УДК 621.923.9

Д. Ф. УСТИНОВИЧ, В. М. ГОЛУБ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПОЛИМЕРНО-АБРАЗИВНЫМИ ЩЕТКАМИ

Физико-технический институт НАН Беларуси (Поступила в редакцию 15.02.2011)

Введение. Развитие применяемых в настоящее время на машиностроительных предприятиях методов отделочно-зачистной обработки невозможно без анализа и изучения физических явлений, сопровождающих процесс взаимодействия инструмента с поверхностью. Направленное изменение состояния поверхностного слоя деталей машин и их эксплуатационных показателей достигается научно-обоснованным выбором силовых и температурных параметров процесса обработки. Повышение производительности отделочно-зачистных операций и широкие технологические возможности свидетельствуют о перспективности использования полимерноабразивного шлифования-полирования. Существенным отличием метода является наличие дискретного режущего контура у инструмента, образованного совокупностью эластичных волокон. За счет изменения геометрических характеристик волокна, свойств полимерного связующего и абразивного модификатора, кинематических параметров и геометрии рабочей части инструмента можно управлять температурной и динамической напряженностью процесса. Метод характеризуется низкими температурами (310-430 К) и удельными давлениями (0,2-1,2×10⁵ МПа), позволяющими повысить эксплуатационные характеристики изделий и исключить образование в поверхностном слое прижогов, микротрещин, растягивающих напряжений, характерных для традиционного шлифования, причиной которых являются высокие давления и температуры [1, 2].

Интенсивность тепловых процессов оказывает определяющее воздействие на работоспособность, период стойкости и режущие свойства полимерно-абразивного инструмента, формирование качества поверхностного слоя деталей, а также является основным фактором, ограничивающим производительность обработки. Поэтому определение условий и режимов шлифования, обеспечивающих максимальную интенсивность съема материала невозможно без расчета локальных температур обработки. Результаты анализа литературных источников показывают, что к настоящему



Рис. 1. Схема шлифования цилиндрической детали периферией дисковой полимерно-абразивной щетки

времени достаточно полно исследованы теплофизические характеристики шлифования абразивными кругами и лентами [3–6], однако отсутствуют данные численного моделирования и экспериментального исследования теплового состояния объектов при обработке полимерноабразивными щетками. В этой связи становится актуальной разработка метода аналитического расчета тепловых процессов, сопровождающих обработку тел вращения полимерно-абразивной щеткой, с целью анализа основных закономерностей температурных полей, теплового состояния контактирующих объектов и выбора рациональных параметров шлифования.

Результаты исследований и их анализ. Рассмотрим задачу, когда по поверхности вращающейся цилиндрической детали вдоль оси перемещается вращающаяся полимерно-абразивная щетка в форме диска, что соответствует одной из наиболее распространенных схем обработки (рис. 1). В этом случае нагрев поверхности металла может быть аналитически исследован на основе решения классического дифференциального уравнения теплопроводности [7]. Предполагаем, что многочисленные очаги контакта волокон щетки с поверхностью представляют собой единый источник теплоты, действующий непрерывно и перемещающийся по поверхности детали с постоянной скоростью. Форма и размеры теплового источника определяются поверхностью зоны контакта щетки и детали.

Исследуем распределение температурного поля в цилиндрической детали, подвергающейся воздействию теплового источника конечных размеров, совершающего комбинированное перемещение по ее поверхности. Нестационарное трехмерное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial T(z, r, \varphi, t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T(z, r, \varphi, t)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T(z, r, \varphi, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(z, r, \varphi, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T(z, r, \varphi, t)}{\partial \varphi^2} \right).$$
(1)

Граничные условия на торцевых и боковой поверхностях детали при теплообмене с окружающей средой по закону Ньютона могут быть представлены уравнениями

$$\lambda \frac{\partial T(0, r, \varphi, t)}{\partial z} = \alpha_0 (T(0, r, \varphi, t) - T_s), \quad \lambda \frac{\partial T(L, r, \varphi, t)}{\partial z} = -\alpha_L (T(L, r, \varphi, t) - T_s), \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(z, R, \varphi, t)}{\partial r} = Q_R \eta \left(\frac{\varphi_K}{2} - |\varphi - \omega t| \right) \eta (l + \nu t - z) \eta (z - \nu t) - \alpha_R (T(z, R, \varphi, t) - T_s),$$
(3)

