

*И.В. Кирюшин*, кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры математики БГПУ

## **ПОСТРОЕНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**Введение.** В последние годы в европейском образовании остро стоит вопрос о его качестве. К числу приоритетов Программы ЕС «Образование и подготовка – 2010», принятой в Барселоне в 2002 г. для реализации цели, поставленной Европейским Советом в Лиссабоне (2000 г.) по обеспечению конкурентоспособности ЕС, относятся повышение качества и эффективности систем образования и подготовки. Этому созвучен п. 10.10 – «Новые технологии и средства, обеспечивающие функционирование и развитие национальной системы образования и воспитания» Перечня приоритетных направлений фундаментальных и прикладных научных исследований РФ на 2006–2010 годы. Развитие последней, на наш взгляд, должно обеспечить формирование профессиональной компетентности выпускников вузов, отвечающей требованиям времени. Особая роль здесь принадлежит интеграции фундаментальных и специальных дисциплин.

Многолетние наблюдения показывают, что студенты физических специальностей не связывают изучение общего курса математики с их будущей профессиональной деятельностью в силу слабой представленности в нем необходимого профессионального содержания. Это значительно снижает мотивацию к освоению математических дисциплин и, как следствие, уровни обученности и обучаемости по этим предметам. В свою очередь, недостаточные знания по математике ограничивают возможности учащихся в постижении общей и, особенно, теоретической физики, что негативно сказывается на профессиональной компетентности выпускников вуза. Современная тенденция оценивать именно компетенцию специалистов, а не окончанный курс обучения требует усиления профессиональной направленности образования. Профессиональная направленность курса математики для студентов физических специальностей реализуется через его интеграцию с физикой.

Различные стороны педагогической интеграции в содержании профессионального образования изучены в работах С.И. Архангельского, М.Н. Берулавы, А.Я. Данилюка, В.А. Дарлингера, В.Н. Максимовой, М.И. Махмутова, Ю.М. Семина, В.Г. Скатецкого, В.Н. Федоровой, Н.К. Чапаева и др. Выявлено, что развитие межпредметной интеграции может проходить ряд этапов: 1) связь между ядром интеграции и дисциплинами, 2) взаимосвязь, 3) взаимодействие, 4) взаимопроникновение, 5) органический синтез дисциплин между собой [1].

Интеграционные связи высшей математики со спецдисциплинами обычно устанавливаются через прикладные задачи [2–4] и прикладное математическое моделирование [5–6] (межпредметные связи в практической области). Вопросы математического моделирования в курсе математики исследовали Н.А. Бурмистрова, И.А. Кузнецова, В.В. Ключова, А.А. Новоселов, Ф.Л. Осипов, В.А. Стукалов, А.К. Шарипов и др. Применение компьютерных технологий в курсе высшей математики рассматривали В.А. Далингер, С.А. Дьяченко, Ж.И. Зайцева, П.И. Совертков, А.А. Черняк и др. Однако компьютерное моделирование физических процессов (КМФП) как средство интеграции математики и физики в обучении студентов высшей математике до сих пор в литературе не обсуждалось. КМФП в указанном смысле обладает всеми преимуществами интегративных методов прикладных задач и прикладного математического моделирования в сочетании с достоинствами соответствующей компьютерной технологии. Более того, интеграция дисциплин при этом осуществляется не только на уровне практики, но и на уровне методов обучения, поскольку компьютерное моделирование ведется на лабораторных работах («физическая» форма организации учебной деятельности).

Цель статьи – построение межпредметных связей математики и физики на примере курса математического анализа для студентов физических специальностей с применением компьютерного моделирования физических процессов в интересах существенного повышения мотивации к изучению данного курса и формирования профессиональной компетентности, отвечающей требованиям времени. В связи с поставленной целью пришлось решить следующие задачи: 1) обосновать преимущества интегративного метода КМФП в сравнении с прикладным математическим моделированием, 2) подобрать физические процессы, подходящие для компьютерного моделирования в данных учебных целях, 3) выбрать удобную компьютерную среду.

