УДК 37.016:514

О. Н. Карневич, *аспирант кафедры математики и методики преподавания математики БГПУ имени Максима Танка*

Контекстные задачи как интегративное средство формирования умений учащихся применять геометрические знания на практике

Аннотация

В данной статье рассматривается понятие контекстной задачи, выделяются его существенные свойства, характеризуется роль таких задач в обучении геометрии. Приводятся примеры контекстных задач по стереометрии, направленных на формирование умений применять геометрические знания на практике.

Abstract

This article examines the concept of a contextual problem. It identifies the core characteristics of contextual problems and describes their role in teaching geometry. It also provides examples of contextual problems for solid geometry that are aimed at developing students' skills to apply theoretical knowledge of geometry to practice.

Ключевые слова: практическая задача, практико-ориентированная задача, прикладная задача, контекстная задача по геометрии.

Введение

Геометрические знания играют важную роль в практической деятельности человека, поэтому при обучении геометрии важно не только обеспечить их усвоение и применение при решении геометрических задач, но и сформировать умение применять эти знания для решения задач, возникающих в различных сферах деятельности человека. Одним из средств формирования такого умения являются контекстные задачи.

В научно-методической литературе акцентируется внимание на значимости контекстных задач для диагностики уровня сформированности предметных компетенций (В.А. Далингер [1]), формирования приемов математического моделирования (Т.Н. Константинова [2]), формирования математической компетенции и проверки ее сформированности (Н.А. Рыбалко [3]), оценивания уровня развития творческого потенциала личности (О.М. Мясникова [4]), формирования у школьников навыков решения реальных практических проблем и функциональных умений [4]; выделяются некоторые функции контекстных задач ([1], [3], [5]); формулируются требования к ним (Л.О. Денищева [6], В.А. Далингер [1]).

Вместе с тем, существенные свойства понятия контекстной задачи, на наш взгляд, полностью не раскрыты, не ясна связь между объёмами понятий практической, прикладной, практико-ориентированной и контекстной задач. В имеющихся методиках обучения геометрии акцентируется внимание на применении контекстных задач как средства обобщения и систематизации знаний, их роль в изучении систематического курса геометрии раскрыта не в полной мере. *Цель данной статьи* – выявить отличия между понятиями практической, прикладной, практико-ориентированной и контекстной задач, выделить существенные свойства понятия контекстной задачи, функции контекстных задач для дальнейшей разработки методики обучения учащихся геометрии с использованием контекстных задач.

Основная часть

Понятие контекстной задачи. Понятие контекстной задачи тесно связано с понятиями практической, прикладной и практико-ориентированной задач. Все перечисленные виды задач способствуют формированию умения применять знания на практике. Выясним, как связаны эти понятия и в чём преимущество контекстных задач при обучении учащихся геометрии.

Л.М. Фридман подразделяет все задачи школьного курса математики на два класса: «в одних задачах объектами являются реальные предметы, в других — все объекты математические (числа, геометрические фигуры, функции и т.д.). Первые задачи, в которых хотя бы один объект есть реальный предмет, называются *практическими* (житейскими, текстовыми, сюжетными); вторые, все объекты которых математические, называются *математическими* задачами» [7, с.23]. В работе [8] И.М. Шапиро понятие математической задачи с практическим содержанием рассматривается как равнозначное понятию задачи прикладного характера: под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) понимается «задача, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с ее использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении бытовых операций» [8, с.5]. С точки зрения Н.А. Терешина, «прикладная задача – задача, поставленная вне математики и решаемая средствами математики» [9, с.7].

В новых учебных программах по математике (2015,2016) акцентируется внимание на усилении практической направленности содержания учебного предмета «Математика» посредством увеличения количества задач с практическим и межпредметным содержанием [10].

Обзор определений понятия сюжетной задачи (Шелехова Л.В [11], Фридман Л.М. [12], [7], Фефилова Е.Ф. [13]), которое часто используется как синоним задачи с практическим содержанием, определений понятия «сюжет» в словарях [14], [15] (буквально — “предмет” повествования) позволили остановиться на позиции Ю.М. Колягина: «Когда мы говорим о содержании задачи, то понимаем под этим, во-первых, ее сюжет (в соответствии с целью он должен носить абстрактно-математический характер, конкретно-бытовой, производственный, занимательный), во-вторых, тот теоретический материал (понятия, свойства, формулы, правила и т.д.), усвоению которого она должна способствовать» [16, с.47]. Поэтому понятие сюжетной задачи в рамках изучения практической и прикладной направленности учебных задач использовать не будем.

Анализ перечисленных трактовок позволяет сделать вывод, что самым широким классом задач практической направленности являются практические задачи. Согласно определению Л.М. Фридмана, в условии практической задачи должен быть хотя бы один реальный объект, поэтому, на наш взгляд, в практических задачах можно выделить два подкласса задач: 1) задачи на построение и измерение, предполагающие выполнение действий **с помощью** реальных объектов; 2) практико-ориентированные задачи, в которых действия выполняются **с** реальными объектами. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки представлены в учебных пособиях по геометрии [17], [18], пособиях для учителей, учащихся общеобразовательных учреждений [19], [20], задачи на построение, на выполнение требуемых действий с помощью эккера, мерного шнура, мерной ленты, масштабной линейки, штангенциркуля и других приборов и инструментов – в сборниках задач [21],[22],[23].

Практико-ориентированные задачи описывают **ситуации** с реальными объектами. Примерами практико-ориентированных задач являются задачи «Во сколько раз объем арбуза больше объема вишни, если поперечник арбуза больше поперечника вишни в 15 раз?» [23, с.151], «Какой путь описывает конец минутной стрелки стенных часов в течение недели? Длина стрелки – 12 см» [23, с.61].

