

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ В КУРСЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Введение. Качество подготовки современного специалиста определяется его профессиональной компетенцией, то есть интегрированным сочетанием знаний, умений, способностей, ценностей и мотиваций, необходимых для успешной профессиональной деятельности в избранной области. Общеευропейская тенденция оценивать именно профессиональную компетенцию специалистов, а не окончанный курс обучения или потенциальную способность к работе требует усиления профессиональной направленности высшего образования. Профессиональная направленность курса математического анализа для студентов физических и инженерно–физических специальностей вузов реализуется через его интеграцию с физикой.

В создании теории интеграции содержания профессионального образования принимали участие Архангельский С.И., Безрукова В.С., Берулава М.Н., Данилюк А.Я., Непомнящий А.В., Панайотов А.А., Семин Ю.Н., Чапаев Н.К., Яковлев И.П. и др. Ими было установлено, что интеграция позитивно влияет на профессиональное становление (компетенцию) специалистов благодаря своей методологической, мотивационной, систематизирующей, развивающей, организационной функции и функции профнаправленности [1, с. 24; 2, с.143].

Берулава М.Н. выделяет в межпредметной интеграции три уровня: целостности (высокий), дидактического синтеза (средний) и межпредметных связей (низкий) [2, с.118]. Различают также интеграцию в областях теории и практики образования. Профессиональную направленность обучения математике в вузе через реализацию межпредметных связей в практической области (решение прикладных задач) рассматривали Арабова М.Р., Байгазова Н.А., Бурмистрова Н.А., Василевская Е.А., Васяк Л.В., Далингер В.А., Кийко П.В., Кириченко О.Е., Скатецкий В.Г., Федорова С.И., Шершнева В.А. и др. Межпредметные связи высшей математики и физики в практике обучения осуществляют через физические задачи (см., например, задачки [3–4]), прикладное математическое [5] и прикладное компьютерное [6] моделирование.

В свою очередь, уровень теоретической интеграции содержания дисциплин математики и физики задается базовыми и рекомендуемыми учебными пособиями по теоретическому курсу математического анализа для студентов физических и инженерно–физических специальностей таких авторов, как Бермант А.Ф., Бохан К.А., Бугров Я.С., Ильин В.А., Кудрявцев Л.Д., Мышкис А.Д., Никольский С.М.,

Позняк Э.Г., Тер–Криков А.М., Уваренков И.М., Фихтенгольц Г.М., Шабунин М.И. и др. Анализ учебников и научных публикаций показывает, что теоретическая интеграция находится сегодня также на уровне межпредметных связей (иллюстрирование ряда математических результатов физическими примерами).

Таким образом, общий низкий уровень межпредметной интеграции говорит о недостаточном векторе профессиональной направленности в обучении математическому анализу будущих инженеров и физиков, а, следовательно, об отставании их профессиональной компетенции от требований времени. Цель статьи – рассмотреть основы глубокой интеграции математики и физики в курсе математического анализа для студентов физических и инженерно–физических специальностей, способной обеспечить значительный рост профессиональной компетенции специалистов. Для достижения этой цели пришлось решить следующие задачи: 1) рассмотреть перспективы развития интеграции математики и физики в вузе; 2) определить дидактические особенности их теоретической интеграции; 3) разработать ее частнометодические начала.

Перспективы развития интеграции математики и физики в вузе. Поскольку задача математического практикума – актуализация знаний, полученных на лекциях, сосредоточим наши усилия на интегрированном лекционном курсе. Рассмотрим возможность дидактического синтеза математики и физики, который по степени интеграции заведомо превосходит уровень межпредметных связей, реализованный сейчас. Главной дидактической задачей синтеза содержания каких-либо дисциплин является изучение на интегративной основе нового учебного материала [2, с.119]. В нашем случае определенный физический материал изучается в рамках математической дисциплины. В качестве источников интеграции на уровне синтеза выступают общие объекты исследования (объектный тип интеграции) или определенные комплексные проблемы, для решения которых необходима интеграция содержания общего и профессионального образования (проблемный тип интеграции) [2, с.119].

