко или груша?
222. Степашка с Филей приготовили в кастрюле 8 л морса. С помощью 3-литровой и 5-литровой банок они разлили весь морс поровну. Как они смогли это сделать?
223. Как можно набрать из реки 6 л воды, если имеется 2 ведра: одно емкостью 4 л, другое – 9 л?
224. Можно ли, имея два сосуда емкостью 3 л и 5 л, набрать из крана 4 л воды? (да, надо дважды налить в 5-литровый сосуд 2 л воды: наливая 5-литровый полностью и отливая 3 л, получим 2 л, которые перельем в опустошенный 3-литровый сосуд, затем опять наполним 5-литровый сосуд и выльем в 3-литровый 1 литр, останется 4 л)
225. Хозяин, нанимая работника, предложил ему задание: «Вот тебе бочка, наполни ее водой ровно наполовину (ни больше, ни меньше). Но смотри: палкой, веревкой, ведром или чем-либо другим для измерения воды не пользуйся!» Работник справился с заданием. Как?