СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Манвелов, С.Г. Конструирование современного урока математики / С.Г. Манвелов. – М. : Просвещение, 2005. – 175 с.

2. Запрудский, Н.И. Современные школьные технологии / Н.И. Запрудский. – Минск : Сэр-Вит, 2010. – 256 с.

УДК 51 (07)

О.Н. ПИРЮТКО, Е.В. РАПЕЦКАЯ, Н.В. КУРИЛЬЧИК
Минск, БГПУ имени Максима Танка

МЕТОДИКА КОМПЛЕКСНОГО ПОДХОДА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

Задачи по стереометрии – комплексные упражнения, способствующие развитию пространственных представлений, умения логически мыслить, способствующие более глубокому усвоению всего школьного курса математики [1]. При решении задач по стереометрии используются различные подходы и соответствующие им методы. Применяя их в определенной системе при решении конкретной задачи, осуществляя подробный анализ условия, моделирование ситуации задачи с помощью различных ключевых задач и обобщенных приемов, получим реализацию комплексного подхода, позволяющего учащимся, имеющим различные особенности усвоения знаний, овладеть комплексным подходом к решению задач.

Предлагаем следующие варианты использования комплексного подхода при решении стереометрических задач:

- тончайший анализ при изучении условия задачи и выбора теоретических положений для поиска ее решения;
- совместное использование теории и моделирования при решении стереометрических задач, в которые можно включить:

использование развертки стереометрической фигуры; приемы достраивания (например, достраивание тетраэдра до параллелепипеда); приемы конструирования; применение комбинаций различных приемов (графические модели, аналитический анализ ситуации, построение физической модели, применение мультимедийных технологий).

Проиллюстрируем сказанное примерами:

Пример 1. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $AB = 8$, $AD = 21$, $AA_1 = 7\sqrt{7}$. Точка M лежит на отрезке BC_1, точка N лежит на отрезке BD, прямые AM и A_1N пересекаются. Определите тангенс угла между прямой D_1M и плоскостью BCC_1, если $BN : ND = 3 : 7$.

Методика решения этой задачи отражена во фрагменте конспекта элемента урока – эвристической беседы в процессе поиска решения задачи.

У: Каково взаимное расположение прямых AM и A_1N в пространстве?

О: По условию задачи прямые AM и A_1N пересекаются, следовательно, они лежат в одной плоскости.

У: Какие точки этой плоскости уже построены на плоскостях граней?

О: Точки A, A_1 M и N лежат в гранях $AA_1D_1D, AA_1B_1B,\ ABCD, BB_1C_1C$.

У: Пересечение какой грани с этой плоскостью можем построить?

О: В нижней грани точку пересечения прямых BC и AN обозначим K.

У: По какой прямой сечение пересекает плоскость грани AA_1D_1D?

О: По прямой AA_1. AA_1D_1D параллельны, следовательно, прямая пересечения плоскостей AA_1N и BB_1C_1 параллельна прямой AA_1.

У: Построим в плоскости BB_1C_1C прямую KL параллельную прямой AA_1, точка L – точка пересечения прямых KL и B_1C_1. По какой прямой пересекаются плоскость AA_1N и плоскость верхнего основания? (LA_1).

У: Что можно сказать о положении точки M?

О: Она принадлежит построенному сечению, и, по условию, точка M лежит на отрезке BC_1. Следовательно, точка M является точкой пересечения построенного сечения AA_1LK и отрезка BC_1, то есть отрезки LK и BC_1 пересекаются в точке M.

Пример 2. Доказать, что если у тетраэдра суммы плоских углов при трех вершинах равны 180°, то все его грани – равные треугольники.

◄ Сумма плоских углов при всех вершинах тетраэдра равна сумме углов четырех треугольников, образующих его. Понятно, что если суммы плоских углов при трех вершинах равны 180°, то и у четвертой вершины сумма плоских углов равна 180°. Обозначим данный тетраэдр $ABCD$ и сделаем его развертку, разрезав его поверхность по ребрам DA, DB, DC. Поскольку суммы плоских углов при вершинах A, B и C равны 180°, то в развертке получим треугольник $D_1D_2D_3$, в котором A, B и C – середины соответствующих сторон. Следовательно, на самом деле все грани тетраэдра $ABCD$ равны между собой. ►

Метод развертки эффективен при решении задач, в которых требуется найти кратчайший путь между двумя точками по поверхности многогранника, цилиндра или конуса.

Пример 3. Дана коробка (прямоугольный параллелепипед), высота которой равна ширине. По ее поверхности (но не внутри) ползет муравей. Изначально муравей сидит в углу. Верно ли, что среди всех точек поверхности на наибольшем расстоянии от муравья находится противоположный угол? Анализ различных «путей по развертке» показывает, что очевидный, на первый взгляд, ответ не является верным.

Пример 4. Совместное использование теории и моделирования при решении задач на достраивание. Противоположные ребра тетраэдра попарно равны. В основании лежит треугольник со сторонами a, b и c. Найти объем тетраэдра. Суть метода достраивания в том, что рассматриваемый тетраэдр достраивается до параллелепипеда. Через каждое ребро тетраэдра проведем плоскость, параллельную противоположному. Получим три пары параллельных плоскостей, образующих параллелепипед. Ребра исходного тетраэдра являются диагоналями граней получившегося прямоугольного параллелепипеда.

Пример 5. Совместное использование теории и моделирования при решении задачи, для решения которой требуется применение комбинаций различных приемов. Три равных конуса имеют общую вершину, касаются одной плоскости и попарно касаются между собой. Найти угол в осевом сечении одного из этих конусов. Решение задачи связано с построением каркаса для конуса, т.е. применение комплексного подхода сопровождается процессом моделирования и конструирования.

Пример 6. Построение физической модели, применение мультимедийных технологий. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости AB_1C. Построение изображения куба и заданного сечения не для всех учащихся указывает на перпендикулярность прямой BD_1 и плоскостью AB_1C. Для рассмотрения объектов с различных точек зрения можно использовать как физическую модель, так и модель с применение мультимедийных технологий, например, видеоролики и графические изображения. Материальная, физическая модель создается для воспроизведения и отражения пространственных свойств объектов и отношений между ними. Мультимедийные средства позволяют внести динамику, изменение несущественных свойств и выделение инвариантных отношений между параметрами исследуемых объектов.

Комплексный подход к решению задач по стереометрии требует построения системы задач, учитывающей *характер связей между элементами задачи*, соотношение между воспроизводящей и творческой деятельностью учеников: алгоритмические задачи; полуалгоритмические задачи; эвристические задачи. Приоритетными являются задачи эвристического характера (приведенные примеры их иллюстрируют) различного уровня сложности, которые позволяют реализовать комплексный подход к решению стереометрических задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Готман, Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения / Э.Г. Готман – М. : МЦНМО, 2006. – 160с.