На наш взгляд, содержание понятия прикладной задачи более широкое, чем содержание понятия практико-ориентированной задачи, так как результат решения прикладной задачи имеет реальное практическое применение. Например, прикладная задача «Сарай с двухскатной крышей имеет в длину 12 м, остальные размеры показаны на чертеже 1. Определите площадь поверхности крыши» [21, с.51] решается с целью нахождения количества материала для дальнейшей его покупки.

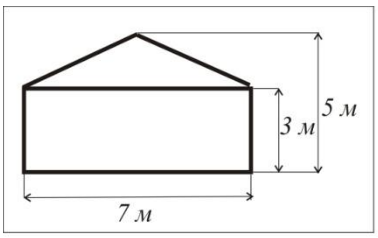


Рисунок 1

В условиях приведенных выше примеров практико-ориентированных задач, не являющихся прикладными, реальные объекты (вишня, арбуз, минутная стрелка часов) задают лишь терминологический фон, создавая несколько искусственные ситуации, а сами задачи призваны закрепить понятия объема и длины окружности. В приведенном примере прикладной задачи также имеется реальный объект (сарай с двухскатной крышей), но полученные результаты могут быть применены на практике.

Существуют также задачи на построение и измерение, в которых описываются ситуации с реальными объектами. Тогда, к примеру, задачу «Измерьте, какой (приблизительно) угол составляют между собою направления указательного и среднего пальцев при наибольшем их удалении друг от друга» ([23], с.24) можно отнести к практико-ориентированным задачам на измерение, а задачу «Определить ширину оврага, имея при себе эккер» ([21], с.22) – к прикладным задачам на измерение (имеет практическое применение для создания географических карт, например). Однако существующие сборники содержат прикладные задачи на измерение, которые, на сегодняшний день, утратили свою актуальность в связи с появлением современных измерительных приборов (лазерный дальномер).

Рассмотрим понятие контекстной задачи, выявим его существенные свойства. Контекст (от лат. contextus – сцепление, соединение, связь), в широком смысле, – это «относительно законченная в смысловом отношении часть текста, высказывания» [14, с.291]. В работе А.А. Вербицкого, О.Г. Ларионовой «контекст – это система внутренних и внешних условий жизни и деятельности человека, которая влияет на восприятие, понимание и преобразование им конкретной ситуации, придавая смысл и значение этой ситуации как целому и ее компонентам» [24, с.124].

В статье [6] к контекстным задачам, «которые в нашей методической литературе принято называть задачами с практическим содержанием (практико-ориентированными)», относят «задачи, у которых контекст обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении, оказывает влияние на решение и его интерпретацию» [6, с.21]. По мнению О.М. Мясниковой, контекстными являются «задачи, содержание которых отражает ситуации, которые часто встречаются в реальной бытовой, производственной, общественной жизни. Их контекст создает условия для использования имеющихся у обучающихся теоретических знаний, оказывает влияние на интерпретацию полученных результатов» [4, с.110].

В данных определениях можно выделить характеристики, свойственные контекстным задачам: 1) рассмотрение реальных объектов; 2) описание связанной с ними реальной ситуации; 3) решение с обязательным использованием математического аппарата. В связи с этим точка зрения В.А. Далингера и О.В. Янущик, согласно которой контекстными называются «задачи, целью которых является разрешение стандартной или нестандартной ситуации (предметной, межпредметной или практической) посредством нахождения соответствующего способа решения с обязательным использованием математических знаний» [1, с.66]) не берется нами за основу, так как объем определяющего понятия в ней, по нашему мнению, шире объема понятия контекстной задачи.

Кроме перечисленных характеристик, в приведенных определениях контекстных задач акцентируется внимание на создании условий для использования математического аппарата и его интерпретации, что даёт основание наряду со свойствами 1-3 выделить ещё одно существенное свойство контекстных задач: 4) использование геометрического аппарата является следствием интерпретации условия задачи, то есть геометрическая терминология в формулировке задачи не используется, она выявляется посредством анализа контекста. Т.е. при работе над контекстной задачей ученик должен самостоятельно выявить те геометрические факты, которые надо применить, распознать те геометрические фигуры, форму которых имеют реальные объекты.

Примером задачи, обладающей свойствами 1 – 4, является следующая задача: «Найдите стоимость металлопрофиля для установки забора высотой 1,2 м, требующегося для ограждения земельного участка размером 20 м×14 м, если цена квадратного метра металлопрофиля составляет 9,6 рублей». Такие задачи мы относим к числу контекстных задач (реальные объекты: забор, металлопрофиль, земельный участок; реальная ситуация: ограждение земельного участка забором; распознавание геометрических фактов: чтобы найти стоимость металлопрофиля, нужно найти площадь прямоугольников, форму которых имеет забор).

Итак, под *контекстной задачей по геометрии* будем понимать задачу, формулировка которой отражает реальную жизненную ситуацию без использования специальной геометрической терминологии, требующую применения геометрических знаний. Связь между объёмами понятий практической, практико-ориентированной, прикладной и контекстной задач проиллюстрирована на рисунке 2.

Рисунок 2 - Связь между объёмами понятий практической, практико-ориентированной, прикладной и контекстной задач

Проанализируем требования к контекстным задачам, выделенные в работах О.М. Мясниковой [4], М.С. Горбузовой [25], В.А. Далингера [5], а также предлагаемые в рамках анализа международного опыта разработки контекстных заданий [6].

Одним из требований к контекстным задачам является обеспечение комплексной, всесторонней проверки знаний, умений и навыков учащихся по различным темам и разделам математики, другим предметным областям [6]. На наш взгляд, это требование ограничивает функциональные возможности контекстных задач при обучении геометрии, так как предполагает их использование лишь на уроках обобщения и систематизации знаний, в то время как их можно использовать на различных этапах процесса обучения.

Ещё одним требованием является необходимость предъявления контекста в разнообразной форме: таблиц, схем, графиков, рисунков, чертежей, диаграмм. На наш взгляд, это требование является оправданным, так как задействует различные механизмы восприятия и интерпретации информации, необходимые в практической деятельности человека.