При объектном типе интеграции создается возможность изучения некоторого физического объекта или явления с позиций как физики, так и математики, чем достигается гармоничное единство интересов профессиональной и фундаментальной подготовки. Например, рассматривая кинематику материальной точки (раздел «Классическая механика») мы вводим физические понятия мгновенной скорости и ускорения, опираясь на новое математическое понятие производной. В проблемном типе интеграции отталкиваются от физической проблемы (задачи), для решения которой необходимо использование специфических математических понятий и методов. Так, если перед учащимися поставлена физическая проблема нахождения пройденного пути по известной зависимости скорости от времени, то для ее решения обучаемые должны овладеть понятием определенного интеграла и

методами интегрирования. При этом в арсенале физиков оказывается новый способ вычисления пути.

Следует использовать оба типа интеграции: и объектный, и проблемный. Какой из них применять в том или ином случае, зависит от изучаемой математической темы и фактических возможностей в подборе соответствующих учебных физических объектов (явлений) или проблем. Проблемный тип интеграции позволяет создать условия, обеспечивающие моделирование профессиональной деятельности специалиста. Важно учитывать, что только когда математическое понятие становится некоторой частью мысленной физической модели, оно делается легко доступным для понимания будущими физиками и инженерами. При этом обучаемые видят, как математика естественным образом рождается из окружающей физической действительности, что не только повышает мотивацию к учебе, но и обеспечивает развитие теоретического и продуктивного (творческого) мышления, а также преодоление формализма в знаниях.

Дидактические особенности теоретической интеграции математики и физики. Именно особенности мышления математиков и физиков требуют специфического – интеграционного – подхода к обучению математическим дисциплинам студентов–физиков. Мышление физиков отличается от чисто математического постольку, поскольку физика как естественная, эмпирическая наука отличается от математики – науки формальной, абстрактной. Математика изучает математические структуры [7, с. 65], а физика – объекты и явления физического мира, физическую форму движения материи. Формальные науки – математика и логика – используют исключительно абстрактный метод, а естественные науки – физика, химия, биология и др. – основаны на эмпирическом методе [8].

Дидактический синтез содержания математики и физики на основе объектно–проблемного типа интеграции должен осуществляться с учетом следующих сформулированных нами важных принципов:

- приоритета собственного предмета изучения математики и физики;
- главенства математики, означающего, что изложение всякого физического содержания неизменно подчиняется целям математического курса;
- множественности физических проблем и объектов, фигурирующих при изучении того или иного математического понятия;
- принципа обобщающего повторения, отражающего необходимость обращаться к аналогичному физическому содержанию не один раз: при изучении целого ряда математических тем. Это важно для успешного усвоения новых математических понятий и постижения связей между ними;
- принципа асинхронности, означающего, что изучение определенных вопросов физики в курсе математики на базе интегративного материала и подобных же вопросов в курсе физики отделено друг от друга во времени. Это может быть опережение или, наоборот, отставание. Подчеркнем, что между такого рода физи-

ческим содержанием нет отношений эквивалентности, поскольку интеграция с математикой придает ему характерную специфику;

- принципа развивающего повторения, связанного с предыдущим принципом асинхронности;
- принципа неполноты, указывающего на невозможность интегрировать в содержание курса математики, составляющей интегративный базис, все понятийное пространство физики или большую его часть;
- принципа систематичности, требующего излагать на уровне дидактического синтеза большинство математических понятий и методов;
- принципа комплементарности, определяющего актуализацию межпредметных связей в тех случаях, когда дидактический синтез не осуществляется.

Интегрированная лекция по той или иной математической теме должна опираться на определенный физический материал: объект, явление или проблему. При отборе физического материала следует руководствоваться следующими выявленными нами критериями:

- критерием историчности, означающим, что в содержании дисциплины должен отражаться исторический процесс возникновения математических понятий, рассматриваемый с учетом общей логики развития математики. Это отвечает педагогическим взглядам С.Л. Рубинштейна на соответствие между развитием отдельного индивида и историческим развитием человечества;
- критерием фундаментальности, требующим опираться на физическое содержание, охватывающее наиболее важные физические понятия;
- критерием наглядности. Наглядность есть наиболее полное соответствие физического материала учебной цели, состоящей в раскрытии смысла математического понятия. Так, производную лучше определять как скорость движения тела, а не скорость изменения декремента затухания колебаний;
- критерием функциональности, означающем возможность быстрого уяснения, простоту. Необходимо избегать использования трудных для освоения физических понятий или объектов, требующих для описания сложного математического аппарата, не связанного с изучаемой темой;
- критерием дружелюбности, состоящем в том, что физический материал не должен вызывать представлений о сложности, недоступности для понимания. Лучше, если он будет относиться к разделам из школьного курса физики.