**Преимущества интегративного метода КМФП в сравнении с прикладным математическим моделированием.** Назначение метода КМФП в курсе математического анализа для студентов физических специальностей состоит не в освоении компьютерной технологии и автоматизации сложных вычислений, а в создании условий для глубокого овладения математическими началами. К сожалению, в системе высшего образования отчетливо обозначилась (дезинтеграционная) тенденция избегать любых компьютерных занятий при обучении математическому анализу, ссылаясь на имеющийся курс информатики. На наш взгляд, такие ссылки неправомерны, поскольку цель информатики – овладение методами компьютерной обработки информации – имеет мало общего с задачей обучения математике.

КМФП в курсе математического анализа включает следующие основные этапы: 1) анализ учебной физической задачи по данной математической теме;

2) создание мысленной физической модели; 3) математическое моделирование с использованием изучаемого математического понятия; 4) компьютерное моделирование и эксперимент; 5) анализ результатов; 6) изменение модели; 7) построение ряда частных физических задач, решаемых данным (общим) способом.

Особенность учебной задачи состоит в том, что, решив ее, студенты овладевают общим способом решения целого класса однородных физических задач на компьютере через использование определенного абстрактного математического понятия. Вычислительный алгоритм задачи составляется учащимися таким образом, чтобы явно раскрыть содержание изучаемого в курсе математики понятия, а не использовать вместо этого так называемые встроенные функции и процедуры, имеющиеся в применяемой компьютерной системе. Интегративный метод КМФП в сравнении с прикладным математическим моделированием имеет ряд важных преимуществ. Рассмотрим их.

- Развитие математического (теоретического) мышления протекает в ходе учебной деятельности, отражающей движение по цепи «физическая система → математическая модель → компьютерная модель». Компьютерные аналитические модели физических процессов используются как средство их математического исследования. Задача формирования теоретического мышления может быть успешно решена лишь тогда, когда учащиеся овладеют моделированием как основным методом научного познания [5]. Визуальное представление модели (на экране компьютера) позволяет легко изменять объект исследования и, тем самым, наиболее полно изучать его, вскрывая внутренние характеристики и отношения. Формирование теоретического мышления в процессе обучения физике при использовании компьютерного моделирования рассмотрено в работе Д.В. Виноградова [7].

- Развитие визуального мышления как способа решения интеллектуальных задач с опорой на внутренние визуальные образы (по А.Р. Лурия) обеспечивается благодаря наглядности и решению математических задач при компьютерном моделировании. Трехмерная графика развивает пространственное воображение. Упорядочивая логическое содержание образов, визуальное мышление порождает образы, делающие новое логическое содержание видимым. Р. Арнхейм пишет: «Элементы мышления в восприятии и элементы восприятия в мышлении дополняют друг друга. Они превращают человеческое познание в единый процесс, который ведет неразрывно от элементарного приобретения сенсорной информации к самым обобщенным теоретическим идеям» [8]. Связь между внутренними и внешними образами осуществляется через символизм математической модели.

Затруднения в обучении математике традиционным способом, опирающимся на абстрактно-логическое мышление (активность левого полушария

мозга), преодолеваются через моделирование в визуальном информационном поле (связанном с правым полушарием). Это ликвидирует перекося в сторону логического компонента мышления и обеспечивает сбалансированную работу головного мозга благодаря гармоничному сочетанию логического и образного в мышлении [9]. Визуальное мышление замыкает ряд из наглядно-действенного и наглядно-образного мышления [10].

- Развитие практического мышления совершается в ходе учебного процесса по созданию визуальных математических моделей на компьютере. Решение этих сложных практических задач опирается на результаты теоретической деятельности по созданию математических моделей, на обобщение практического опыта обращения с компьютером. В свою очередь, решение практических задач выступает как способ формирования теоретического мышления. Практическое мышление характерно не только для деятельности изобретателей, учителей, шахматистов и полководцев [11], но также и программистов.

- Развитие продуктивного (творческого) математического мышления обеспечивается решением аттрактивных физических задач в условиях удобной визуальной среды (наглядности), динамизма и возможностью личного заинтересованного участия каждого студента в активном диалоге с компьютером под руководством преподавателя. Динамичность компьютерного моделирования стимулирует познавательный интерес к творческому экспериментированию с визуальной и математической моделью. При этом неформальное усвоение математических знаний более вероятно и репродуктивное мышление будет сдавать свои позиции.

