

**ВОПРОСЫ ПО МАТЕМАТИКЕ К ЗАЧЕТУ
2 КУРС (5 ЛЕТ) 20 ГР 3/О**

1. ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ, РАВЕНСТВА, НЕРАВЕНСТВА

1. Понятие числового выражения. Значение числового выражения.
2. Числовое равенство как высказывание. Свойства истинных числовых равенств.
3. Числовое неравенство как высказывание. Свойства истинных числовых неравенств.
4. Выражение с переменной. Область определения выражения с переменной.
5. Тождественные преобразования выражения с переменной. Тождество.

2. Уравнения

1. Понятие об уравнении с одной переменной как предикате вида: $f(x)=g(x)$. Множество корней уравнения.
2. равносильные уравнения. Теоремы о равносильных уравнениях и следствия из этих теорем.
3. Решение уравнения с одной переменной (с теоретическим анализом).
4. Уравнения с одной переменной в школьном курсе математики: подходы к определению и способы решения.
5. Понятие об уравнении с двумя переменными как предикате вида: $f(x,y)=g(x,y)$, $x,y \in X$. Множество решений уравнения с двумя переменными.
6. Система двух уравнений с двумя переменными как конъюнкция уравнений. Множество решений системы уравнений. Методы решения систем уравнений.

3. Неравенства. Системы и совокупности неравенств

1. Неравенство с переменной как предикат вида $f(x)<g(x)$. Множество решений неравенства.
2. равносильные неравенства. Теоремы о равносильных неравенствах.
3. Решение неравенств первой степени с одной переменной.
4. Неравенства с переменной в школьном курсе математики: подходы к определению и способы решения.
5. Система неравенств с одной переменной как конъюнкция неравенств. Множество решений системы неравенств.
6. Совокупность неравенств с одной переменной как дизъюнкция неравенств. Множество решений совокупности неравенств.
7. Решение систем и совокупностей неравенств с одной переменной.

4. Отношения между двумя множествами

1. Отношения между элементами двух множеств.

2. Изображение отношений между элементами двух конечных множеств при помощи графов.
3. График отношения между элементами двух числовых множеств на координатной плоскости.
4. Бинарные отношения между элементами одного множества. Отношение, являющееся обратным и противоположным данному.
5. Способы задания отношений.
6. Задание отношений при помощи уравнения с двумя переменными.
7. График уравнения. Примеры графиков уравнений с двумя переменными.
8. Геометрический способ решения систем уравнений с двумя переменными.

5. Отношения на точечных множествах.

1. Способы задания отношений. Задание отношений при помощи уравнения с двумя переменными.
2. График уравнения. Примеры графиков уравнений с двумя переменными. Геометрический способ решения систем уравнений с двумя переменными.
3. Понятие об уравнении линии.
4. Вывод уравнения окружности и уравнения прямой с угловым коэффициентом. Условия параллельности и перпендикулярности прямых, заданных уравнениями с угловыми коэффициентами.
5. Общее уравнение прямой. Точка пересечения двух прямых.

6. Бинарные отношения

1. Свойства бинарных отношений между элементами множества: рефлексивность, симметричность, антисимметричность и транзитивность.
2. Отношение эквивалентности. Связь отношений эквивалентности с разбиением множества на попарно непересекающиеся подмножества.
3. Отношение порядка.
4. Свойства дискретности и плотности линейно упорядоченных множеств.

Задания к зачету по математике 2 курс

1. Составить уравнение прямой, имеющей угловой коэффициент k , и проходящей через точку A , если:

а) $k=4$, $A(-1,3)$; б) $k=\frac{3}{4}$, $A(4,8)$; в) $k=2$, $A(5,-1)$; г) $k=\frac{1}{2}$, $A(4,2)$.

2. Составить уравнение прямой AB , если:

а) $A(-2,3)$, $B(3,-2)$; б) $A(-2,5)$, $B(1,1/4)$; в) $A(-1,3)$, $B(-2,5;0)$; г) $A(1,3)$, $B(6, -2)$.

3. Определите взаимное расположение прямых:

а) $x+2y-3=0$ и $6x-3y+7=0$; в) $4x-y+1=0$ и $4x+y-1=0$;

б) $3x-y=0$ и $x+3y+2=0$; г) $\frac{3}{5}x+y-5=0$ и $10x-6y-1=0$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей:

а) через точку $A(1,2)$ перпендикулярно прямой $x+2y-3=0$;

б) через точку $B(-1,-2)$ перпендикулярно прямой $x+3y+2=0$;

в) через точку $C(\frac{3}{4},0)$ параллельно прямой $10x-6y-1=0$;

г) через точку $D(0;1,3)$ параллельно прямой $\frac{3}{5}x+y-5=0$.

5. Найти координаты вершин треугольников, образованных прямыми:

а) $x+2y+2=0$, $x=4$ и $\frac{1}{2}x-y=0$; б) $2x+3y-15=0$, $x+5y+10=0$ и $3x-y+2=0$.

6. Дан треугольник с вершинами $A(1,4)$, $B(-3,-1)$, и $C(3,-2)$.

1) Найдите площадь этого треугольника.

2) Найдите периметр этого треугольника.