Добиться соответствия физического содержания всем без исключения указанным критериям удастся не всегда. Однако в практике преподавания надо стремиться к тому, чтобы удовлетворялось большинство из них. Интеграционная лекция, на наш взгляд, может иметь следующую структуру: 1) задание ряда физических объектов (явлений) и (или) постановка физических проблем; 2) абстрагирование и составление их математического описания; 3) формулирование единой математической задачи в соответствии с изучаемой темой; 4) решение данной за-

дачи на основе нового математического понятия (метода); 5) ознакомление учащихся с его особенностями и свойствами; 6) решение иллюстративных физических задач с помощью новых математических знаний.

Очевидно, эта структура, так или иначе, отражает этапы прикладного математического моделирования. Моделирование, в свою очередь, как мотивированное познавательным интересом действие, является одним из видов учебной деятельности [9]. Таким образом, дидактический синтез математики и физики, синтез объектного и проблемного типа, реализуемый с помощью математического моделирования, осуществляется как на уровне содержания (знаний), так и на уровне видов учебной деятельности.

Частнометодические начала теоретической интеграции математики и физики. Укажем ряд физических объектов (явлений) и учебных проблем, удовлетворяющих, по нашему мнению, вышеперечисленным принципам, отталкиваться от которых можно при изучении соответствующих тем из начальных разделов лекционного курса математического анализа. Здесь достаточно широко представлен принцип обобщающего повторения (использование одних и тех же объектов и проблем при изучении целого ряда математических понятий).

Тема «Предел числовой последовательности»: а) вычисление массы m однородной круглой пластины с известной поверхностной плотностью ρ : $m = \rho S$, S – площадь круга (нахождение S по методу Архимеда); б) аналогично для пластины в форме усеченной квадратичной параболы; в) предел последовательности временных (поминутных, почасовых и т.д.) значений силы гравитации между двумя быстро сближающимися (разлетающимися) космическими телами; г) аналогично для силы взаимодействия двух электрических зарядов; д) общее сопротивление (емкость) при последовательном (параллельном) соединении резисторов (конденсаторов), если их сопротивления (емкости) образуют бесконечную убывающую геометрическую прогрессию.

Тема «Предел функции»: а) предельное значение силы гравитации между двумя сближающимися (удаляющимися) космическими телами; б) аналогично для электростатического взаимодействия двух зарядов; в) релятивистская масса тел при околосветовой скорости; г) напряжение на внешнем (внутреннем) сопротивлении в цепи источника э.д.с., когда величина сопротивления неограниченно возрастает и убывает.

Тема «Непрерывность функции»: а) зависимость угла поворота и угловой скорости от времени при неравномерном вращательном движении тела; б) зависимость массы тела от его объема; в) зависимость потенциальной (кинетической) энергии тела вблизи поверхности Земли от его высоты над ней (скорости).

Тема «Производная»: а) мгновенная угловая скорость вращения; б) мощность силы как скорость совершения ею работы; в) вычисление силы, действующей на заряд в кулоновском поле, через его потенциал; г) определение возвра-

щающей силы упругого и математического маятника через выражение для потенциальной энергии при малых колебаниях.

Тема «Производные высшего порядка»: а) угловое ускорение как вторая производная от угла по времени; б) э.д.с. самоиндукции в контуре как функция второй производной по времени от количества заряда, прошедшего через сечение.

Тема «Дифференциал»: а) приращение угловой скорости для достаточно малого приращения времени в произвольной точке зависимости угловой скорости вращения от времени; б) приращение работы в некоторый момент, соответствующее малому приращению времени, если зависимость работы от времени известна; в) приращение кинетической энергии (K) тела для малого приращения скорости (v) в произвольной точке зависимости $K = mv^2/2$.

