УДК [378:37.018.48]-51

О ПОДГОТОВКЕ И ПЕРЕПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ, РАБОТАЮЩИХ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ

Ладутько Л. В., Шалик Э. В.
БГПУ, Минск

Особенностью организации обучения с 2015/2016 учебного года является введение профильного обучения, которое предусматривает изучение отдельных учебных предметов на повышенном уровне. Реализация профильного обучения требует как совершенствование научно-методического обеспечения общего среднего образования, так и обеспечение повышения профессиональной компетентности учителей, их непрерывного образования и самообразования в рамках повышения квалификации.

При изучении учебного предмета «Математика» в учреждениях общего среднего образования на повышенном уровне учебной программой усилены требования к результатам учебной деятельности учащихся. В процессуальной части учебной программы увеличен объем учебного материала, предъявляемого на уровне понимания, обобщены и систематизированы теоретические знания учащихся и расширены требования к обоснованию решения задач. В этой связи обучение математике на повышенном уровне должно быть направлено не только на прочное усвоение учебного материала, но и на расширение знаний в области математики, доведении их до уровня достаточного для усвоения математических дисциплин, изучаемых в высшем профессиональном образовании. Основная роль в обеспечении такого обучения принадлежит учителю математики, который должен владеть глубокими знаниями своего предмета, уметь решать задачи различного уровня сложности, свободно владеть современными методами, формами и средствами обучения.

В рамках школьной программы по математике знаний, получаемых учащимися общеобразовательных школ, явно недостаточно, чтобы удовлетворить их познавательную потребность в глубоком понимании сути различных функций и их практическом применении при решении задач. Учебной программой по математике, при изучении ее на повышенном уровне, с 2015/2016 учебного года структурирован материал темы «Функции» в X классе, а тема «Производная» перенесена в XI класс. Для повышения творческого и интеллектуального потенциала учащихся, формирования их устойчивой мотивации к исследовательской работе, учителю необходимо владеть основными понятиями дифференциального исчисления и уметь применять методы математического анализа к решению разнообразных прикладных задач, задач элементарной математики, геометрических задач. Поэтому изучение темы «Дифференциальное исчисление и его приложения» предполагает углубление как теоретической, так и практической составляющей предметной подготовки учителя.

Основным понятием дифференциального исчисления является понятие производная. Изложение темы должно быть ориентировано на содержательное раскрытие понятий, на выявление их практической значимости, на активное использование предшествующих знаний. Учитывая тот факт, что в XI классе учащиеся готовятся к сдаче централизованного тестирования, то при отборе упражнений необходимо предпочтение отдавать тем, которые включают в себя повторение пройденного материала. Например:

1. Указать количество целых решений неравенства $f'(x)+\varphi'(x)\le 0$, если $f(x)=2x^3+12x^2$, $\varphi(x)=9x^2+72x$.

2. Найти больший корень уравнения $f'(x)=2f(x)$, если $f(x)=e^{-x}(x^2+3x+1)$.

3. Найти сумму абсцисс точек пересечения графика функции $y = x^3+3x^2$ и графика ее производной.

Неоспоримы возможности применения элементов дифференциального исчисления в изучении процессов и явлений реального мира, в решении различных физических и технических задач. Учителям на курсах повышения квалификации предлагается, разработать тематику исследовательской работы для учащихся, включающую в себя вопросы о механическом и геометрическом смысле производной. Для закрепления понятий касательной и ее уравнения лучше решать задачи комбинированного характера, требующие знаний из всего курса школьной математики. Например,

1. Дана функция $y=x+\dfrac{1}{x}$. Найти площадь треугольника отсекаемого осями координат и касательной к графику этой функции в точке (0,5; 2,5).

2. Определить углы треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $y=x^2-\sqrt{3}x-2$в точке пересечения этого графика с осью ординат.

С целью совершенствования профессиональной компетентности учителей математики, организующих изучение предмета на повышенном уровне в профильных классах, в институте повышения квалификации и переподготовки БГПУ при изучении учебной дисциплины «Математический анализ» предлагается практико-ориентированный подход.

Слушатели должны знать систему основных понятий математического анализа, методы дифференцирования, уметь применять изученную теорию для решения практических задач, строить простейшие математические модели реальных процессов.

У большинства школьных учителей не вызывают сложности задачи на применение производной к исследованию функций. Поэтому на занятиях большее внимание уделяется вопросам по использованию производной при решении уравнений и неравенств.

Особые трудности вызывает у учителей подбор задач, формирующих элементарные навыки приложения математики. Поиск и систематизация поучительных и в то же время достаточно простых задач на оптимизацию является проблемой для учителей, работающих в профильных классах.