Важным является требование явного или неявного указания на сферу применения результатов, полученных в ходе решения задачи, и их значимость. Это способствует мотивации учебно-познавательной деятельности учащихся и формированию эмоционально-ценностного отношения к геометрическим знаниям.

Требования о наличии избыточных, недостающих или противоречивых данных и о возможности иметь более одного решения, на наш взгляд, является избыточным и может быть отнесено к исследовательским контекстным задачам, связанным с поиском оптимальных решений задач, возникающих в различных сферах деятельности человека, например, задачи по снижению стоимости металлопрофиля, требуемого для изготовления забора. Требования о нестандартности, оригинальности, проблемности контекстной задачи, выделенные в работах [2], [26], [27], также могут быть отнесены к исследовательским контекстным задачам.

Требования к задачам прикладного характера о «реальности описываемой в условии задачи ситуации, числовых значений данных, постановки вопроса и полученного решения» [8, с.5], выделенные в работах И.М. Шапиро [8], М.М. Лимана [21], «о доступности фабулы задачи для понимания» [28], [22], на наш взгляд, не противоречат выделенным нами существенным свойствам понятия контекстной задачи, поэтому отнесем их к требованиям к контекстным задачам по геометрии.

Таким образом, на наш взгляд, контекстные задачи по геометрии должны отвечать следующим *требованиям*:

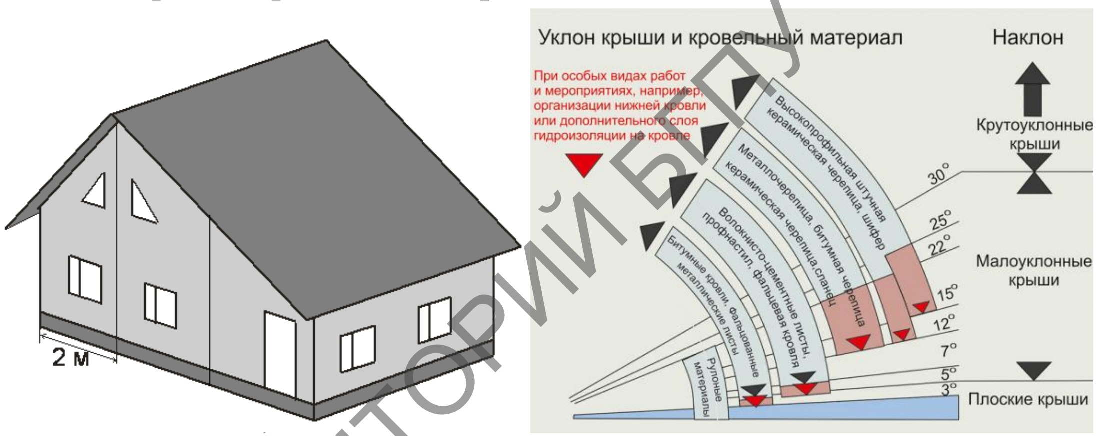
1) реальность числовых значений данных, требования задачи и предполагаемого решения;
2) доступность фабулы задачи для понимания: используемые нематематические термины должны быть известны школьникам из других учебных дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны;
3) явное или неявное указание на сферу применения результатов решения задачи и их значимость;
4) предъявление контекста задачи в разнообразной форме: таблицы, схемы, графики, рисунки, чертежи, диаграммы.

Функции контекстных задач в обучении геометрии. В работах [29], [30] отмечается, что учебные математические задачи, в том числе практические, практико-ориентированные, прикладные и контекстные, в разной степени выполняют обучающие, развивающие и воспитательные функции. Контекстные задачи, как правило, используются для обобщения и систематизации знаний и диагностики уровня владения учащимися содержанием математического образования [6]. Проанализируем и выявим другие функции контекстных задач и их преимущества перед практическими, практико-ориентированными и прикладными задачами.

На основании выделенного существенного свойства контекстных задач о рассмотрении в них реальной ситуации, требования к контекстным задачам об указании сферы применения и значимости результатов их решения можно выделить *мотивационную функцию* контекстных задач. Эта функция реализуется контекстными задачами в большей степени, чем другими задачами практической направленности, так как обеспечивает более осознанное овладение геометрическими знаниями, умениями и навыками.

Например, при изучении темы «Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей» на подготовительном этапе учащимся может быть предложена задача №1 (для ознакомления), мотивирующая усвоение понятий двугранного угла, линейного угла двугранного угла и овладение способами таких геометрических действий как построение и нахождение величины линейного угла двугранного угла, которую можно решить после изучения перечисленных понятий.

Задача №1. Проверьте возможность укладки металлочерепицы в качестве кровельного материала для дачного домика размером 6 м × 6 м (рис.3, а), если расстояние от конька до плоскости пола мансарды составляет 3,5 м, а минимальные показатели уклона крыши (уклон крыши – угол наклона кровли относительно горизонтального уровня) для каждого строительного материала приведены на рис. 3, б.



а) *б)*

Рисунок 3

Решение. *Угол наклона кровли относительно горизонтального уровня можно представить как двугранный угол, одна грань которого лежит в плоскости одного из скатов крыши, другая – в плоскости пола мансарды. Чтобы вычислить его градусную меру, нужно найти линейный угол этого двугранного угла.*

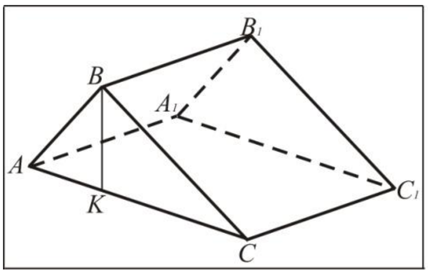


Рисунок 4

1) Рассмотрим модель мансарды – прямую треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$ (рис. 4). $AA_1 \perp AB$, $AA_1 \perp AC$, значит, $\angle(A_1AB;\ A_1AC) = \angle BAC$; $CC_1 \perp BC$, $CC_1 \perp AC$, значит, $\angle(BCC_1;\ ACC_1) = \angle BCA$.