где a, M^2/c и λ , $Bt/(M \cdot rpag)$ – температуропроводность и теплопроводность детали, L, м и R, м – ее длина и радиус, Q_R – плотность теплового потока, l, м – ширина щетки, φ_{κ} – центральный угол контакта щетки с деталью, v, м/с – скорость продольного перемещения, α_0 и α_L , $Bt/(M^2 \cdot c)$ – коэффициенты конвективного теплообмена на соответствующих торцевых поверхностях, α_R , $Bt/(M^2 \cdot c)$ – коэффициент конвективного теплообмена на боковой поверхности, T_s , град – температура окружающей среды. Функция Хевисайда $\eta(x)$ определяется следующим образом:

$$\eta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \ge 0. \end{cases}$$
(4)

Выражение периодичности температурной функции по углу φ с периодом 2π и начальное условие представим в следующем виде:

$$T(z, r, \varphi, t) = T(z, r, \varphi + 2\pi n, t), \qquad (5)$$

$$T(z, r, \varphi, 0) = T_s.$$
(6)

Для решения системы (1) – (6) используем метод конечных интегральных преобразований [7], который позволяет преобразовать дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка (1) в обыкновенное дифференциальное уравнение. Последовательно применяя к рассматриваемой системе преобразование по углу ф

$$\overline{T}(z,r,n,t) = \int_{-\pi}^{\pi} T(z,r,\varphi,t) \exp(-\sin\varphi) d\varphi, \qquad (7)$$

конечное интегральное преобразование Ханкеля

$$\overline{\overline{T}}(z,\mu_{nm},n,t) = \int_{0}^{R} r \overline{T}(z,r,n,t) J_{n}\left(\mu_{nm} \frac{r}{R} dr\right)$$
(8)

и конечное интегральное преобразование Фурье

$$\overline{\overline{T}}(\mu_k, \mu_{nm}, n, t) = \int_0^L \left(\mu_k \cos\left(\mu_k \frac{z}{L}\right) + h_0 L \sin\left(\mu_k \frac{z}{L}\right) \right) \overline{\overline{T}}(z, \mu_{nm}, n, t) dz , \qquad (9)$$

63

получаем следующую задачу в пространстве изображений:

$$\frac{d\overline{T}}{dt} = a \left(\frac{4Q_R RL \sin \frac{n\varphi_K}{2} \sin \frac{\mu_k}{2L} \exp(-\sin \omega t) J_n(\mu_{nm})}{n\lambda} \times \left(\cos \frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) + \frac{h_0 L}{\mu_k} \sin \frac{\mu_k}{L} (l + \nu t) \right) - (\gamma_k^2 + \gamma_{nm}^2) \overline{\overline{T}} \right).$$
(10)

Отдельно необходимо рассматривать случай при *n* = 0. Для него аналогом уравнения (10) будет следующее выражение:

$$\frac{d\overline{T}}{dt} = a \left(\frac{2Q_R \varphi_K RL \sin\frac{\mu_k}{2L} J_0(\mu_{0m})}{\lambda} \left(\cos\frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) + \frac{h_0 L}{\mu_k} \sin\frac{\mu_k}{L} (l + \nu t) \right) - (\gamma_k^2 + \gamma_{0m}^2) \overline{\overline{T}} \right).$$
(11)

Новые параметры в уравнениях (10), (11) определяются следующим образом:

$$h_i = \frac{\alpha_i}{\lambda}, \quad i = 0, \ L, \ R, \ \gamma_k = \frac{\mu_k}{L}, \ \gamma_{nm} = \frac{\mu_{nm}}{R},$$

где μ_k – корни трансцендентного уравнения $\operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{(h_0 + h_L L)} - \frac{h_0 h_L L}{(h_0 + h_L) \mu}$, а μ_{nm} – корни уравнения $\mu \frac{dJ_n(\mu)}{d\mu} + h_R R J_n(\mu) = 0$.