Тема «Производная сложной функции»: а) определение мощности силы по виду выражения для кинетической энергии тела при прямолинейном равноускоренном движении; б) вычисление скорости изменения давления идеального газа в изотермическом процессе при известной зависимости его объема от времени.

Тема «Производная функции, заданной параметрически»: а) установление наклона траектории снаряда, выпущенного под углом к горизонту; б) сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний (фигуры Лиссажу).

Тема «Формула Тейлора»: а) определение потенциальной энергии $U(x)$ упругого и математического маятника при малых отклонениях (x) от равновесия; б) деформирование абсолютно упругого стержня (закон Гука); в) вывод закона взаимосвязи массы и энергии на основании выражения для релятивистской массы.

Тема «Правило Лопиталья–Бернулли»: а) вычисление интенсивности дифрагированного света в интервале углов близких к нулю при дифракции Фраунгофера от бесконечной щели; б) нахождение интенсивности главных максимумов при многолучевой интерференции света; в) определение интенсивности спектра простейшего цуга волн при частотах, близких к основной частоте.

Тема «Исследование функций с помощью производных. Экстремум функции»: а) высота подъема снаряда, вертикально выпущенного из орудия, в зависимости от времени; б) полезная мощность, выделяемая во внешней электрической цепи источника тока с известным внутренним сопротивлением, в зависимости от величины внешнего сопротивления; в) ускорение силы тяжести на различных расстояниях от центра Земли; г) эффективная потенциальная энергия тела, которое вращается вокруг другого тела в поле его тяготения или кулоновского притяжения, в зависимости от расстояния между ними; д) резонансная кривая для силы тока и напряжения на конденсаторе в последовательном RLC–контуре; е) закон преломления света (задача Лейбница).

Тема «Неопределенный интеграл» – постановка задач: а) о восстановлении закона вращения тела по угловой скорости; б) об определении вида зависимости скорости прямолинейного движения тела под действием переменной силы от

времени; в) о вычислении вида зависимости потенциальной энергии пружины от величины ее деформации.

Тема «Определенный интеграл»: а) вычисление угла поворота тела за данное время при вращении с переменной угловой скоростью; б) вычисление скорости прямолинейного движения тела, приобретенной за данный промежуток времени, происходящего под действием переменной силы; в) вычисление потенциальной энергии пружины, деформированной на данную величину.

Тема «Определенный интеграл с переменным верхним пределом»: задачи, аналогичные задачам предыдущей темы.

Тема «Несобственные интегралы»: вычисление потенциальной энергии точечного заряда (массы) в электрическом (гравитационном) поле другого заряда (массы); потенциал электрического (гравитационного) поля.

Элементы нашего подхода к изложению математики в части восхождения от физических задач к математическим понятиям производной и определенного интеграла встречаются в некоторых учебных пособиях по математическому анализу для студентов физических и инженерно-технических специальностей [10–13], что продиктовано, скорее, «историческими» соображениями, чем следованием системе дидактических принципов. Из задач, ведущих к понятию производной, в них рассматривают вычисление мгновенной скорости прямолинейного движения [10–13], силы тока [13], линейной плотности вещества [10,11] и теплоемкости [11], а из приводящих к понятию определенного интеграла – нахождение пройденного пути [10,11], работы переменной силы [11] и массы неоднородной нити [10,11]. В учебнике [13] такие постановочные задачи были собраны в отдельной вводной главе, что, на наш взгляд, делать нецелесообразно, так как это нарушает дидактическое единство материала. Так или иначе, удачный опыт авторов [10–13] по введению понятий производной и определенного интеграла не был использован ими систематически, для других понятий, и потому ощутимо на профессиональной направленности учебных пособий не сказался.

Заключение. Сегодня интеграция математики и физики в профессиональном образовании находится в лучшем случае на уровне межпредметных связей. В статье впервые изложены научно-методические начала дидактического синтеза этих предметов, который по степени интеграции превосходит межпредметные связи. Синтез содержания математики и физики, основанный на исследовании физических объектов (процессов) и решении учебных физических проблем в курсе математической теории, можно реализовать с помощью моделирования. Благодаря моделированию достигается также и процессуальная интеграция математики и физики на уровне видов учебной деятельности.

