Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный педагогический
университет имени Максима Танка»

Физико-математические науки и информатика, методика преподавания

Материалы Международной студенческой научно-практической конференции
г. Минск, 19 апреля 2017 г.

Минск 2017

СВЯЗЬ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

А.А. Сидоркина, 1 курс, физико-математический факультет

науч. рук канд. физ.-мат. наук, профессор В.А. Яковенко

Использование векторного произведения при описании различных физических законов и явлений позволяет в значительной степени упростить их анализ, смоделировать более простую геометрическую интерпретацию и правильный векторный характер этих соотношений.

С помощью этого произведения наиболее просто и убедительно выражать связь между векторами линейных и угловых характеристик вращательного движения материальной точки вокруг неподвижной оси.

В зависимости от физических свойств величин, являющихся векторами, векторы подразделяются на: ***свободные***, ***скользящие*** и ***приложенные***.

Свободный вектор может быть отнесен к любой точке, лежащей на линии действия вектора.

Скользящий вектор может быть отнесен к любой точке, лежащей на линии его действия.

Приложенный вектор может быть отнесен только к одной определенной точке пространства.

Арифметические действия над скользящими и приложенными векторами выполняются так же, как и над свободными векторами.

Движение точки по окружности удобно описывать не линейными величинами $\Delta\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}, S$, а угловыми: углом поворота φ, угловой скоростью $\vec{\omega}$ и угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$, моментом силы $\vec{M}$, моментом импульса $\vec{L}$.

Мгновенная угловая скорость характеризует характер вращения в данный момент времени и равна пределу отношения или производной угла поворота по времени:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1)$$

Угловая скорость, как и линейная, характеризуется не только величиной (численным значением), но и направлением.

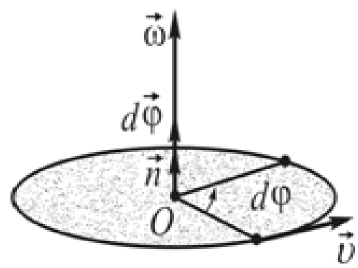

Рис. 1

Введем вектор бесконечно малого угла $d\varphi$, который численно равен углу поворота радиуса-вектора $d\vec{\varphi}$ и направлен вдоль единичного вектора нормали $\vec{n}$ к плоскости таким образом, что если смотреть с вершины вектора $\vec{n}$, то поворот будет происходить против часовой стрелки (рис. 1):

$$d\vec{\varphi} = \vec{n}d\varphi,$$

где модуль $|\vec{n}| = 1$.

Тогда вектор угловой скорости:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}\vec{n}, \quad (2)$$

а его направление совпадает с нормалью к плоскости вращения.

Характеристикой изменения вектора угловой скорости является угловое ускорение.

Различают среднее и мгновенное угловые ускорения.

Среднее угловое ускорение за некоторый интервал времени равно отношению изменения угловой скорости ко времени, за которое произошло это изменение:

$$\langle\vec{\varepsilon}\rangle = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}. \tag{3}$$

Мгновенное угловое ускорение характеризует изменение угловой скорости в данный момент времени и равно пределу этого отношения, или производной угловой скорости по времени, или второй производной угла по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \tag{4}$$

Единица измерения углового ускорения – 1 рад/с^2.

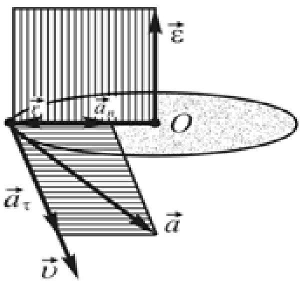

Рис. 2

Подставляя в формулу определения модуля углового ускорения $\varepsilon = d\omega/dt$ выражение $\omega = v/r$ и учитывая, что тангенциальное ускорение $a_\tau = dv/dt$, получаем связь углового и тангенциального ускорений: $\varepsilon = a_\tau/r$. (5)

Из формулы (5) и рис.2 видно, что вектор a_τ равен векторному произведению углового ускорения и радиуса-вектора $\vec{r}$: $\overrightarrow{a_\tau} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}]$. (6)

Нормальное ускорение численно равно $a_n = v^2/r = \omega^2 r$ и направлено к центру кривизны противоположно $\vec{r}$, поэтому $\overrightarrow{a_n} = -\omega^2\vec{r}$. Вектор полного ускорения точки:

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_\tau} + \overrightarrow{a_n} = [\vec{\varepsilon}, \overrightarrow{r}] - \omega^2\vec{r}. \tag{7}$$

Для определения направления векторов угловых величин удобно пользоваться правилом правого винта (буравчика): если поворачивать головку винта в направлении вращательного движения точки, то его поступательное движение покажет направление вектора угловой скорости (рис. 3). В отличие от свободных векторов, которые могут иметь произвольные точки приложения и направления в пространстве (например $\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$), векторы угловых величин $d\vec{\varphi}, \vec{\omega}, \vec{\varepsilon}$ являются аксиальными, т. е. они всегда направлены вдоль оси вращения (перпендикулярно плоскости вращения). Направление вектора $\vec{\varepsilon}$ совпадает с вектором изменения угловой скорости $\Delta\vec{\omega}$: в случае ускоренного движения по окружности совпадает с направлением $\vec{\varepsilon}$ и противоположно ему в случае замедленного движения. [1, с. 32–36].

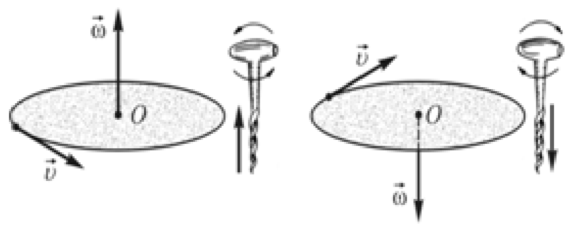

Рис. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Яковенко, В.А. Курс общей физики. Механика / В.А. Яковенко, Г.А. Заборовский, С.В. Яковенко.– Минск, 2015.–383 с.