Уравнения (10) и (11) представляют собой обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, решение которых не представляет особых сложностей. В итоге для изображения температуры \overline{T} получим

при *n* = 0

$$\overline{\overline{T}}(\mu_{k},\mu_{0m},0,t) = \frac{2aQ_{R}RL\phi_{K}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}}{\lambda\left(a^{2}(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{L^{2}}\right)} \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}}{L}\left(\frac{l}{2}+\nu t\right)+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}}{L}\left(\frac{l}{2}+\nu t\right)\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{L}\left(\frac{l}{2}+\nu t\right)+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{L}\left(\frac{l}{2}+\nu t\right)\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{2L}\right)+\frac{\mu_{0}^{2}\nu^{2}}{\mu_{k}^{2}}\right] \left[a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{0m}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}t}{2L}+\frac{\mu_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}t}{$$

при *n* ≠ 0

$$\overline{\overline{T}}(\mu_{k},\mu_{nm},n,t) = \frac{4aQ_{R}RL\sin\frac{n\varphi_{K}}{2}\sin\frac{\mu_{k}l}{2L}}{\lambda n \left(a^{2}(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{nm}^{2})^{2}-n^{2}\omega^{2}+\frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{L^{2}}-i2n\omega a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{nm}^{2})\right)} \left[\left\{ (a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{nm}^{2})-in\omega) \times \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2}+\nu t\right) + \frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2}+\nu t\right) \right\} + \nu \left(\frac{\mu_{k}}{L}\sin\frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2}+\nu t\right) - h_{0}\cos\frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2}+\nu t\right) \right) \right\} \times \left(\sum_{k=1}^{\infty} \exp(-in\omega t) \right\} - \left\{ (a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{nm}^{2})-in\omega) \left(\cos\frac{\mu_{k}l}{2L} + \frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}l}{2L} \right) + \nu \left(\frac{\mu_{k}}{L}\sin\frac{\mu_{k}}{2L} - h_{0}\cos\frac{\mu_{k}l}{2L} \right) \right\} \exp(-a(\gamma_{k}^{2}+\gamma_{nm}^{2})t) \right].$$

$$(13)$$

Чтобы получить выражение для определения температуры обрабатываемого образца в реальном пространстве, необходимо применить к уравнениям (12) и (13) соответствующие обратные интегральные преобразования:

обратное преобразование Фурье

$$\overline{\overline{T}}(z,\mu_{nm},n,t) = \frac{2}{L} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\mu_k^2 + h_L^2 L^2) \overline{\overline{T}}(\mu_k,\mu_{nm},n,t) \left(\mu_r \cos\frac{\mu_k}{L} z + h_0 L \sin\frac{\mu_k}{L} z\right)}{(\mu_k^2 + h_0^2 L^2) [h_L L + (\mu_k^2 + h_L^2 L^2)] + h_0 L (\mu_k^2 + h_L^2 L^2)},$$
(14)

обратное преобразование Ханкеля

$$\overline{T}(z,r,n,t) = \frac{2}{R^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_{nm}^2 \overline{\overline{T}}(z,\mu_{nm},n,t) J_n\left(\frac{\mu_{nm}}{R}r\right)}{(\mu_{nn}^2 + h_R R - n^2) J_n^2(\mu_{nm})},$$
(15)

обратное преобразование по углу ф

$$T(z, r, \varphi, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \overline{T}(z, r, n, t) \exp(\sin \varphi) .$$
(16)

В результате применения вышеуказанных процедур придем к формуле для определения температурного поля в теле обрабатываемой детали в любой конкретный момент времени:

$$T(z, r, f, t) = T_{s} + \frac{4aQ_{R}}{\pi\lambda R} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\mu_{k}^{2} h_{L}^{2} L^{2}) \sin\left(\frac{\mu_{k} l}{2L}\right) \left(\mu_{k} \cos\left(\frac{\mu_{k}}{L} z\right) + h_{0} L \sin\left(\frac{\mu_{k}}{L} z\right)\right)}{(\mu_{k}^{2} + h_{0}^{2} L^{2})(h_{L} L + (\mu_{k}^{2} h_{L}^{2} L^{2})) + h_{0} L(\mu_{k}^{2} h_{L}^{2} L^{2})} \times$$