2) Пусть $BK \perp AC$, $K \in AC$, $AK = 2$ м, тогда $KC = AC - AK = 6 - 2 = 4$ м. Заметим, что $\mathrm{tg}\angle BAC > \mathrm{tg}\angle BCA$, т.к. $AK < KC$. Учитывая, что металлочерепица подходит для крыш, уклон которых больше 22°, достаточно найти значение градусной меры угла BCA.

3) По условию BK = 3,5 м, тогда $\text{tg}\angle BCA = \frac{BK}{KC} = \frac{3,5}{4} = 0,875$, $\angle BCA \approx 41^\circ > 22^\circ$, следовательно, металлочерепица подходит в качестве кровельного материала для данного дома (рис.3, *б*).

Ответ: металлочерепица подходит в качестве кровельного материала.

Приведенную ниже задачу №2 можно использовать для мотивации овладения умением находить объем цилиндра.

Рисунок 5

Задача №2. Сколько золотых рыбок можно запустить в аквариум цилиндрической формы (рис.5), если расстояние между дном и крышкой аквариума равно диаметру дна и равно 90 см, а уровень воды в аквариуме на 3 см ниже уровня крышки? На одну золотую рыбку рекомендуется объем не менее 50 литров.

Решение. *Для ответа на вопрос задачи необходимо узнать объем воды в аквариуме, а для этого нужно вычислить объем цилиндра.*

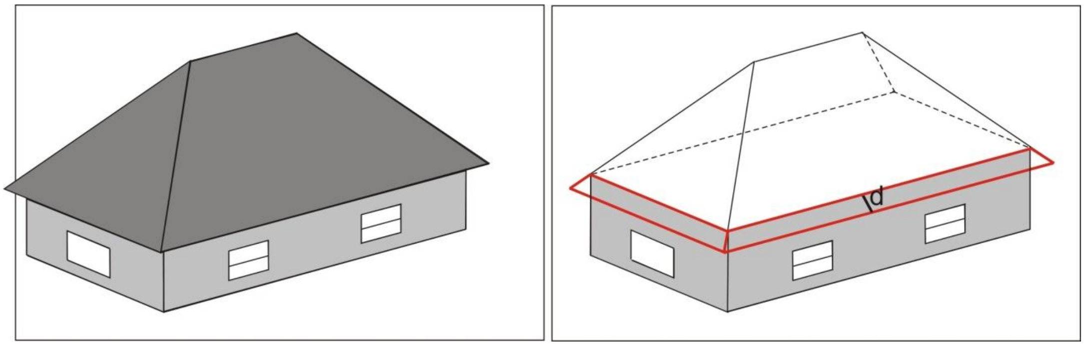
1) Радиус основания цилиндра (радиус дна аквариума) R = 45 см, его высота (уровень воды) H=87 см. Объем цилиндра $V = \pi R^2 H = \pi \cdot 45^2 \cdot 87 \approx$ 553189,5 (см^3) = 553,1895 (л)$== 553189{,}5(см^3) = 553{,}1895(л)$.

2) Т.к. на одну золотую рыбку требуется объем не менее 50 литров, получаем $n = \frac{V}{50} = \frac{553{,}1895}{50} \approx 11{,}06$. Поскольку количество рыбок измеряется целым числом, то n=11.

Ответ: 11 золотых рыбок.

Ещё одной важной функцией контекстных задач является *обучение приёмам создания и интерпретации графических моделей реальных объектов*. Эта функция обусловлена необходимостью перевода условия контекстной геометрической задачи на язык геометрии и обратно (ориентировочная основа действия по созданию графической модели реального объекта, а также приемы создания графических моделей описаны нами в статье [31]). Так, например, на уроке обобщения и систематизации знаний по теме «Многогранники» (11 класс) может быть рассмотрена контекстная задача №3, акцентирующая внимание на значимости умения строить графические модели пространственных геометрических фигур, отображающих реальные объекты.

Задача №3. Рассчитайте стоимость ондулина для четырехскатной крыши дома размером 10 м × 16 м (рис.6, а) с попарно равными противоположными скатами, если высота и длина конька крыши составляют 4 м и 12 м соответственно. Длина карнизного свеса d (рис.6, б) равна 60 см, а стоимость одного кровельного листа ондулина с полезной площадью 1,6 м^2 составляет 12,8 руб.



а) б)

Рисунок 6

Решение. *Для расчета стоимости ондулина необходимо найти площадь покрываемой им поверхности.*

1) Рассмотрим модель четырехскатной крыши, которую с учётом карнизных свесов можно представить как геометрическую конструкцию, состоящую из двух четырехугольных пирамид *FABMK* и *GNRCD* и прямой треугольной призмы *FMKGRN* (рис.7). Вычислим площади треугольников *ABF*, *GDC* и трапеций *AFGD, BFGC*.

