

Т Р У Д Ы

Белорусского  
государственного  
технологического  
университета

Серия VI

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
НАУКИ  
И ИНФОРМАТИКА**

ВЫПУСК XI

*Издается с июля 1993 года  
Выходит один раз в год*

Минск 2003.

В.Р. Соболев, вед. науч. сотрудник; О.Н. Мазуренко, науч. сотрудник;  
Н.В. Францкевич, преподаватель

## РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ КОМПОЗИЦИОННОГО КРИОПРОВОДНИКА НА ОСНОВЕ ВЫСОКОЧИСТОГО АЛЮМИНИЯ

Charge transport in a strip aluminum-copper conductor with ohmic contact between elements are considered and its specific resistance is estimated.

Композиционные проводящие материалы, применяемые в качестве элементов стабилизации сверхпроводников, представляют собой анизотропные неоднородные среды и разрабатываются с целью сочетания благоприятных свойств по переносу заряда в магнитном поле одного из составляющих композит элементов с прочностными свойствами другого.

В качестве элементов композитов применяют чистый алюминий в комбинации с его твердыми растворами или медью (рис.1). Для композиционного материала характерна неоднородность холловской проводимости на границе раздела и, как следствие, боковой дрейф частиц и дополнительная диссипация энергии электрического поля. При использовании твердых растворов алюминия холловские поля элементов противоположны, но для достижения требуемой жесткости в алюминий следует вводить много примесей, что ухудшает кинетические свойства. Преимущества меди – в ее большей технологичности и теплопроводящих качествах, и ей чаще отдают предпочтение.

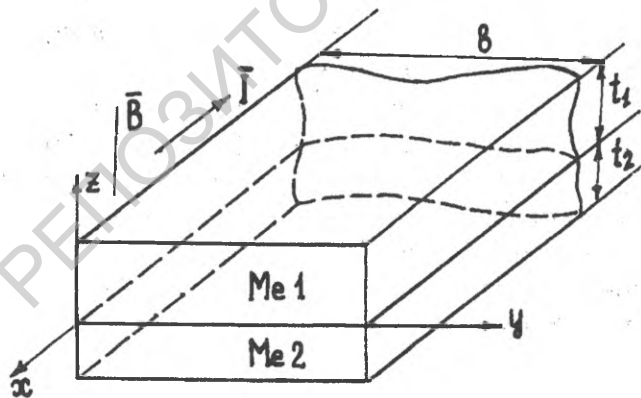


Рис. 1. Пластина́тый композиционный проводник из двух элементов (Me1 и Me2) различной толщины и его ориентация относительно магнитного поля

Расчет характеристик таких материалов обычно основан на приближениях [1, 2], предполагающих втекание и вытекание поперечного тока через боковые грани, по которым элементы закорачиваются сверхпроводником, при изоляции по границе раздела. Для неизолированной границы имеет место перетекание носителей через поверхность из-за различий в типе проводимости. В данной статье рассмотрен композиционный проводник с омическим контактом между элементами и оценено его удельное сопротивление. Исследование проведено в два этапа. Сначала рассчитывается гипотетический вариант, для которого элементы идентичны по геометрии и по кинетическим свойствам, за исключением знака недиагональных компонент тензора проводимости. Затем оценивается сопротивление реального алюминий-медного проводника.

Протекание тока через гипотетический проводник исследуется на примере материала, состоящего из обычного алюминия  $Al^+$  (Me1) с дырочным типом проводимости и его электронного аналога  $Al^-$  (Me2). При этом используются традиционные приближения большой длины и однородности свойств вдоль тока, что позволяет рассматривать двумерную задачу [2, 3]. Эффективное сопротивление  $\rho$  обычно оценивают как коэффициент пропорциональности между составляющей вдоль потока заряда электрического поля  $E_x$  и усредненной по толщине плотностью тока  $j_x$ .

$$\rho = [(t_1 + t_2)] \left[ \int j_{x1} dz + \int j_{x2} dz \right]^{-1} E_x. \quad (1)$$