Впервые предлагаются принципы дидактического синтеза: приоритет собственного предмета изучения дисциплин, неизменное главенство математики, множественность физических объектов и проблем, обобщающее и развивающее

повторение, асинхронность, неполнота, систематичность и комплементарность. Определены критерии отбора физического материала: историчность, фундаментальность, наглядность, функциональность и дружелюбность. Представлена структура интеграционной лекции. На основе указанных принципов и критериев отобран ряд физических объектов (процессов) и проблем для изучения соответствующих тем в теоретическом курсе математического анализа.

Дидактический синтез математики и физики в курсе математического анализа призван обеспечить формирование профессиональной компетенции специалистов–физиков благодаря своей методологической, мотивационной, систематизирующей, развивающей, организационной функции и функции профнаправленности. Такой интегративный курс, очевидно, содействует развитию научно–теоретического и продуктивного мышления, преодолению формализма в знаниях, ускорению адаптации первокурсников к занятиям в вузе, освоению математических и физических дисциплин студентами. Поскольку техника олицетворяет собой практические достижения физики, то, по-видимому, данный интеграционный подход применим также и к обучению студентов инженерно–технических специальностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Титовец, Т.Е. Теоретико–методические основы интеграции содержания педагогического образования: монография / Т.Е. Титовец. – Минск: БГПУ, 2007. – 147 с.
2. Берулава, М.Н. Интеграция содержания образования / М.Н. Берулава; Рос. Акад. образования. – М.: Педагогика, 1993. – 170 с.
3. Ветрова, В.Т. Сборник физических задач по общему курсу высшей математики: Учеб. пособие для вузов / В.Т. Ветрова. – Минск: Вышэйшая школа, 1997. – 202 с.
4. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: АСТ, 2008. – 558 с.
5. Беломестнова, В.Р. Математическое моделирование как средство интеграции курса математики с физическими дисциплинами при обучении студентов физических специальностей / В.Р. Беломестнова // Омский научный вестник. – 2006. – № 7 (43). – С.192–201.
6. Кирюшин, И.В. Построение межпредметных связей математики и физики в курсе математического анализа с использованием компьютерного моделирования физических процессов / И.В. Кирюшин // Весці БДПУ. Серыя 3. – 2009. – № 4. – С.16–21.
7. Кудрявцев, Л.Д. Современная математика и ее преподавание: Учеб. пособие для вузов / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1985. – 176 с.
8. Ивин, А.А. Классификация наук / А.А. Ивин // Философия: Энциклопедический словарь; под ред. А.А. Ивина. – М.: Гардарики, 2004. – С. 535.
9. Ждан, А.Н. Действие / А.Н. Ждан // Рос. пед. энциклопедия. В двух т. – М.: Большая Рос. энциклопедия, 1993. – Т. I. – С. 249.

10. Мышкис, А.Д. Лекции по высшей математике / А.Д. Мышкис. – 4-е изд. – М.: Наука, 1973. – 640 с.
11. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа для вузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – 6-е изд. – М.: Лань, 2009. – 736 с.
12. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: Учебник / Г.М. Фихтенгольц. – 7-е изд. – М.: Физматлит, 2002. – Т. I. – 416 с.
13. Никольский, С.М. Курс математического анализа: Учебник / С.М. Никольский. – 4-е изд. – М.: Наука, 1990. – Т. I. – 528 с.

SUMMARY

Theoretical integration (the didactic syntheses) of mathematical analysis and physics at higher school is discussed. In the lecture course of mathematical analysis it is necessary to be based on modeling physical objects (processes) and solving physical problems. In the first time, principles of realization of the didactic syntheses, criteria for selection of the physical content for modeling, structure of integrated lecture are considered. A number of the physical objects (processes) and problems is offered to study important notions in the lecture course of mathematical analysis. Integrated course will provide conditions to form professional competence of physicists and engineers. It assists to forming theoretic and productive thinking, comprehending mathematics and physics.

Поступила в редакцию 31.03.2010