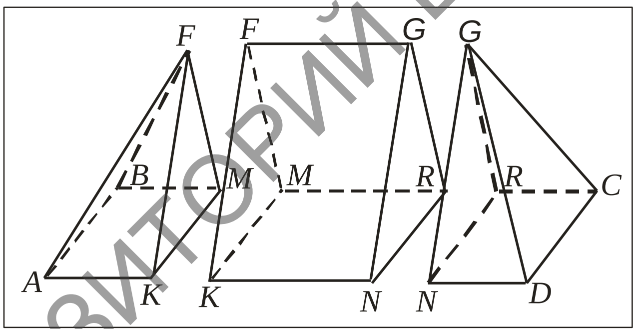
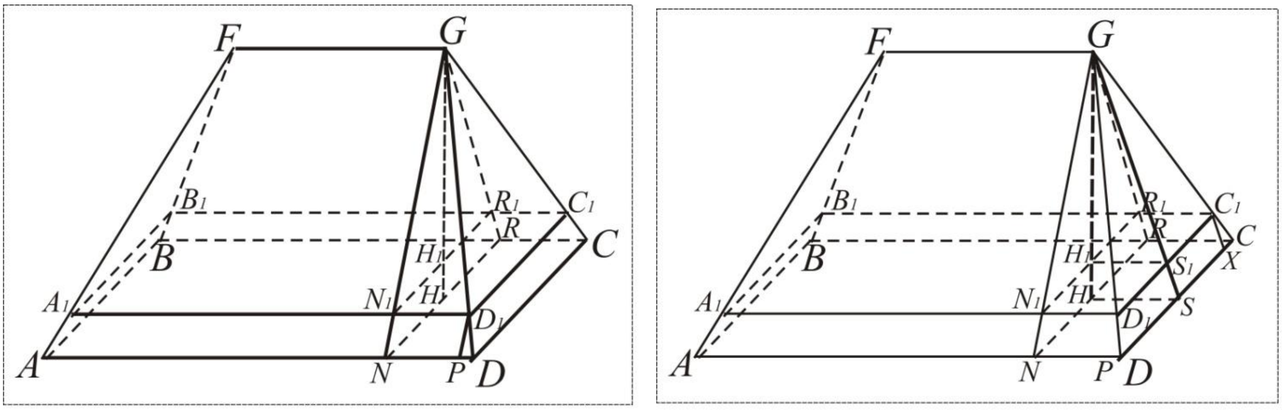


Рисунок 7

2) Пусть плоскость $A_1B_1C_1$, параллельная плоскости *ABC*, отображает плоскость основания крыши без учёта карнизных свесов (рисунок 8, *а*), тогда $A_1D_1 = 16$ м, $D_1C_1 = 10$ м, *FG*=12 м, $D_1P = 0{,}6$ м, где $D_1P \perp AD$, $P \in AD$. Высота конька – это расстояние между прямой *FG* и параллельной ей плоскостью $A_1B_1C_1$. Пусть $GH_1 \perp (A_1B_1C_1)$, $H_1 \in (A_1B_1C_1)$, тогда $GH_1 = 4$ м.



а) б)

Рисунок 8

3) $S_{BFGC} = S_{AFGD} = \dfrac{FG + AD}{2} \cdot GN$. Длина отрезка $GN = GN_1 + N_1N$ ($N_1 = GN \cap A_1D_1$), $GN_1 = \sqrt{GH_1^2 + N_1H_1^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$ (м), $N_1N = D_1P = 0{,}6$ м. Длина отрезка $AD = A_1D_1 + 2PD$, $PD = \dfrac{PD_1 \cdot D_1N_1}{N_1G} = \dfrac{1{,}2}{\sqrt{41}}$ (м) в силу подобия треугольников DD_1P и D_1GN_1. В результате $S_{AFGD} = \dfrac{12 + 16 + \dfrac{2{,}4}{\sqrt{41}}}{2} \cdot (\sqrt{41} + 0{,}6) \approx$ 99,33(м^2).

4) $S_{\Delta FAB} = S_{\Delta GDC} = \dfrac{1}{2} CD \cdot GS$ ($GS \perp DC$, $S \in DC$) (рис.8, б). Длина отрезка $GS = GS_1 + S_1S$ ($S_1 = GS \cap C_1D_1$), $GS_1 = \sqrt{GH_1^2 + S_1H_1^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ (м), $S_1S = D_1P = 0{,}6$ м. Длина отрезка $DC = D_1C_1 + 2CX$, $CX = \dfrac{XC_1 \cdot C_1S_1}{S_1G} = \dfrac{3}{2\sqrt{5}}$ (м) в силу подобия треугольников CXC_1 и C_1S_1G. В результате $S_{\Delta GDC} = \dfrac{1}{2} \cdot (10 + \dfrac{3}{2\sqrt{5}}) \cdot (2\sqrt{5} + 0{,}6) \approx 27(\text{м}^2)$.

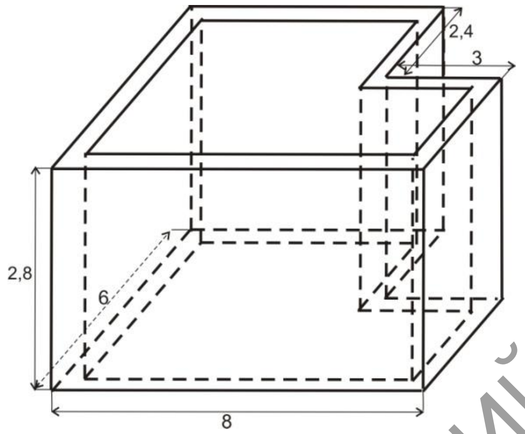
5) Итак, площадь покрываемой ондулином поверхности $S = 2(S_{\Delta FGD} + S_{\Delta GDC}) = 2 \cdot 99{,}33 + 2 \cdot 27 \approx 252{,}66(\text{м}^2)$. Число листов ондулина $n = \dfrac{S}{1{,}6} \approx \dfrac{252{,}66}{1{,}6} \approx 157{,}9$. Округлим найденное число до 158 листов. Таким образом, стоимость материала для крыши обойдется в $C = 158 \cdot 12{,}8 = 2022{,}4$ (руб.)

Ответ: 2022,4 руб.