Условие циркуляции вектора напряженности электрического поля  $E$  вдоль замкнутого контура, проходящего по боковым граням и на высоте  $z$  от границы раздела, позволяет записать исходное соотношение для компонент вектора плотности тока [4, 5]:

$$\rho_{yx} \int_0^b j_x dy + \rho_{yy} \int_0^b j_y dy + \rho_{yz} \int_0^b j_z dy + \rho_{zy} \int_0^z j_y dz + \rho_{zz} \int_0^z j_z dz + \rho_{zx} \int_0^z j_x dz = 0, \text{ которое мож-}$$

но упростить, допуская, что  $j_x$  и  $j_y$  являются лишь функциями координаты  $z$ :

$$b\rho_{yx} \partial j_x / \partial z + b\rho_{yy} \partial j_y / \partial z + b\rho_{yz} \partial j_z / \partial z + \rho_{zy} j_y + \rho_{zz} j_z + \rho_{zx} j_x = 0. \quad (2)$$

Используя условие однородности составляющей электрического поля вдоль потока заряда и равенство нулю поля Холла на границе раздела, из (2) можно получить составляющие плотности тока:

$$j_y \cong -(\rho_{yx} \sigma_{xx} / \rho_{yy}) E_x \exp \left[ \rho_{zy} z b^{-1} (\rho_{yx} \rho_{xy} \rho_{xx}^{-1} - \rho_{yy})^{-1} \right], \quad (3)$$

$$j_x \cong \left[ \sigma_{xx} - \frac{\sigma_{xy} \sigma_{yx}}{\sigma_{yy}} - \frac{\sigma_{xx}}{\rho_{yy} \sigma_{yy}} \frac{1}{1 + \rho_{zy} z b^{-1} (\rho_{yy} - \rho_{xy} \rho_{yx} \rho_{xx}^{-1})^{-1}} \right] E_x \quad (4)$$

Здесь  $b$  – ширина и, как видно,  $j_x$  и  $j_y$  зависят от отношения  $z/b$ . Для большого значения координаты  $z$  (отношение  $z/b$  велико) плотность поперечного тока  $j_y$  мала, плотность транспортного тока отвечает обычному выражению для холловских проводников  $j_x \cong E_x / \rho_{xx}$ . Для малой величины отношения  $z/b$  плотность поперечного тока  $j_y$  значительна, плотность транспортного тока можно представить выражением  $j_x \cong E_x \rho_{xx}^{-1} (1 - \sigma_{xx} \sigma_{yy}^{-1})$ .

Усредняя компоненту  $j_x$  по толщине  $t$ , получаем

$$\rho \cong \rho_{xx} \left\{ 1 - \left( R^H B \rho_{xx}^{-1} \right)^2 b t^{-1} \ln \left\{ \left[ 1 + \left( R^H B \rho_{xx}^{-1} \right)^2 \right]^{-1} t b^{-1} + 1 \right\} \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Здесь  $R^H$  – коэффициент Холла алюминия. Зависимость сопротивления  $\rho$  от индукции магнитного поля  $B$  рассчитана с использованием (5) (рис. 2). Из рисунка видно, что наибольшее изменение  $\rho$  с ростом  $B$  начинается при ширине  $b$ , меньшей толщины на два порядка. При меньших значениях  $b$  зависимость  $\rho$  отвечает поведению сопротивления отдельных элементов.