- Внутренняя мотивация к учебе повышается из-за усиления интереса к КМФП, причиной чего является как «физическое» содержание (отвечающее будущей специальности), так и наглядность, динамичность компьютерного моделирования, индивидуальный подход к обучению, вызывающие положительные эмоции. Это стимулирует любознательность и интерес к математике.

- Интеграция дисциплин осуществляется как на уровне практики, так и методов обучения благодаря решению физических задач (уровень практики) через компьютерное моделирование на лабораторных работах (уровень методов обучения). При этом достигается интеграция трех предметов в курсе МА: математики, физики и информатики, что отвечает «идеалу» межпредметной интеграции (большое число интегрированных дисциплин).

К этому можно добавить такие известные достоинства метода компьютерного моделирования, как наглядность, динамичность, индивидуальный подход к обучению. От наглядности первичной подачи дидактического материала, качества первоначального чувственного опыта во многом зависит как эффективность мышления, так и результативность обучения. Наглядность обеспечивается не только созданием хорошего зрительного образа, но и раскрытием

внутренней структуры, внутреннего механизма объекта или явления [12]. Моделирование как высшая и особая форма наглядности используется для выявления и фиксации в легко обозримом виде существенных особенностей и отношений изучаемых явлений [13]. Наконец, компьютерное моделирование создает условия для приобретения умений и навыков составления алгоритмов. Для изучающих математику это важно, поскольку алгоритмические процедуры достаточно широко в ней представлены (табличное интегрирование и дифференцирование, нахождение точек экстремума функций, разложение функций в ряд т.д.).

**Физические процессы для компьютерного моделирования в курсе математического анализа.** Курс математического анализа для студентов физических специальностей включает следующие разделы: 1) введение в анализ, 2) дифференциальное исчисление функций одной переменной, 3) интегральное исчисление функций одной переменной, 4) дифференциальное исчисление функций многих переменных, 5) обыкновенные дифференциальные уравнения, 6) интегральное исчисление функций многих переменных (кратные и криволинейные интегралы), 7) теория поля, 8) ряды, 9) теория аналитических функций. Укажем вычисляемые физические величины и процессы, подходящие для компьютерного моделирования при изучении ряда тем по разделам математического анализа.

1) Раздел «Введение в анализ». • Тема «Предел последовательности» – амплитуда  $A_n$  затухающих колебаний математического или пружинного маятника ( $n$  – порядковый номер колебания), пройденный им соответственно путь  $S_n$  при  $n \rightarrow \infty$ ; последовательность из поминутных, почасовых и т.п. значений силы гравитации (электростатической силы) между двумя быстро сближающимися и разлетающимися телами (зарядами). • «Предел функции» – путь, проходимый затухающим маятником и подпрыгивающим мячом с увеличением времени; давление газа при неограниченном расширении; сила гравитационного (электростатического) взаимодействия между двумя сближающимися и разлетающимися телами (зарядами); интенсивность света как функция дифракционного угла при дифракции Фраунгофера от бесконечной щели для углов, близких к нулю (функция вида  $y = \frac{\sin^2 x}{x^2}$ ).

2) «Дифференциальное исчисление функций одной переменной». • «Производная» – мгновенная скорость при неравномерном движении; локальная плотность неоднородного стержня; сила тока в проводнике с одноплавленными движущимися зарядами; мгновенная скорость химической реакции с известной промежуточной массой реагента. • «Параметрически заданные функции и их дифференцирование» – фигуры Лиссажу, образуемые точкой, совершающей гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных на-

правлениях одновременно (пучком электронов на экране осциллографа); траектория снаряда, выпущенного под углом к поверхности земли; траектория точки на ободе движущегося колеса (циклоида), астроида, кардиоида. • «Формула Тейлора» – разложение в ряд Тейлора гармонических колебаний и экспоненциального падения напряжения на конденсаторе при разряде.