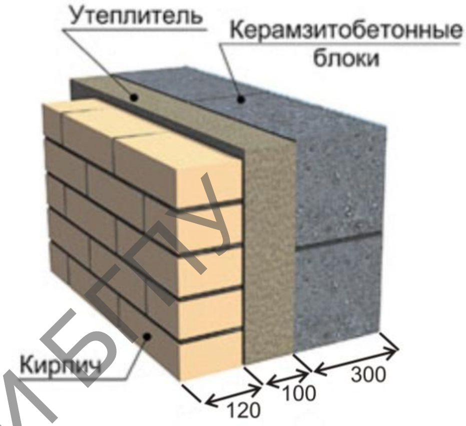
При решении данной задачи внимание учащихся обращается на недостаточность информации, получаемой при анализе графических моделей плоских геометрических фигур. Приведём фрагмент беседы: «Изобразите скаты крыши, отметьте на изображениях данные размеры. Какие из данных размеров нельзя указать на изображениях плоских геометрических фигур? Какая геометрическая модель может быть полезна? Какие геометрические величины, необходимые для решения задачи, можно найти с её помощью?»

С целью формирования умения читать графические модели реальных объектов после изучения темы «Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда» в 11 классе в качестве домашнего задания можно предложить задачу №4, решение которой требует выявления геометрических фигур и их размеров, требуемых для решения задачи по графической модели объекта.

Задача №4. На рисунке 9, *а* представлена графическая модель стен жилого дома (без учета фундамента), где линейные размеры указаны в метрах. Рассчитайте стоимость покупки блоков из керамзитобетона для возведения стен дома, если стоимость 1 кубометра блоков размером $490 \times 300 \times 240$ мм составляет 109 руб. Размеры окон таковы: $2м \times 1{,}5м$ (2 окна), $1{,}5м \times 1{,}5м$ (3 окна). Внутренняя часть стены выкладывается из блоков, внешняя – из кирпича размером $250 \times 120 \times 65$ мм, 10 см стены отводится на утеплитель (рис. 9,*б*, размеры представлены в миллиметрах).



а)



б)

Рисунок 9

Решение. *Для расчета стоимости блоков, продажа которых осуществляется в кубометрах, необходимо узнать занимаемый ими объем. Данный объем складывается из объёмов 6 параллелепипедов за вычетом суммарного объема пяти параллелепипедов, отображающих окна.*

1) Объемы параллелепипедов, отображающих стены: $V_1 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot 6 = 5{,}04$ (м³); $V_2 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot (8 - 2 \cdot 0{,}52) \approx 5{,}85$ (м³); $V_3 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot (6 - 2{,}4) = 3{,}024$ (м³); $V_4 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot (3 - 2 \cdot 0{,}52) \approx 1{,}65$ (м³); $V_5 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot (2{,}4 + 0{,}52) \approx 2{,}45$ (м³); $V_6 = 0{,}3 \cdot 2{,}8 \cdot (8 - 3 - 2 \cdot 0{,}52) \approx 3{,}33$ (м³) (рис.10).

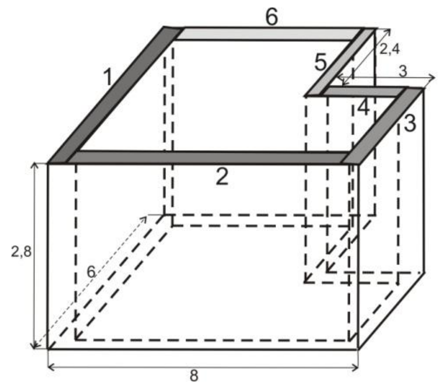


Рисунок 10

2) Объемы параллелепипедов, отображающих окна: $V_7 = 0{,}3 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 0{,}9$ (м³), $V_8 = 0{,}3 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}675$ (м³).

3) Объём, занимаемый требуемыми блоками, равен $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 - 2 \cdot V_7 - 3 \cdot V_8 = 17{,}519$ (м³). Стоимость блоков $C = 109 \cdot 17{,}519 = 1909{,}571$ (руб).

Ответ: *1909,571 руб.*

Разнообразие сфер жизнедеятельности человека, которое отражается в содержании контекстных задач, в отличие от практических и практико-ориентированных, не являющихся контекстными (в них многие ситуации созданы искусственно, например, «Каких размеров потребовался бы кубический ящик, чтобы вместить всех людей на свете (1700 миллионов), считая по 6 человек в 1 куб. метре (объем человеческого тела – около 50 куб.дециметров) [32, с.156]»), пополняет опыт применения геометрии в реальной жизни людей. Например, решение задачи №5 обогащает опыт применения геометрических знаний, умений, навыков в сфере проектирования и строительства мостов.

Задача №5. Сколько рейсов с песком нужно сделать самосвалу МАЗ грузоподъемностью 20 т при сооружении насыпи к автомобильному мосту, если 1 м^3 вмещает 1,55 т песка. Размеры на чертеже заданы в метрах (рис.11).

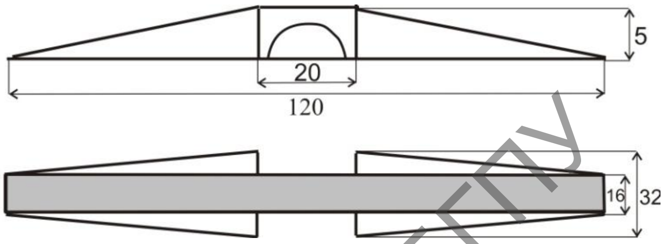
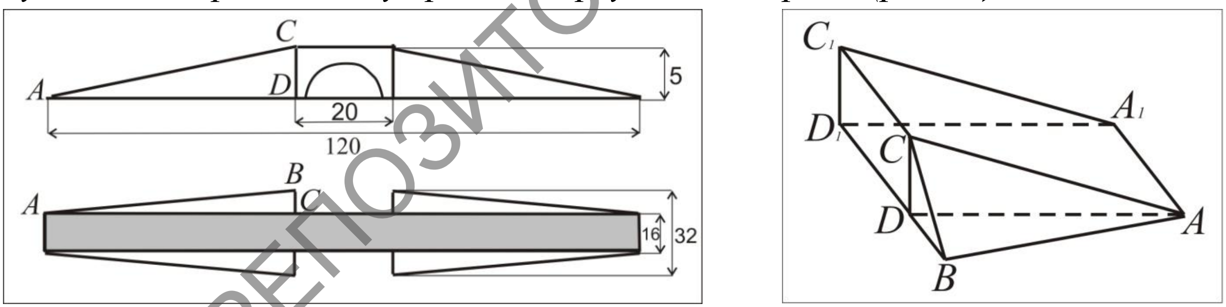