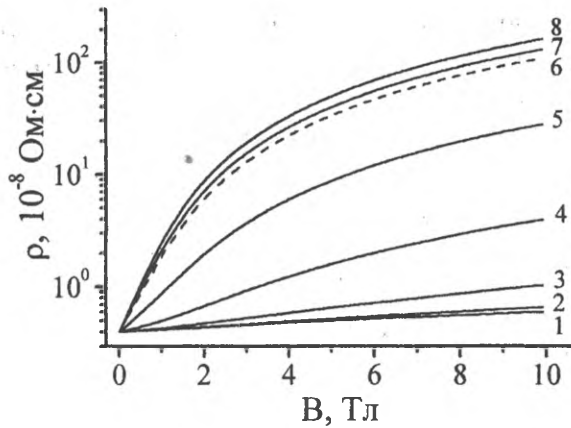


Рис. 2. Сопротивление гипотетического композиционного  $Al^+-Al^-$  проводника: величина насыщающейся части сопротивления  $\rho_s = 4 \cdot 10^{-9}$  Ом·см; толщина элемента  $t = 0.5$  см; ширина  $b$ , см:  $5 \cdot 10^{-6}$  (1),  $5 \cdot 10^{-5}$  (2),  $5 \cdot 10^{-4}$  (3),  $5 \cdot 10^{-3}$  (4),  $5 \cdot 10^{-2}$  (5), 0.5 (6), 1 (7), 1000 (8)

Для проводника, элементами которого является чистый алюминий (Me1) и алюминиевый сплав или медь (Me2), имеет место асимметрия тензоров проводимости и сопротивления. Частичная компенсация холловских электродвижущих сил должна привести к меньшему сопротивлению, чем для модельного гипотетического проводника.

Оценим сопротивление проводника, состоящего из двух элементов одинаковой ширины и разной толщины, с омическим контактом на границе раздела по широкой грани. Используем циркуляцию вектора  $E$  вдоль контура, проходящего только по одному из проводников, замыкая ее по границе раздела. Применяя тензорные соотношения связи, приходим к экспоненциальной зависимости поперечного тока от  $z$  вида (3). Для задания константы интегрирования, определяющей плотность тока на границе раздела, используем принцип соответствия. При симметричной геометрии элементов и противоположности по знаку их коэффициентов Холла поперечное поле на границе отсутствует,  $j_y|_{z=0} = -\rho_{yx}\rho_{yy}^{-1}j_x|_{z=0}$ . В рассматриваемом случае электрическое поле Холла на границе и поперечный ток должны определяться вкладом обоих элементов. С другой стороны,  $E_y|_{z=0}$  должно превращаться в обычное поле Холла, свойственное материалу, при полной симметрии элементов, а также стремиться к нему при значительном превышении толщины одного из элементов над другим. Этому требованию удовлетворяет поле вида

$$E_y|_{z=0} = -E_x \frac{\sum_M^{M1,M2} t_M \sigma_{yxM}}{\sum_M^{M1,M2} t_M \sigma_{yyM}} \quad (6)$$

Здесь нижний индекс  $M$  указывает на металл Me1 или Me2. Применяя (6), удельное сопротивление  $\rho$  можно представить в виде

$$\rho \cong \frac{\sum_{M1, M2} t_M}{\sum_M \frac{t_M}{\rho_M} - \sum_M \frac{M1, M2 \left[ (R_M^H B) \rho_M^{-1} + A \right] R_M^H B}{\rho_{0M} \rho_M b^{-1}} \left[ 1 - \exp \left( \frac{\rho_{0M} \rho_M t_M}{\left[ \rho_M^2 + (R_M^H B)^2 \right] b} \right) \right]}, \quad (7)$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности между полем Холла и  $E_x$  в (6);  $\rho_{0M}$  и  $\rho_M$  – продольная и диагональная поперечная компоненты тензора сопротивления материала одного из элементов. Выражение (7) позволяет оценить удельное электросопротивление пластинчатого композиционного проводника.

При расчетах алюминиево-медных проводников применяли концепцию диффузионной проводимости с корневой и линейной зависимостью диагональных компонент тензора сопротивления от  $B$ . Для области слабых полей использовали приближение квазисферичности изоэнергетической поверхности. Чистота элементов отвечала остаточному сопротивлению  $\rho_{xx Al} \cong 2 \cdot 10^{-9}$  Ом·см,  $\rho_{xx Cu} \cong 1 \cdot 10^{-9}$  Ом·см (рис. 3).