3) «Интегральное исчисление функций одной переменной». • «Приближенное вычисление определенного интеграла (метод прямоугольников)» – сила давления жидкости на пластину произвольной формы; пройденный путь при неравномерном движении; работа переменной силы. • «Несобственные интегралы» – потенциал заряда в электрическом поле; гравитационный потенциал массы; общая энергия двух электрических зарядов при сближении и при удалении на бесконечность. • «Длина дуги плоской кривой» – электросопротивление проводника заданной формы с однородной и неоднородной проводимостью. • «Объем и площадь поверхности тела вращения» – масса тела вращения однородной и неоднородной плотности, его суммарный поверхностный заряд. • «Статический момент и центр тяжести материальной кривой» (однородной и неоднородной плотности). • «Статический момент и центр тяжести плоской фигуры» (с однородной и неоднородной плотностью).

4) «Дифференциальное исчисление функций многих переменных». • «Производная по направлению», «Экстремум функции многих переменных» – потенциальная энергия двойного маятника (седловая точка).

5) «Обыкновенные дифференциальные уравнения». • «Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными» – интенсивность излучения при поглощении веществом; температура нагретого тела при остывании; масса при радиоактивном распаде. • «Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка» – сила тока в последовательном  $RL$ -контуре в цепи переменного напряжения. • «Дифференциальные уравнения 2-го порядка» – угол отклонения от положения равновесия при незатухающих колебаниях математического маятника. • «Линейные однородные (неоднородные) дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами» – отклонение от точки равновесия при свободных и вынужденных колебаниях пружинного маятника в среде с сопротивлением, резонанс.

6) «Интегральное исчисление функций многих переменных». • «Приложения двойного интеграла» – вычисление массы и центра тяжести плоской пластины с неоднородной поверхностной плотностью. • «Тройной интеграл» – определение массы тела (через объем). • «Криволинейный интеграл по координатам» – работа переменной силы. • «Криволинейный интеграл по дуге дуги» – полный заряд линейного проводника сложной формы.

7) «Теория поля». • «Поверхностный интеграл по площади поверхности» – суммарный электрический заряд поверхности с неоднородной поверхностной

плотностью заряда; объем протекающей через трубу жидкости с неравномерной вдоль ее радиуса скоростью течения.

8) «Ряды». ● «Числовые ряды: сходимость знакопостоянных рядов» – полная емкость (сопротивление) при параллельном или последовательном соединении бесконечно большого числа конденсаторов (резисторов). ● «Функциональные ряды: равномерная сходимость» – исследование непрерывности суммы ряда  $u_n(x) = x^n - x^{n-1}$  на отрезке  $[0; 1]$ , аппроксимирующего ступеньку напряжения. ● «Ряд Тейлора: приложение для вычисления интегралов» – аппроксимация графиков интегрального логарифма, интегрального синуса, интегрального косинуса, интегралов ошибок и Френеля. ● «Тригонометрические ряды» – разложение в ряд Фурье пилообразных, прямоугольных и треугольных импульсов напряжения.

**Выбор компьютерной среды.** В настоящее время наиболее популярными компьютерными пакетами для математики являются MathCAD, Maple, Mathematica и MatLAB. Нами сделан выбор в пользу MathCAD из-за легкости его освоения и удобного интерфейса, сходного с интерфейсом пакета Windows. Система MathCAD – это универсальное, а не специализированное компьютерное средство со своим простым языком программирования, близким к символьному языку математики, что позволяет записывать задачи в общепринятом математическом виде.

На курс математического анализа для студентов физических специальностей (в том числе педагогического профиля) согласно типовым программам отводится 300–350 аудиторных часов, из них на практические занятия – 150–180 часов. Предлагаемый интегративный метод обучения может быть реализован на лабораторных занятиях объемом 45–50 часов, проводимых вместо соответствующих практических занятий (в среднем одна лабораторная работа через два практических занятия). Лабораторный практикум требует дополнительной внеаудиторной подготовки для ознакомления с заданием на работу, проработки материала по конспекту лекций и рекомендованной в задании литературе, письменного ответа на вопросы задания. Перед началом лабораторной работы студент должен ответить на контрольные вопросы преподавателя и получить допуск к занятию, а после нее – составить отчет и получить домашнее задание из примеров (задач) по пройденной теме. Лабораторная работа считается выполненной, когда отчет по ней и домашнее задание приняты. Защита работы должна происходить в часы, отведенные на лабораторные и практические занятия. Очевидно, данный лабораторный практикум аккумулирует достоинства управляемой самостоятельной работы студентов.