Рисунок 11

Решение. *Для ответа на вопрос задачи нужно найти объем насыпи, а затем, учитывая плотность песка, найти его массу. Сооружаемая насыпь имеет форму геометрической фигуры, состоящей из четырех равных треугольных пирамид и двух равных треугольных призм (рис.12).*



а) *б)*

Рисунок 12

1) Рассмотрим треугольную пирамиду $ABCD$ и прямую треугольную призму $CDAC_1D_1A_1$, являющиеся частью графической модели насыпи. Длина отрезка $CD=5$ м, $DB=\frac{32-16}{2}=8$ (м), $DA=\frac{120-20}{2}=50$ (м), $DD_1=16$ м.

2) $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{BDA}\cdot CD=\frac{1}{6}BD\cdot DA\cdot CD=\frac{1}{6}\cdot 8\cdot 50\cdot 5=33\frac{1}{3}$ (м³).

3) $V_{CDAC_1D_1A_1}=S_{CDA}\cdot DD_1=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot DA\cdot DD_1=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 50\cdot 16=2000$ *(м³).*

4) Искомый объем насыпи равен $V = 4 \cdot V_{ABCD} + 2 \cdot V_{CDAC_1D_1A_1} = 4 \cdot 33\frac{1}{3} + 2 \cdot 2000 = \frac{16000}{3} \approx 5333\,(\text{м}^3)$. Масса песка $m = \frac{V}{1{,}55} = \frac{5333}{1{,}55} = 3441(\text{т})$. Таким образом, количество рейсов $n = \frac{m}{20} \approx \frac{3441}{20} \approx 172{,}05$, т.е. $n = 172$.

Ответ: 172 рейса.

Выделенное нами выше существенное свойство контекстных задач об отсутствии геометрической терминологии в формулировке задач дает возможность выделить **специфическую** функцию контекстных задач – *выявление и распознавание геометрических объектов и связанных с ними фактов, используемых для разрешения реальной ситуации.* Например, для ответа на вопрос задачи №5 нужно найти объем песка в кубических метрах, а затем перевести его в тонны.

Таким образом, контекстные задачи, являясь отдельным классом задач с практическим содержанием, помимо общепринятых функций задач (обучающая, развивающая, воспитательная, [3], [8]), **интегрируют** в себе следующие функции:

- мотивация учебно-познавательной геометрической деятельности;
- обучение приемам создания и интерпретации графических моделей реальных объектов;
- обогащение опыта применения геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека;
- распознавание геометрических фактов и фигур, применимых для разрешения реальной ситуации.

Отметим, что в научно-методической литературе нет сборников контекстных задач по геометрии, а имеющиеся сборники прикладных, практико-ориентированных задач, задач с практическим содержанием ([21], [22], [23], [33], [34], [35], [36] и др.), условия которых раскрывают используемый геометрический аппарат, ограничиваются лишь некоторым количеством задач по отдельным темам курса геометрии. Знания учащихся о применении математики носят несистемный, отрывочный характер, что приводит к необходимости разработки методики построения системы контекстных задач, обеспечивающей систематическое пополнение опыта применения геометрических знаний в реальной действительности, и методики обучения учащихся геометрии с использованием системы контекстных задач.

Заключение

В статье выявлено содержание понятий практической, практико-ориентированной, прикладной и контекстной задач, выяснено соотношение между объёмами этих понятий. Установлено, что наибольший объём имеет понятие практической задачи, объёмы остальных перечисленных понятий находятся в отношении включения. Уточнено определение понятия контекстной задачи по геометрии – задача, формулировка которой отражает реальную жизненную ситуацию без использования специальной геометрической терминологии, требующая применения геометрических знаний.

Обобщены методические требования к контекстным задачам: 1) реальность значений данных, требования задачи, результата; 2) доступность фабулы задачи для понимания; 3) указание на сферу применения результатов решения и их значимость; 4) предъявление контекста задачи в разнообразной форме: таблицы, схемы, графики, рисунки, чертежи, диаграммы.

Определена роль контекстных задач при обучении геометрии, состоящая в интеграции функций мотивации деятельности, обучения приемам создания и интерпретации графических моделей реальных объектов, обогащения опыта применения геометрических знаний, умений, навыков в различных областях деятельности человека, распознавания геометрических фактов и фигур, применимых для разрешения реальной ситуации. На примерах контекстных задач по стереометрии для учащихся 10-11 классов проиллюстрирована реализация вышеперечисленных функций.

Список использованной литературы

1. *Далингер, В.А.* Контекстные задачи по математике как средство диагностики уровня сформированности предметной компетенции у студентов инженерной специальности / В.А. Далингер, О.В. Янущик // Высшее образование сегодня. – 2011. – № 10. – С. 65-67.
2. *Константинова, Т.Н.* Контекстные задачи как средство формирования приемов математического моделирования у учащихся общеобразовательной школы / Т.Н. Константинова // Мир науки, культуры, образования. – 2014. – № 1. – С. 30-32.
3. *Рыбалко, Н.А.* Контекстные задачи по курсу теории вероятностей и математической статистики, их роль и место в формировании математической компетенции / Н.А. Рыбалко // Реализация компетентностного подхода в процессе обучения математике : коллективная монография / Соликамск : СГПИ. – Изд. Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ». – 2014. – С. 54-65.
4. *Мясникова, О.М.* Использование контекстных задач при оценивании метапредметных результатов / О.М. Мясникова // Пермский педагогический журнал. – 2014. – № 5. – С. 110-113.
5. *Далингер, В.А.* Контекстные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса математики / В.А. Далингер // Международный журнал фундаментальных и прикладных исследований. – 2013. – № 10. – С. 112-113.
6. *Денищева, Л.О.* Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике / Л.О. Денищева, Ю.А. Глазков, К.А. Краснянская // Математика в школе. – 2008. – № 6. – С. 19-30.
7. *Фридман, Л.М.* Как научиться решать задачи : Кн. для учащихся ст. классов сред. шк. / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – Изд. 3-е, дораб. – М. : Просвещение, 1989. – 192 с.
8. *Шапиро, И.М.* Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : Кн. для учителя / И.М. Шапиро. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.