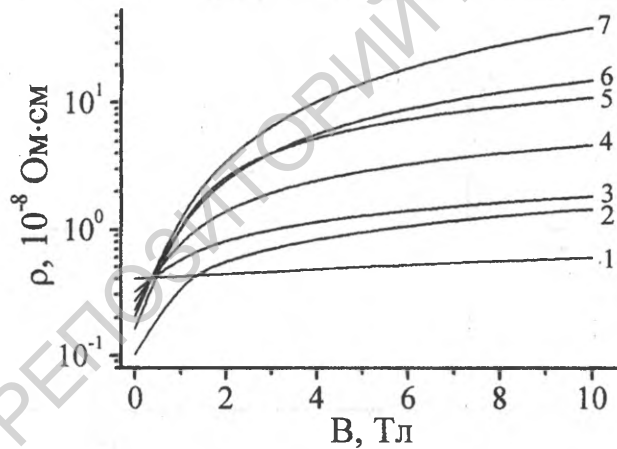


Рис. 3. Сопротивление алюминиево-медного композиционного пластинчатого проводника как функция магнитного поля при следующих соотношениях между представленными в сантиметрах толщинами элементов  $t_{Al}/t_{Cu}$ : 0.5/0 (1), 0/0.5 (2), 5/0.5 (3), 2.5/0.5 (4), 0.5/0.5 (5), 1.5/0.5 (6), 1/0.5 (7);  $b = 1$  см

Как видно, значения эффективного удельного сопротивления превышают уровни удельного сопротивления каждого из элементов (кривые (1) для  $Al$  и (2) для  $Cu$ ). Сопротивление алюминиево-медного проводника в зависимости от  $t_{Al}/t_{Cu}$  является монотонной функцией  $t_{Al}/t_{Cu}$  с максимумом при значениях аргумента порядка 1 (рис. 4). В асимптотическом пределе  $\rho$  стремится к сопротивлению каждого из элементов.

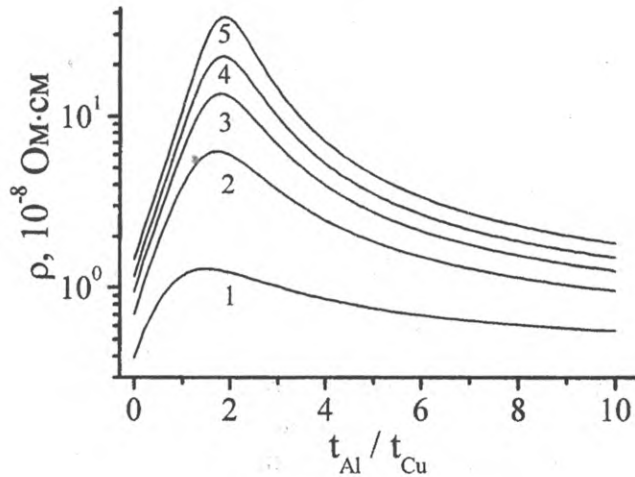


Рис.4. Сопротивление *Al-Cu* композита как функция отношения толщин его элементов  $t_{Al}/t_{Cu}$  в магнитном поле  $B$ , Тл: 1 (1); 3 (2); 5 (3); 7 (4); 10 (5);  $b = 1$  см

Поведение сопротивления алюминиево-медного композиционного проводника при различных величинах сопротивления элементов (от  $10^{-10}$  Ом·см до  $10^{-6}$  Ом·см) показывает влияние на  $\rho$  степени их чистоты (рис. 5).