**Заключение.** КМФП является средством интеграции математического анализа и физики (на уровне практики и методов обучения) в курсе математического анализа для студентов физических специальностей, создающим необ-

ходимые условия для формирования их профессиональной компетентности. Как вид учебной деятельности КМФП обладает такими преимуществами перед математическим моделированием и практикой решения прикладных задач, как большее содействие развитию визуального и практического мышления, а также формированию теоретического и продуктивного математического мышления. При этом возникают все предпосылки для повышения мотивации к овладению математическим анализом, и вероятно, для ускорения адаптации первокурсников к обучению в вузе, задействуются межпредметные связи математики не только с физикой, но также и с информатикой. Для ряда тем из курса математического анализа предлагаются конкретные физические процессы для компьютерного моделирования. Его рекомендуется выполнять в легко осваиваемой прямо в ходе лабораторных занятий компьютерной системе MathCAD. Необходимо использовать богатые возможности КМФП в обучении математическому анализу студентов–физиков систематически.

### Литература

1. Саксонова, Л.П. Педагогическая интеграция: проблемы и перспективы / Л.П. Саксонова // Качество. Инновации. Образование [Электронный ресурс]. – 2005. – № 1. – С. 53–57. – Режим доступа: <http://www.quality-journal.ru/data/article/175/files/a8.pdf>. – Дата доступа 15.07.2009.
2. Арабова, М.Р. Методические основы профессионально–педагогической подготовки учителя физики и математики в пединституте (на примере взаимосвязанного изучения математического анализа и механики): автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / М.Р. Арабова; Минский гос. пед. ин-т. – Минск, 1989. – 18 с.
3. Байгазова, Н.А. Технология проектирования процесса обучения математике в техническом вузе: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Н.А. Байгазова. – Алматы, 2005. – 26 с.
4. Васяк, Л.В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.В. Васяк. – Омск, 2007. – 22 с.
5. Кийко, П.В. Математическое моделирование как системообразующий фактор в реализации межпредметных связей математики и спецдисциплин в обучении будущих экономистов: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / П.В. Кийко. – Омск, 2006. – 23 с.
6. Беломестнова, В.Р. Математическое моделирование при интеграции курсов математики и физики в обучении студентов физических специальностей педвузов: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / В.Р. Беломестнова. – Новосибирск, 2006. – 21 с.



7. Виноградов, Д.В. Развитие теоретического мышления студентов в процессе обучения физике в педагогическом ВУЗе: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Д.В. Виноградов. – Екатеринбург, 2005. – 23 с.
8. Арнхейм, Р. Визуальное мышление / Р. Арнхейм // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления. – М., 1981. – С. 173–180.
9. Далингер, В.А. Теоретические основы когнитивно–визуального подхода к обучению математике: Монография / В.А. Далингер. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006. – 144 с.
10. Гордон, В.М. Мышление визуальное / В.М. Гордон // Большой психологический словарь / под ред. Б.Г. Мещерякова, В.П. Зинченко. – М., 2002. – С. 280.
11. Мещеряков, Б.Г. Мышление практическое / Б.Г. Мещеряков // Большой психологический словарь / под ред. Б.Г. Мещерякова, В.П. Зинченко. – М., 2002. – С. 283.
12. Саватеев, Д.А. Реализация концепции применения компьютерных моделей в практике преподавания электротехнических дисциплин вуза / Д.А. Саватеев // Вестник МГТУ. – 2008. – Т. 11, № 1. – С. 145–154.
13. Смирнова, Е.О. Моделирование в обучении / Е.О. Смирнова // Психология развития. Словарь / под. ред. А.Л. Венгера. – М.: ПЕР СЭ, 2006. – 176 с.

#### SUMMARY

The integration of mathematical analysis and physics via computer modeling of the physical processes in the mathematical analysis course for students of physical specialties at higher school is discussed. It is assumed that computer modeling develops visual and practical thinking, and actively assists to forming theoretical and productive (creative) mathematical thinking. At the same time the favorable conditions for increasing to motivations to learning mathematical analysis are appeared. Computer modeling not only creates inter–discipline relationships of mathematical analysis and physics, but as well as computer science. The real physical processes are recommended for computer modeling. Thus, computer modeling will allow to form professional competent.