На основании полученных экспериментальных данных сделаны следующие выводы: увеличение диагонали отпечатка указывает на пластифицирующее влияние МП при микроиндентировании кристаллов сурьмы; увеличение толщины двойников и их числа указывает на интенсификацию размножения двойникующих дислокаций за счет стимулирования источников приложением МП; падение длины двойников указывает на снижение подвижности двойникующих дислокаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин, Ю.И. Магнитопластичность твердых тел / Ю.И. Головин // ФТТ. – 2004. – Т. 46, вып. 5. – С. 769–803.
2. Пинчук, А.И. Магнитопластический эффект в случае двойникования кристаллов висмута под воздействием сосредоточенной нагрузки / А.И. Пинчук, С.Д. Шаврей // ФТТ. – 2001.– Т. 43, вып. 1. – С. 39–41.
3. Пинчук, А.И. Двойникование в кристаллах сурьмы в условиях воздействия сосредоточенной нагрузки и постоянного магнитного поля / А.И. Пинчук, С.Г. Слесарев // 16 Петербургские чтения по проблемам прочности: материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 75-летию со дня рождения В.А. Лихачева, Санкт-Петербург, 14–16 марта 2006 г. – С. 120.

У. А. ШЫЛІНЕЦ, Ж. С. ТОПАЛЬ, Г. А. СКРАБЕЦ
БДПУ імя М. Танка (г. Мінск, Беларусь)

РАШЭННЕ СІСТЭМЫ ДЫФЕРЭНЦЫЯЛЬНЫХ РАЎНАННЯЎ У ЧАСТКОВЫХ ВЫТВОРНЫХ ТРЭЦЯГА ПАРАДКУ ПРЫ ДАПАМАЗЕ F-МАНАГЕННЫХ ФУНКЦЫЙ

Няхай $p = p(x, y), q = q(x, y)$ – адназначныя функцыі класа $C^1(D)$. Праз $C^k(D)$ абазначаем клас функцый ад назалежных зменных x, y, якія маюць у адназвязным абсягу D непарыўныя частковыя вытворныя да парадку k уключна. Лічым гэтыя функцыі рэчаіснымі або камплекснымі, або гіперкамплекснымі і ў апошнім выпадку мяркуем, што значэнні гэтых функцый у абсягу D з'яўляюцца элементамі якой-небудзь асацыятыўнай і камутатыўнай алгебры з адзінкай над полем камплексных лікаў. Мяркуем, што ў абсягу D існуе δ^{-1}, дзе $\delta = p'_x q'_y - p'_y q'_x$.

Пры гэтых умовах формальнымі вытворнымі $\frac{\partial f}{\partial p}, \frac{\partial f}{\partial q}$ якой-небудзь функцыі $f = f(x, y) \in C^1(D)$ называюцца такія функцыі ад x, y, якія вызначаюцца ў абсягу D наступным чынам:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \delta^{-1}\left(\frac{\partial q}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\right)f, \frac{\partial f}{\partial q} = \delta^{-1}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)f.$$

Няхай $p, q, f \in C^2(D)$. Тады вызначым фармальныя вытворныя $\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial q^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial p \partial q}, \frac{\partial^2 f}{\partial q \partial p}$ з сістэмы:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial p^2}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial p \partial q}\frac{\partial q}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial p^2}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial p \partial q}\frac{\partial q}{\partial y},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial q \partial p}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial q^2}\frac{\partial q}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial q \partial p}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial q^2}\frac{\partial q}{\partial y},$$

адкуль

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}=\delta^{-1}\left(\frac{\partial q}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial q}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial f}{\partial p},\frac{\partial^2 f}{\partial q^2}=\delta^{-1}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial f}{\partial q},$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p\partial q}=\delta^{-1}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)\frac{\partial f}{\partial p},\frac{\partial^2 f}{\partial q\partial p}=\delta^{-1}\left(\frac{\partial q}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial q}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial f}{\partial q}.$$

Такім чынам, згодна з азначэннем фармальных вытворных 1-га парадку, маем:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}=\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right),\frac{\partial^2 f}{\partial p\partial q}=\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right),\frac{\partial^2 f}{\partial q\partial p}=\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right),\frac{\partial^2 f}{\partial q^2}=\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right).$$

Аналагічна вызначаюцца фармальныя вытворныя $\frac{\partial^n f}{\partial p^k\partial q^{n-k}}$ парадку $n>2$ у выпадку функцый p,q і f класа $C^n(D)$.

Прадметам нашага даследавання з'яўляецца наступная сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных трэцяга парадку:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^3 f}{\partial x^3}-3\frac{\partial^3 f}{\partial x\partial y^2}-3\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2\partial y}+\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}=0,\\&\frac{\partial^3 f}{\partial y^3}+3\frac{\partial^3\varphi}{\partial x\partial y^2}-3\frac{\partial^3 f}{\partial x^2\partial y}-\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^3}=0,\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

дзе f,φ – шуканыя камплексныя функцыі класа $C^3(D)$.