$$\times \left[\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \varphi_{K} \frac{\mu_{0m}^{2} \left(A_{k\,0m}\left(t\right) - B_{k\,0m}\exp\left(-a\left(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{0m}^{2}\right)t\right)\right)}{\left(\mu_{0m}^{2} + h_{R}^{2}R^{2}\right)J_{0}\left(\mu_{0m}\right) \left(a^{2}\left(\gamma_{K}^{2} + \gamma_{0m}^{2}\right)^{2} + \frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{L^{2}}\right)} J_{0}\left(\frac{\mu_{0m}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}r\right) \frac{\sin\left(n\frac{\varphi_{K}}{2}\right)}{n} \times \left(a^{2}\left(\gamma_{K}^{2} + \gamma_{0m}^{2}\right)^{2} + \frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{L^{2}}\right)} J_{0}\left(\frac{\mu_{0m}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}r\right) \frac{\sin\left(n\frac{\varphi_{K}}{2}\right)}{n} \times \left(a^{2}\left(\gamma_{K}^{2} + \gamma_{0m}^{2}\right)^{2} + \frac{\mu_{k}^{2}\nu^{2}}{L^{2}}\right)} J_{0}\left(\frac{\mu_{0m}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}r\right) \frac{\sin\left(n\frac{\varphi_{K}}{2}\right)}{n} \times \left(a^{2}\left(\frac{\varphi_{K}}{2} + \gamma_{0m}^{2}\right)^{2} + \frac{\varphi_{K}^{2}}{L^{2}}\right) J_{0}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) \frac{\sin\left(n\frac{\varphi_{K}}{2}\right)}{n} \times \left(a^{2}\left(\frac{\varphi_{K}}{2} + \frac{\varphi_{K}^{2}}{L^{2}}\right)^{2} + \frac{\varphi_{K}^{2}}{L^{2}}\right) J_{0}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) \frac{1}{n} + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac{\varphi_{K}}{R}r\right) \frac{1}{n} + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_{n}\left(\frac$$

$$\times \frac{\mu_{nm}^{2} \left\{ A_{knm}(t) \cos n (\varphi - \omega t) - B_{knm}(t) \sin n (\varphi - \omega t) - (A_{knm} \cos n \varphi - B_{knm} \sin n \varphi) \exp(-a(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2}) t) \right\}}{(\mu_{nm}^{2} + h_{R}^{2} R^{2} - n^{2}) J_{n}(\mu_{nm}) \left\{ \left(a^{2} (\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} - n^{2} \omega^{2} + \frac{\mu_{k}^{2} \nu^{2}}{L^{2}} \right)^{2} + 4n^{2} \omega^{2} a^{2} (\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} \right\}} \right\}} \right\}$$
(17)

Коэффициенты А и В в формуле (17) определяются следующим образом:

$$A_{k0m}(t) = a(\gamma_k^2 + \gamma_{0m}^2) \left(\cos \frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) + \frac{h_0 L}{\mu_k} \sin \frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) \right) + \nu \left(\frac{\mu_k}{L} \sin \frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) - h_0 \cos \frac{\mu_k}{L} \left(\frac{l}{2} + \nu t \right) \right),$$
(18)

$$B_{k\,0m} = a(\gamma_k^2 + \gamma_{0m}^2) \left(\cos \frac{\mu_k l}{2L} + \frac{h_0 L}{\mu_k} \sin \frac{\mu_k l}{2L} \right) + +\nu \left(\frac{\mu_k}{L} \sin \frac{\mu_k l}{2L} - h_0 \cos \frac{\mu_k l}{2L} \right), \tag{19}$$

$$A_{know}(t) = \left(a^{2}(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{now}^{2})^{2} + n^{2}\omega^{2} + \frac{\mu_{k}^{2}v^{2}}{L^{2}}\right) \left\{a(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{now}^{2})\left(\cos\frac{\mu_{k}}{L}\left(\frac{l}{2} + vt\right) + \frac{h_{0}L}{\mu_{k}}\sin\frac{\mu_{k}}{L}\left(\frac{l}{2} + vt\right)\right) + v\left(\frac{\mu_{k}}{L}\sin\left(\frac{l}{2} + vt\right) - h_{0}\cos\frac{\mu_{k}}{L}\left(\frac{l}{2} + vt\right)\right)\right\},$$
(20)

$$B_{knm}(t) = n\omega \left\{ \left(a^{2} (\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} + n^{2} \omega^{2} - \frac{\mu_{k}^{2} v^{2}}{L^{2}} \right) \left(\cos \frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2} + vt \right) + \frac{h_{0} L}{\mu_{k}} \sin \frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2} + vt \right) \right) \right\} + 2av(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2}) \left(\frac{\mu_{k}}{L} \sin \frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2} + vt \right) - h_{0} \cos \frac{\mu_{k}}{L} \left(\frac{l}{2} + vt \right) \right) \right\}, \qquad (21)$$