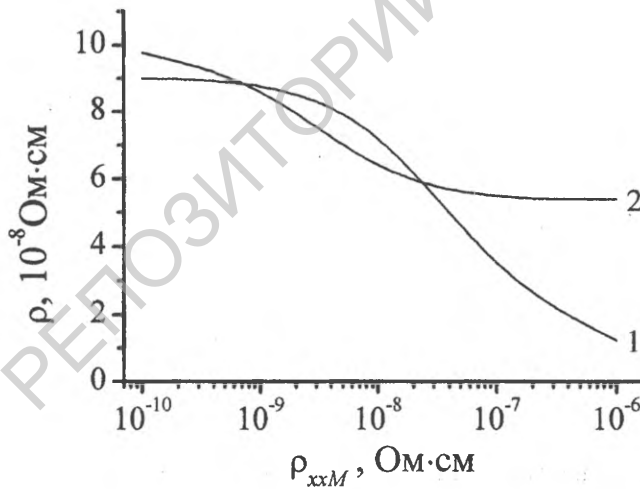


Рис. 5. Сопротивление *Al-Cu* композита как функция чистоты материала его элементов: (1) – задано сопротивление алюминиевого элемента  $\rho_{xxAl} \approx 10^{-9}$  Ом·см; (2) – задано сопротивление медного элемента  $\rho_{xxCu} \approx 10^{-9}$  Ом·см;  $t_{Al} = t_{Cu} = 1$  см;  $b/t = 5$ ;  $B = 5$  Тл

На рис. 5 сопротивление  $\rho$  представлено в функции сопротивления одного из элементов при фиксированном значении сопротивления другого элемента. Рисунки показывают, что выражение для  $\rho$  (7) удовлетворяет предельному переходу. При идентичности элементов по проводимости или при большой величине отношения толщины к ширине одного из них  $\rho$  стремится к диагональной компоненте тензора сопротивления или их комбинации, характерной для параллельного соединения.

Следует отметить, что в выражении (7), когда ширина и толщина элементов имеют один порядок величины, показатель степени экспоненты в сильном магнитном поле значительно меньше единицы, что обусловлено преобладанием холловской компонен-

ты над диагональной  $\rho_{zy}tb^{-1}(\rho_{yx}\rho_{xy}\rho_{xx} - \rho_{yy})^{-1} < 1$ . При  $B = 1$  Тл параметр  $R^H B/\rho_{xx}$  для алюминия порядка 10, а для меди несколько меньше. Это приводит к слабой зависимости  $\rho$  от  $b/t$ , особенно в сильном поле, и выходу характеристики на поведение, близкое к насыщению.

Таким образом, для композиционного пластинчатого криопроводника на основе высокочистого алюминия в комбинации с его твердым раствором или медью определена роль неполной компенсации холловских электродвижущих сил и ее вклад в перераспределение линий тока через проводящую границу раздела. Установлена степень воздействия анизотропии изоэнергетической поверхности на протекание тока. Показано, что большое количество электронов на открытых траекториях меди не может существенно подавить холловский дрейф частиц, и эффективное сопротивление в ряде случаев имеет значительный масштаб по сравнению с сопротивлением одинарного проводника из алюминия и меди. Полученные оценки предсказывают более высокие уровни эффективного сопротивления по сравнению с принятыми моделями и могут быть использованы при расчете характеристик композиционных проводящих материалов.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант НФ00-073).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kaneko H., Yanagi N. Enhancement of magnetoresistance due to Hall current in aluminium-copper composite // *Cryogenics*, 1992. – Vol. 32. – N 12. – P. 1114 – 1120.
2. Kaneko H. Hall current in aluminum-copper composite // *Adv. Cryog. Eng. (Mater)*, 1994. – Vol. 40A. – P. 451 – 458.
3. Krefta M.P., Christianson O.R., Parker J.H. Steady-state Hall losses in composite cryogenic conductors // *Cryogenics*, 1996. – Vol. 36. – № 4. – P. 291–301.
4. Sobol V.R., Mazurenko O.N., Zoli M. Magnetostimulated anisotropy of conductivity and Corbino-like current in composite conductors // *Proceedings of the Bianisotropics 2000 8th International Conference of Electromagnetics of Complex Media, Lisbon, 27–29 September, 2000.* – P. 119 – 122.
5. Соболев В.Р., Мазуренко О.Н., Золи М. Ток Холла и потери в композитном криопроводнике // 32 Всероссийское совещание по физике низких температур (НТ-32). Казань, 3–6 октября 2000: тез. докл. – Казань, 2000. – С. 119 – 120.