



Министерство образования Республики Беларусь

*Учреждение образования*  
«Белорусский государственный педагогический  
университет имени Максима Танка»

## **Физико-математические науки и информатика, методика преподавания**

*Материалы Международной студенческой  
научно-практической конференции  
г. Минск, 19 апреля 2017 г.*

Минск 2017

# ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Л.А. Яблокова, 1 курс, физико-математический факультет

науч. рук. канд. физ.-мат. наук, профессор В.А. Яковенко

**Вращательным** называется такое движение твердого тела, при котором все его точки описывают окружности с центрами, лежащими на одной прямой, называемой **осью вращения**.

Ось вращения может проходить через тело или лежать вне его.

В качестве силовой характеристики вращательного движения вводится понятие момента силы [1, с. 115–121].

Следует отличать моменты силы относительно оси и относительно точки.

**Моментом силы** относительно точки  $O$  называется векторное произведение

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}], \quad (1)$$

где  $\vec{r}$  – **радиус-вектор**, проведенный из этой точки к точке приложения силы.

Вектор  $\vec{M}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ , численно равен площади параллелограмма, сторонами которого являются данные векторы:

$$M = rF \sin\varphi. \quad (2)$$

Направление вектора  $\vec{M}$  определяется по **правилу векторного произведения**: если совместить точки приложения векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ , то кратчайший поворот от радиус-вектора  $\vec{r}$  к силе  $\vec{F}$  будет происходить по часовой стрелке, если смотреть вслед вектору  $\vec{M}$  (рис. 1).

Рассмотрим движение одной материальной точки массой  $m_i$  по окружности радиуса  $r$  под действием силы  $\vec{F}$ .

Пусть сила  $\vec{F}$  лежит в плоскости чертежа, тогда движение точки будет плоским и может рассматриваться как вращение или вокруг центра  $O$ , или вокруг оси  $OZ$ , проходящей через этот центр перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 2).

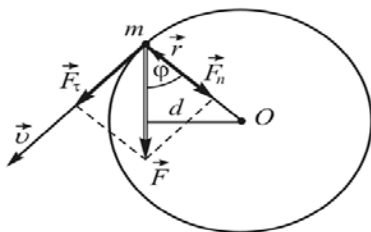


Рис. 1

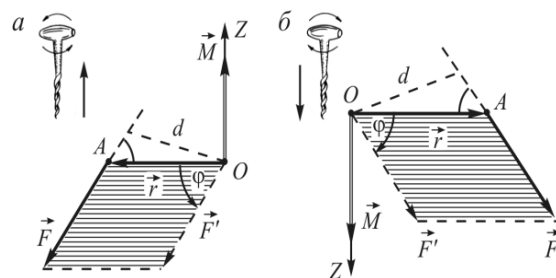


Рис. 2

Тангенциальная составляющая силы  $F_t = F \sin\varphi$  сообщает точке тангенциальное ускорение  $a_t$ , которое согласно второму закону Ньютона:

$$ma_t = F \sin\varphi. \quad (3)$$

Выразим  $a_\tau$  через угловое ускорение ( $a_\tau = \varepsilon r$ ) и, умножив обе части последнего равенства на  $r$ , получим:

$$mr^2\varepsilon = Fr\sin\varphi. \quad (4)$$

Правая часть последнего уравнения представляет собой момент силы  $M$  относительно центра  $O$  (или относительно оси  $OZ$ , перпендикулярной плоскости чертежа).

Величина, равная произведению массы точки и квадрата расстояния от нее до оси вращения, называется **моментом инерции** точки относительно этой оси:

$$I = mr^2. \quad (5)$$

При использовании момента силы и момента инерции равенство (3) имеет вид:

$$I\varepsilon = M. \quad (6)$$

Полученное соотношение представляет собой второй закон Ньютона для вращательного движения материальной точки вокруг неподвижной оси.

Установим теперь *связь* между угловым ускорением и моментом сил, действующих на тело, вращающееся вокруг неподвижной оси (рис. 3).

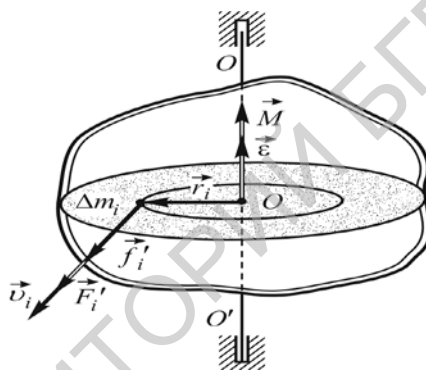


Рис. 3

Разобьем мысленно тело на малые элементы массами  $\Delta m_i$ , которые можно считать материальными точками, т. е. будем рассматривать твердое тело как систему материальных точек с неизменными расстояниями между ними.

В результате после суммирования получаем **уравнение вращательного движения** твердого тела вокруг неподвижной оси как системы материальных точек:

$$\sum_i \Delta m_i r_i^2 \varepsilon = \sum_i r_i F_i'. \quad (7)$$

**Сумма моментов** внешних сил, действующих на тело, равна моменту результирующей этих сил относительно оси  $OO'$ :

$$M = \sum_i r_i F_i'. \quad (8)$$

**Моментом инерции** тела относительно некоторой оси называют сумму моментов инерции всех его точек относительно той же оси:

$$I = \sum_i I_i = \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (9)$$

Вектор углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  тела совпадает по направлению с вектором момента сил  $\vec{M}$  относительно неподвижной оси, а момент инерции тела – величина скалярная, следовательно, предыдущее уравнение можно записать в векторной форме:

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}. \quad (10)$$

Полученное соотношение называют **уравнением динамики**, или **вторым законом Ньютона для вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси**.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Яковенко, В.А. Курс общей физики. Механика / В.А. Яковенко, Г.А. Заборовский, С.В. Яковенко. – Минск, 2008. – 320 с.

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