$$A_{kmm} = \left(a^{2} (\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} + n^{2} \omega^{2} + \frac{\mu_{k}^{2} v^{2}}{L^{2}} \right) \left\{ a(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2}) \left(\cos \frac{\mu_{k} l}{2L} + \frac{h_{0} L}{\mu_{k}} \sin \frac{\mu_{k} l}{2L} \right) + v \left(\frac{\mu_{k}}{L} \sin \frac{\mu_{k} l}{2L} - h_{0} \cos \frac{\mu_{k} l}{2L} \right) \right\}, \qquad (22)$$

$$B_{knm} = n\omega \left\{ \left(a^{2} (\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} + n^{2} \omega^{2} - \frac{\mu_{k}^{2} v^{2}}{L^{2}} \right) \left(\cos \frac{\mu_{k} l}{2L} + \frac{h_{0} L}{\mu_{k}} \sin \frac{\mu_{k} l}{2L} \right) + 2av(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2})^{2} + n^{2} \omega^{2} - \frac{\mu_{k}^{2} v^{2}}{L^{2}} \right) \left(\cos \frac{\mu_{k} l}{2L} + \frac{h_{0} L}{\mu_{k}} \sin \frac{\mu_{k} l}{2L} \right) + 2av(\gamma_{k}^{2} + \gamma_{nm}^{2}) \left(\frac{\mu_{k}}{L} \sin \frac{\mu_{k} l}{2L} - h_{0} \cos \frac{\mu_{k} l}{2L} \right) \right\}. \qquad (23)$$

Величина теплового потока Q_R в области пятна контакта щетки с обрабатываемой деталью определяется с помощью соотношения

$$Q_R = \frac{P_z v_u}{l \phi_{\rm x} R} \frac{\lambda}{(\lambda + \lambda_{\rm in})}, \qquad (24)$$

где P_z, H – сила резания, ν_щ, м/с – скорость шлифования, λ_щ, Вт /(м град) – коэффициент теплопроводности материала щетки. Для определения коэффициента теплоотдачи обрабатываемую деталь можно рассматривать как цилиндр, охлаждаемый по механизму вынужденной конвекции [8]. В этом случае величина α определяется следующим образом:

$$\alpha = \frac{k(T)}{D} C \operatorname{Re}^{n} \operatorname{Pr}^{1/3}, \qquad (25)$$

где k(T), Вт/(мград) — зависящий от температуры коэффициент теплопроводности окружающей среды (воздуха), D, м — диаметр детали, величины Re и Pr — числа Рейнольдса и Прандтля, C и n — коэффициенты для различных интервалов значений Re.



Рис. 2. Изменение температуры *T*, °C поверхности образца из стали 12Х18Н10Т через 4 (*l*), 10 (2), 16 (3) с обработки: $a - v_m = 3,4 \text{ м/c}; \ 6 - v_m = 18,3 \text{ м/c}$

Некоторые иллюстрации численного решения, выполненные по предложенной методике с помощью программ DIGITAL Visual Fortran и Origin Professional, представлены на рис. 2–4. Использовались следующие условия: $v_{\rm m} = 3,4 - 18,3$ м/с; величина натяга (радиальной деформации) инструмента $\delta = 2$ мм; частота вращения образца n = 2 об/с, продольная подача v = 0,01 м/с, диаметр образцов 40 мм, длина z = 0,2 м, материалы образцов – стали 45, 12X18H10T. Температура окружающего воздуха принята равной 20 °C. Величина коэффициента теплоотдачи α определялась по методике, разработанной в [8]. Для условий рассматриваемого процесса коэффициент теплопроводности воздуха k = 0,0279 Вт/(м град), а числа Рейнольдса и Прандля соответственно приняты Re = 515 и Pr = 0,71. Величины коэффициента *C* и показателя степени *n* для данного значения числа Рейнольдса равны C = 0,683, n = 0,466. Подставляя приведенные данные в уравнение (25), получаем значение коэффициента теплоотдачи с поверхности вращающейся цилиндрической детали $\alpha \approx 6$ Вт/(м²-град).

На рис. 2 приведены результаты изменения температуры поверхности образца из стали 12X18Н10Т в зависимости от скорости резания при перемещении инструмента вдоль образующей, рассчитанные по данной методике через произвольно выбранный интервал времени *t* = 6 с.