Няхай $\Phi=f+j\varphi, p=x+jy, q=x-jy \quad (j^2=i^2=-1, j\neq i)$.

Тэарэма 1. Сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных (1) эквівалентная дыферэнцыяльнаму раўнанню ў фармальных вытворных

$$\frac{\partial^3\Phi}{\partial q^3}=0.\tag{2}$$

Знойдзем агульнае рашэнне дыферэнцыяльнага раўнання (2).

Тэарэма 2. Агульнае рашэнне дыферэнцыяльнага раўнання ў фармальных вытворных n-га парадку

$$\frac{\partial^n f}{\partial q^n}=0$$

мае выгляд:

$$f=\sum_{k=0}^{n-1}h_k q^k,\quad (x,y)\in D,$$

дзе $h_k=h_k[p]$ – любыя функцыі, манагенныя ў сэнсе У.С. Фёдарава (F-манагенныя) ў абсягу D адносна функцыі p $(k=0,1,\dots,n-1)$ [1].

Такім чынам, згодна з тэарэмай 2, агульнае рашэнне дыферэнцыяльнага раўнання (2) мае наступны выгляд:

$$\Phi=h_2q^2+h_1q+h_0,$$

дзе $h_k=h_k[p]$ – адвольныя функцыі, F-манагенныя ў абсягу D адносна функцыі p $(k=0,1,2)$.

Лёгка паказаць [2], што бікамплексная функцыя $H = H_1(x,y) + jH_2(x,y)$, манагенная ў сэнсе У. С. Фёдарава па функцыі $p = x + jy$ у абсягу D, мае выгляд:

$$H(x,y) = \frac{1}{2}\{u[\bar{z}] + v[z]\} + j\frac{i}{2}\{u[\bar{z}] - v[z]\},$$

дзе $u[\bar{z}]$ – камплексная функцыя, аналітычная ад $\bar{z} = x - iy$ у абсягу D; $v[z]$ – камплексная функцыя, аналітычная ад $z = x + iy$ у абсягу D.

Такім чынам, агульнае рашэнне раўнання (2) мае выгляд:

$$\Phi = \left\{\frac{u_2[\bar{z}] + v_2[z]}{2} + j\frac{iu_2[\bar{z}] - iv_2[z]}{2}\right\}(x - jy)^2 +$$

$$+\left\{\frac{u_1[\bar{z}] + v_1[z]}{2} + j\frac{iu_1[\bar{z}] - iv_1[z]}{2}\right\}(x - jy) +$$

$$+\left\{\frac{u_0[\bar{z}] + v_0[z]}{2} + j\frac{iu_0[\bar{z}] - iv_0[z]}{2}\right\},$$

дзе $u_0[\bar{z}], u_1[\bar{z}], u_2[\bar{z}]$ – адвольныя камплексныя функцыі, аналітычныя ад $\bar{z} = x - iy$ у абсягу D; $v_0[z], v_1[z], v_2[z]$ – адвольныя камплексныя функцыі, аналітычныя ад $z = x + iy$ у абсягу D.

Адсюль атрымліваем рашэнне сістэмы дыферэнцыяльных раўнанняў у частковых вытворных (1):

$$f = \frac{u_2[\bar{z}] + v_2[z]}{2}(x^2 - y^2) + 2xy\frac{iu_2[\bar{z}] - iv_2[z]}{2} + \frac{u_1[\bar{z}] + v_1[z]}{2}x +$$

$$+\frac{iu_1[\bar{z}] - iv_1[z]}{2}y + \frac{u_0[\bar{z}] + v_0[z]}{2},$$

$$\varphi = -2xy\frac{u_2[\bar{z}] + v_2[z]}{2} + \frac{iu_2[\bar{z}] - iv_2[z]}{2}(x^2 - y^2) - \frac{u_1[\bar{z}] + v_1[z]}{2}y +$$

$$+\frac{iu_1[\bar{z}] - iv_1[z]}{2}x + \frac{iu_0[\bar{z}] - iv_0[z]}{2}.$$

ЛІТАРАТУРА

1. Фёдоров, В.С. Основные свойства обобщённых моногенных функций / В.С. Фёдоров // Известия вузов. Математика. – 1958. – № 6.– С. 257–265.

2. Стельмашук, Н.Т. О некоторых линейных дифференциальных уравнениях в частных производных в дуальной и бикомплексной алгебрах / Н.Т. Стельмашук // Известия вузов. Математика. – 1964. – № 3.– С. 136–142.

А. А. ЮДОВ, Н. С. КОВАЛИК
БрГУ им. А.С. Пушкина (г. Брест, Беларусь)

КЛАССИФИКАЦИЯ КРИВЫХ ПРОСТРАНСТВА МИНКОВСКОГО С КАСАТЕЛЬНЫМИ МНИМОЕВКЛИДОВА ТИПА

Группу Ли G движений пространства Минковского (пространства ${}^1R_4$) будем задавать как совокупность матриц вида:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t & A \end{pmatrix}, \qquad (1)$$