

# ВЕСЦІ

АКАДЭМІІ НАВУК БЕЛАРУСІ

---

---

СЕРЫЯ

ФІЗІКА-МАТЭМАТЫЧНЫХ

НАВУК

№ 2

АСОБНЫ АДЫТАК

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ



Мінск 1995

## Литература

1. Малышев Б. Н., Салюк В. А. // ЖТФ. 1971. Т. 41. С. 1690.
2. Hagen W. F. // J. Appl. Phys. 1969. Vol. 40. P. 511.
3. Crozzet P., Meyer V. // Compt. Rend. B. 1970. Vol. 271, P. 718—721.
4. Белоконь М. В., Рубинов А. Н., Стрижнев В. С. // ЖПС. 1973. Т. 19, № 1. С. 39—43.
5. Прикладная оптика / Под ред. А. С. Дубовика. М. 1982.
6. Бегунов Б. Н., Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузьмичев В. И. // Теория оптических систем. М., 1981.
7. Орлов В. К., Вирник Я. З., Воротилин С. П. и др. // Квантовая электроника. 1978. Т. 5. С. 1389.
8. Bagget H. H., Jacobs S. F. // Opt. Lett. 1979. Vol. 4. P. 190.
9. Mathien P., Balanger P. A. // Appl. Opt. 1980. Vol. 19. P. 2262.
10. Багдасаров З. Е., Вирник Я. З., Воротилин С. П. и др. // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. С. 2397.
11. Бельдюгин И. М. // Квантовая электроника. 1981. Т. 8. С. 2345.
12. Барихин Б. А., Барковский К. П., Герасимов В. Б. и др. // Квантовая электроника. 1985. Т. 12, № 8. С. 1726—1729.

Институт физики им. Б. И. Степанова  
АН Беларуси

Поступила в редакцию  
02.06.94

УДК 538.915

В. М. ГОЛУБ, А. С. КАРОЛИК

## ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ХАРТРИ—ФОКА—РУТАНА В РАСЧЕТАХ ЗОННОЙ СТРУКТУРЫ ПЕРЕХОДНЫХ ГЦК-МЕТАЛЛОВ

**Введение.** Данные по электронной зонной структуре металлов крайне необходимы при исследовании их свойств и интерпретации экспериментальных результатов. Первые расчеты зонных спектров для одного направления симметрии в ОЦК, ГЦК и ГПУ  $3d$ -металлах были выполнены методом присоединенных плоских волн (ППВ) с использованием атомных волновых функций Хартри—Фока [1]. Позже подобные расчеты выполнялись для всех переходных металлов как методом ППВ, так и другими методами [2, 3]. Исследовалось влияние выбора электронной конфигурации атомов, кристаллического потенциала, обменно-корреляционных поправок. Расчеты проводились как с учетом самосогласования потенциала и релятивистских эффектов, так и без них [4—9]. Было показано, что металлы с одинаковой кристаллической структурой имеют схожие зависимости дисперсных кривых. Отличие связано лишь с относительным положением  $sp$ - и  $d$ -зон, их шириной и положением энергии Ферми. Установлено, что релятивистские эффекты оказываются существенными для тяжелых металлов с атомным числом более 55, для более легких  $3d$ - и  $4d$ -металлов учет их не приводит к лучшему согласию с экспериментом [2, 7]. Среди многообразия методов, используемых в современных зонных расчетах, наиболее широкое распространение получили методы ППВ и ККР (Корринги—Кона—Ростокера или функций Грина). Оба эти метода схожи, взаимно преобразуемы, основаны на МТ-приближении для кристаллического потенциала и сходятся к одним и тем же результатам.

При построении априорного МТ-потенциала наиболее важными моментами являются выбор самосогласованных атомных волновых функций и выбор обменно-корреляционного потенциала. В расчетах зонных спектров наибольшее распространение получили атомные волновые функции Хартри—Фока и Хартри—Фока—Слэтера. Для задания их используются либо громоздкие программы расчета этих функций, либо не менее громоздкие таблицы их значений. С целью устранения этих не-

удобств в работе [10] получены аналитические выражения для электронных волновых функций целого ряда металлов, которые получили название волновых функций Хартри—Фока—Рутана (ХФР). До настоящего времени они не нашли широкого практического применения. Нам известно их использование лишь для расчетов зонных спектров лития [11] и бериллия [12]. В данной работе волновые функции ХФР применены для построения кристаллических потенциалов и расчета энергетических зон в меди, никеле и серебре. При этом обменно-корреляционный потенциал строился в  $X_\alpha$ -приближении [13] с параметром  $\alpha$ , рассчитанным из теоремы вириала. Расчеты проводились без учета релятивистских эффектов и самосогласования потенциала.