Рис. 3. Распределение расчетных значений температуры *T*, °С на поверхности (*a*) и на глубине 5 мм (*б*) образца из стали 45 при v_m = 3,4 м/с, *t* = 16 с



Рис. 4. Трехмерные изображения температурного профиля приповерхностного слоя на глубине 5мм образца из стали 45 через 10 (a) и 16 (б) с после начала обработки при v_m = 3,4 м/с

Установлено, что изменение температурного поля при различных значениях линейной скорости шлифования имеет идентичный характер. Увеличение скорости шлифования резания $v_{\rm m}$ от 3,4 до 18,3 м/с сопровождается возрастанием температуры нагрева поверхности от 53,6 до 198,2 °С, что связано с увеличением мощности теплового источника. Максимальные значения температуры наблюдаются в зоне взаимодействия инструмента с поверхностью. В послеконтактной зоне температура поверхности уменьшается по экспоненциальной кривой.

На рис. 3 представлено распределение температурных полей по поверхности образца и в приповерхностном слое на глубине 5 мм, позволяющее оценить тепловое состояние зоны контакта (в частности, распределение температуры по дуге контакта и значений температурных градиентов в приповерхностном слое). Несовпадение области максимальных значений температуры поверхности образца с положением пятна контакта инструмента обусловлено наличием относительных перемещений – подачи инструмента и движения вращения детали. С удалением от зоны контакта по радиусу и по оси детали температура уменьшается и стремится к температуре окружающей среды. Из рис. 3 следует, что при обработке без охлаждения тепловой поток из зоны контакта с инструментом преимущественно расходуется на нагрев образца.

Температура поверхности и приповерхностных слоев образца, полученная аналитическим расчетом по предлагаемой методике, для упрощения анализа может быть представлена в виде трехмерного температурного профиля (рис. 4). Подобная интерпретация позволяет установить распределение тепла и значения градиентов температур по сечению образца. Видно, что температурная составляющая обработки стали 45 при указанных режимах (максимальные значения температуры не превышают 30 °C) не оказывает существенного влияния на изменение структуры и физико-механических свойств приповерхностного слоя.

Заключение. В результате проведенных исследований была создана методика расчета теплового состояния тел вращения при шлифовании дисковыми полимерно-абразивными щетками. Предложенная модель устанавливает взаимосвязь параметров обработки (окружной скорости вращения инструмента, скорости продольного перемещения, центрального угла контакта, величины натяга), теплофизических и геометрических характеристик инструмента и детали с изменением ее теплового состояния. Это позволяет прогнозировать интенсивность тепловыделения, исследовать величины контактной температуры и температурных градиентов, глубину теплового воздействия и оценить температурный режим обработки с целью обеспечения безопасных температур поверхности детали и подбора соответствующих параметров процесса. Выполненные исследования позволяют осуществлять оптимизацию технологических операций обработки полимерно-абразивными щетками с учетом изменения тепловыделения в контактной зоне инструмент–поверхность. В дальнейшем планируется экспериментальная проверка расчетных данных, правомерности принятых допущений и граничных условий путем непосредственного измерения температур в процессе обработки деталей дисковыми полимерно-абразивными щетками.

Литература

1. У стинович Д. Ф. // II МНТК «Современные методы и технологии создания и обработки материалов». Мн., 2007. Ч. 2. С. 142–146.

2. У стинович Д. Ф. // XI МНТК «Машиностроение и техносфера XXI века». Донецк, 2004. Т. 3. С. 198-200.

3. Я щерицын П.И., Цокур А.К., Еременко М.Л. Тепловые явления при шлифовании и свойства обработанных поверхностей. Мн., 1973.

4. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования. М., 1975.

5. Резников А. Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. М., 1981.

6. В е р е з у б В. Н. Шлифование абразивными лентами. М., 1972.

7. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М., 2001.

8. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи. М., 1983.

D. F. USTINOVICH, V. M. GOLUB

MODELING OF THERMAL PROCESSES OCCURRING AT PROCESSING OF SOLIDS OF REVOLUTION WITH POLYMER-ABRASIVE BRUSHES

Summary

A model for thermal processes occurring during grinding of solids of revolution by disk polymer-abrasive brushes has been developed. The expressions that take into account the effect of tool and part thermophysical characteristics as well as kinematic parameters of processing are suggested for calculating the temperatures in a tool-surface contact zone. The investigations performed enable carrying out optimization of technological processing operations considering the thermal intensity in a tool-surface contact zone.