Поэтому актуальным на курсах повышения квалификации учителей математики является предлагать практико-ориентированные задачи на оптимизацию, методику их решения с использованием дифференциального исчисления. Эти задачи предполагают определить, как с помощью имеющихся средств достичь наилучшего результата. При этом нужный результат необходимо получить с наименьшими затратами труда, средств, времени и т.п. Формирование умения решать такие задачи является одной их важных целей изучения основ математического анализа, на что обращается внимание слушателей при проведении курсов повышения квалификации учителей математики в ИПК и П.

Рассмотрим некоторые примеры.

Задача 1. Из 54π м^2 металла надо изготовить цилиндрический бак. Какими должны быть диаметр основания бака и его высота, чтобы его объем был наибольшим?

Задача 2. Судно В находится на расстоянии 75 км к востоку от судна А и идёт на запад со скоростью 12 км/ч. Судно А идет к югу со скоростью 9км/ч. В какой момент суда будут наиболее близки друг к другу?

Задача 3. Нужно занять территорию как можно большей площади, огородив её забором. Площадка должна быть прямоугольной. Есть доски на то, чтобы построить забор периметра p. Каковы должны быть стороны прямоугольника x, y?

В качестве функции для исследования могут рассматриваться разные величины. Например, периметр, площадь фигуры, объем тела, время, скорость и так далее. Переменной функции может быть какой-либо параметр фигуры или тела − длина стороны, угол между сторонами и т.п. После того, как функция составлена, ее необходимо исследовать с помощью производной на нахождение экстремума. При этом следует учитывать, что обычно в таких задачах функция существует на конечном промежутке, который определяется из условия задачи.

Поясним на примере. Решим задачу 1. Объем цилиндрического бака (будем считать, что бак − это цилиндр без верхнего основания) можно посчитать по известной формуле $V = \pi R^2 H$, где R − радиус основания бака, H − его высота. Если объем цилиндра рассматривать как функцию исследования, то, очевидно, у нас есть две неизвестные величины – радиус R и высота H. Необходимо определить, какую величину считать неизвестной, чтобы задача решалась проще. Проанализировав ситуацию, можно придти к выводу, что в качестве неизвестной переменной лучше рассматривать радиус R. Величина H тогда выразится через R так:

$$H(R) = \frac{54 - R^2}{2R}.$$

Если же в качестве неизвестной переменной рассматривать высоту H, то для нахождения зависимости $R(Í)$ необходимо решать квадратное уравнение, что усложняет задачу.

Подставив полученное выражение для $H(R)$ в формулу объёма цилиндра, получим функцию для исследования

$$V(R)=\frac{\pi}{2}(54R-R^3).$$

Для нахождения экстремального значения найдём производную данной функции

$$V'(R)=\frac{\pi}{2}\left(54-R^2\right).$$

Промежуток исследования определим из условия $54R-R^3>0\Rightarrow 0<\mathrm{R}<\sqrt{54}$.

Приравняв к нулю производную, получим, что критической точкой первого рода будет точка $R=\sqrt{18}$. Она принадлежит интервалу $\left(0;\sqrt{54}\right)$ и при переходе через неё производная меняет знак с плюса на минус. На интервале $\left(0;\sqrt{54}\right)$ функция непрерывна, и на этом интервале найдена только одна критическая точка первого рода. Значит, в этой точке функция принимает своё максимальное значение. Высоту найдем, подставив $R=\sqrt{18}$ в выражение

$$H(R)=\frac{54-R^2}{2R}.$$

Получим $H=\sqrt{18}$.

Ответ: объём бака будет наибольшим, если диаметр основания равен $2\sqrt{18}$, а высота равна $\sqrt{18}$.

Таким образом, при решении таких задач необходимо обращать внимание на:

1. Правильность определения функции и переменной для исследования.
2. В качестве переменной, относительно которой составляется функция для исследования, не обязательно брать искомую величину. Бывает, что от выбора переменной зависит сложность решения задачи. Поэтому выбирать переменную следует так, чтобы аналитическое выражение, задающее функцию исследования, было более простым.
3. Правильность определение промежутка исследования.

Практические задания на применение производной для решения задач с физическим, биологическим, химическим, географическим, экономическим содержанием, рассматриваемые на курсах, удовлетворяют основной запрос учителей, работающих в профильных классах. Обеспечение учителей математики дополнительным теоретическим и практическим материалом по теме ««Дифференциальное исчисление и его приложения» является важнейшей задачей учебного процесса на курсах повышения их квалификации и переподготовки.