- 3) Найдите точку пересечения высот этого треугольника.
7. Даны три вершины параллелограмма $A(-2,3)$, $B(3,5)$ и $C(1,-2)$. Найти координаты четвертой. Вычислить периметр этого параллелограмма.
8. Даны координаты вершин четырехугольника: $A(1,-2)$, $B(7,1)$, $C(5,0)$ и $D(-3,3)$. Найти координаты точки пересечения его диагоналей.
9. Концы отрезка AB имеют координаты $(-3,0)$ и $(2,4)$. Составить уравнение серединного перпендикуляра к этому отрезку.
10. Концы отрезка AB имеют координаты $(-3,0)$ и $(2,4)$. Найти длину проекции этого отрезка на прямую $\frac{1}{3}x - y - 4 = 0$.
11. Даны координаты двух смежных вершин квадрата $ABCD$: $A(4,-2)$ и $B(1,2)$. Найти координаты двух других вершин и периметр этого квадрата.
12. Определить вид четырехугольника с вершинами в точках $A(1,1)$, $B(2,3)$, $C(5,0)$, $D(7,-5)$. Найти его площадь и периметр.
13. Даны координаты вершин треугольника: $A(-3,4)$, $B(-1,-1)$, и $C(-5,-2)$. Определить координаты вершин треугольника, симметричного данному относительно оси OX .
14. Определить положение точек $A(3,4)$, $B(0,-1)$, $C(0,-4)$, $D(2,-2)$ относительно окружностей: а)
 $x^2 + y^2 - 6 = 0$, б) $(x - 2)^2 + (4 - y)^2 - 3 = 0$, в) $(x + 3)^2 + y^2 - 4 = 0$.
15. Составить уравнение окружности:
- а) с центром в точке $A(-2,3)$ и радиусом 4 ед.,
- б) проходящей через точку $B(4,-1)$, и имеющей центр в точке $C(2,2)$;
- в) в которой отрезок AB – диаметр, причем: $A(-3,-1)$ и $B(4,0)$.
16. Построить прямую, симметричную прямой $2x - 3y + 6 = 0$ относительно:
- а) оси OX , б) оси OY , в) начала координат. В каждом случае составить уравнение составленной прямой.
17. Написать уравнение прямой, симметричной прямой $2x - 5y - 10 = 0$ относительно точки $A(2,-1)$.

19. Между элементами множества $X = \{x / -5 \leq x \leq 10, x \in Z\}$ имеет место отношение P : «число y есть квадрат числа x ».

- а) Задать отношение P с помощью уравнения.
- б) Перечислить все пары чисел из множества X , находящихся в отношении P .
- в) Построить граф и график отношения P .
- г) Сформулировать отношения обратное и противоположное данному, перечислите все пары этих отношений и постройте графики.

20. Между элементами множества $X = \{1, \dots, 20\}$ имеет место отношение P : «число x в два раза меньше числа y ».

- а) Задать отношение P с помощью уравнения.
- б) Перечислить все пары чисел из множества X , находящихся в отношении P .
- в) Построить граф и график отношения P .
- г) Сформулировать отношения: обратное и противоположное данному, перечислите все пары этих отношений и постройте графики.

1) Решить систему уравнений: 1) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - y = 2. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 5y = 15, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$ 3)

4) $\begin{cases} 3x + 5y = 21, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 1, \\ 3x - 5y = 3. \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 2x - 3y = -1, \\ \frac{y}{x} = 0,75. \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{1}{4}x - y = -5, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{7}y = 3. \end{cases}$ 7)

8) $\begin{cases} 4x - 3y = -4, \\ 4y - 10x = 3. \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 3x - 2y = \frac{1}{2}, \\ 4y - x = \frac{2}{3}. \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 11x - 5y = 37, \\ 4y - x = 25. \end{cases}$ 10) $\begin{cases} 3y - x = -17, \\ 5x + 3y = -5. \end{cases}$

$$11) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 3x+2y=5, \\ \frac{5}{3-2x} = \frac{2,5}{1-y}. \end{cases} \quad 13) \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{11y-27}, \\ \frac{x+3}{5} = \frac{y+8}{11}. \end{cases} \quad 14) \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = \frac{34}{15}, \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}y = \frac{16}{15}. \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x+y=3, \\ xy+x^2=3. \end{cases}$$

22. Решить систему неравенств:

$$23. \begin{cases} x^2 \leq 9 \\ x > 0 \end{cases}, \quad 2) \begin{cases} \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+1)} \geq 0 \\ (x-4)(x+4) \leq 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x+3 > 0 \\ 2x < 3 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x-4 > 5-2x \\ 3-2x < 7+x \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x - \frac{3x-1}{2} > \frac{2}{3} \\ 10x-2 > 1+4x \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 17(3x-1) - 50x+1 < 2(x+4) \\ 12-11x < 11x+10 \end{cases} \quad 7) \begin{cases} \frac{x+4}{x-2} \leq 0 \\ x(x-5) < 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 > 16 \\ x^2 - 16x \leq 0 \end{cases} \quad 7) \begin{cases} 2x^2 + 9x \leq -7 \\ 2x+5 \leq 0 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 2x^2 - 5x - 7 \geq 0 \\ x > 3 \end{cases} \quad 9) \begin{cases} x^2 + 5x - 6 \leq 0 \\ x^2 + 4x < 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 12x^2 - (2x-3)(6x+1) > x \\ (5x-1)(5x+1) - 25x^2 > x-6 \end{cases} \quad 11) \begin{cases} \frac{6-x}{x+10} \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} \frac{x^2}{x} > -3 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$1. \quad 16) \begin{cases} x+2y=4, \\ x^2-4y^2=0. \end{cases} \quad 17) \begin{cases} 2x+5y=15, \\ 3x+8y=-1. \end{cases} \quad 18) \begin{cases} \frac{x+y+4}{5} + \frac{x-y-4}{7} = 9, \\ \frac{x+y+4}{5} - \frac{x-y-4}{7} = 1. \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} 4x + \frac{9}{y} = 21, \\ \frac{18}{y} = 17 - 3x. \end{cases} \quad 20) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 21, \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 13. \end{cases}$$