9. *Терешин, Н.А.* Прикладная направленность школьного курса математики : Кн. для учителя / Н.А. Терешин. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с.
10. Учебные программы по учебным предметам для учреждений общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания. V класс. – Минск : Национальный институт образования, 2015. – 224 с.
11. *Шелехова, Л.В.* Сюжетные задачи по математике : учеб.-метод. пособие / Л.В. Шелехова. – Майкоп : АГУ, 2007. – 174 с.
12. *Фридман, Л.М.* Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. Учеб. пос. для учителей и студентов педвузов и колледжей / Л.М. Фридман. – М. : Школьная Пресса, 2002. – 208 с.
13. *Фефилова, Е.Ф.* Структура задачи и ее место в построении линии сюжетных задач в основной школе / Е.Ф. Фефилова // Вестник ТГПУ. – 2009. – № 10. – С. 111-116.
14. *Ожегов, С.И.* Толковый словарь русского языка: 80000 слов и фразеологических выражений / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова. – Изд. 4-е, дополненное. – М. : ООО «А ТЕМП», 2006. – 944 с.
15. *Ушаков, Д.Н.* Толковый словарь современного русского языка / Д.Н. Ушаков. – М. : Аделант, 2013. – 800 с.
16. *Колягин, Ю.М.* Развитие возможностей школьников в усвоении математики посредством задач / Ю.М. Колягин, В.Ф. Харьковская, В.Г. Гульчевская // Оптимизация процесса обучения математике (аспект выбора и использования различных средств обучения) : сб. науч. тр. – М., 1978.
17. *Шлыков, В.В.* Геометрия : учеб. пособие для 7-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / В.В. Шлыков. – Минск : Нар.асвета, 2011. – 197 с.
18. *Латотин, Л.А.* Математика : учеб. пособие для 7-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский. – Изд. 4-е изд., испр. и доп. – Минск : Нар.асвета, 2014. – 367 с.
19. *Тухолко, Л.Л.* Геометрия в 7 классе : учеб.-метод. пособие для учителей учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л.Л. Тухолко, В.В. Шлыков. – Минск : Аверсэв, 2012. – 223 с.
20. *Лисова, М.И.* Планиметрия. Итоговое повторение: Пособие для учащихся учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования / М.И. Лисова, О.Н. Пирютко. – Мн.: Аверсэв, 2004. – 416 с.
21. *Лиман, М.М.* Практические задачи по геометрии для восьмилетней школы : Пособие для учителя / М.М. Лиман. – М.: Учпедгиз, 1961. – 92 с.
22. *Рейнгард, И.А.* Сборник задач по геометрии и тригонометрии с практическим содержанием / И.А. Рейнгард. – М.: Учпедгиз, 1960. – 115 с.
23. *Перельман, Я.И.* Новый задачник по геометрии / Я.И. Перельман. – Изд. 4-е. – М.: Государственный издатель, 1925. – 176 с.
24. *Вербицкий, А.А.* Личностный и компетентностный подходы в образовании: проблемы интеграции / А.А. Вербицкий, О.Г. Ларионова. – М. : Логос, 2010. – 336 с.
25. *Горбузова, М.С.* Методика использования систем контекстных задач при обучении будущих учителей информационным технологиям : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / М.С. Горбузова. – Волгоград, 2015. – 184 с.
26. *Долгополова, Е.Я.* Контекстные задачи как средство формирования профессиональной компетентности будущего учителя математики / Е.Я. Долгополова // Ученые записки Забайкальского государственного университета. – 2012. – № 6. – С. 137-140.
27. *Янущик, О.В.* Контекстные задачи как средство формирования ключевых компетенций студентов технических специальностей / О.В. Янущик, А.И. Шерстнева, Е.Г. Пахомова // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6.
28. *Егупова, М.В.* Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя. Монография / М.В. Егупова. – М.: МПГУ, 2014. – 284 с.

29. *Колягин, Ю.М.* Задачи в обучении математике. Ч.1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977. – 113 с.

30. *Колбина, Е.В*. Требования к подбору задач как одно из условий реализации компетентно-контекстного обучения математике в техническом вузе [Электронный ресурс] / Современные проблемы науки и образования : электронный научный журнал. – Режим доступа: https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=9595. – Дата доступа: 20.12.2016.

31. *Карневич, О.Н.* Теоретические аспекты формирования геометрической компетенции учащихся при обучении геометрии в школе / О.Н. Карневич // Матэматыка. – 2013. – № 6. – С. 7-20.

32. *Перельман, Я.И.* Практические занятия по геометрии / Я.И. Перельман. – М.: Государственный издатель, 1923. – 176 с.

33. *Варданян, С.С*. Задачи по планиметрии с практическим содержанием : Кн. для учащихся 6-8 кл. сред. шк. / С.С. Варданян. – М. : Просвещение, 1989. – 144 с.

34. *Гуткин, Л.И.* Сборник задач по математике с практическим содержанием (для техникумов) / Л.И. Гуткин. – М. : Высшая школа, 1968. – 111 с.

35. *Апанасов, П.Т.* Сборник математических задач с практическим содержанием : Кн. для учителя / П.Т. Апанасов, Н.П. Апанасов. – М. : Просвещение, 1987. – 110 с.

36. *Смирнова, И.М.* Геометрические задачи с практическим содержанием / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М. : МЦНМО, 2010. – 136 с.