**Метод расчета.** Задачу вычисления электронной структуры можно разделить на два этапа: построение эффективного потенциала и решение уравнения Шредингера с этим потенциалом с целью нахождения энергетических зон и блоховских волновых функций. Суммарный кристаллический потенциал  $V(\mathbf{r})$  представлялся суперпозицией потенциалов  $V_\alpha(\mathbf{r})$  нейтральных атомов, находящихся в узлах решетки  $\mathbf{R}$

$$V(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{R}} V_\alpha(\mathbf{r} - \mathbf{R}). \quad (1)$$

В качестве волновых функций нейтральных атомов в настоящей работе использовались самосогласованные волновые функции Хартри—Фока—Ротана. Они имеют вид [10]

$$\Phi_{i\lambda\alpha} = \sum_p C_{i\lambda p} \chi_{p\lambda\alpha}(R, \theta, \varphi),$$

где

$$\chi_{p\lambda\alpha}(R, \theta, \varphi) = R_{\lambda p}(R) Y_{\lambda\alpha}(\theta, \varphi), \quad (2)$$

и

$$R_{\lambda p} = \frac{1}{\sqrt{2n_{\lambda p}!}} (2Z_{\lambda p})^{n_{\lambda p}+1/2} R^{n_{\lambda p}-1} e^{-Z_{\lambda p}R}.$$

В этих формулах определяемыми параметрами являются заряды  $Z_{\lambda p}$  и коэффициенты  $C_{i\lambda p}$ .

При построении кристаллического потенциала использовалось МТ-приближение. Внутри МТ-сферы радиуса  $R_{MT}$  потенциал считался сферически симметричным, вне ее — постоянным  $V_c$ . Кулоновская и обменная части строились отдельно. Кулоновская часть состояла из кулоновского потенциала центрального атома  $V_{ac}(R)$  и вклада от потенциалов атомов соседних координационных сфер.

Современное развитие теории зонных расчетов не позволяет однозначно установить вид обменно-корреляционного потенциала, наиболее адекватно описывающего электронные свойства твердых тел. Параметры этого потенциала подбираются так, чтобы обеспечить наилучшее согласие расчетов с экспериментом. В настоящей работе для обменно-корреляционного потенциала  $V_{xc}^\alpha$  (R) использовалось  $X_\alpha$ -приближение [13]

$$V_{xc}^\alpha(R) = \alpha V_x^s(R), \quad (3)$$

где  $V_x^s(R) = -3 \left( \frac{3n(R)}{\pi} \right)^{1/3}$  — потенциал Слэтера,  $n(R)$  — электронная плотность. Таким образом, потенциал внутри МТ-сферы имеет вид

$$V_{MT}(R) = V_{ac}(R) + \sum_i \frac{N_i}{2a_i R} \int R' V_{ac}(R') dR' + \alpha V_x^s(R), \quad (4)$$

где  $a_i$  — радиус  $i$ -й координационной сферы;  $N_i$  — число атомов в ней. Значение постоянного потенциала  $V_c$  рассчитывалось усреднением

потенциала в области между МТ-сферой и сферой, равновелнкой с ячейкой Вигнера—Зейтца:

$$V_c = \frac{3}{R_{ВЗ}^3 - R_{МТ}^3} \int_{R_{МТ}}^{R_{ВЗ}} V_{МТ}(R) R^2 dR. \quad (5)$$

Выбор параметра  $\alpha$  может существенно влиять на рассчитанные электронные свойства. Обычно в расчетах  $\alpha$  варьируется от 2/3 (потенциал Гаспара—Кона—Шэма) до 1 (полный слэтеровский потенциал). В [15] представлены значения  $\alpha$ , рассчитанные для большого числа металлов двумя способами, из условия наилучшего совпадения  $X_\alpha$ -волновых функций с волновыми функциями Хартри—Фока и из теоремы вириала. Оба значения оказались очень близки. Зонных расчетов с этими значениями параметра  $\alpha$  практически не проводилось. В данной работе мы брали значения  $\alpha$ , полученные в [15] с использованием теоремы вириала.

Решение уравнения Шредингера с описанным выше потенциалом  $V(R)$  проводилось методом ППВ [2]. Внутри МТ-сферы волновая функция имеет вид присоединенной плоской волны

$$\Phi(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l A_{lm}(\mathbf{k}_i) U_l(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{s_i}|) Y_{lm}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s), \quad (6)$$

где  $Y_{lm}$  — сферические гармоники,  $\mathbf{k}_i = \mathbf{k} + \mathbf{G}_i$ ,  $\mathbf{G}_i$  — векторы обратной решетки,  $\mathbf{r}_s$  — положение  $s$ -й сферы,  $A_{lm}$  — коэффициенты, подлежащие определению,  $U_l(R)$  — решение радиального уравнения Шредингера. Вне МТ-сфер базисная функция имеет вид плоской волны

$$\Phi(\mathbf{k}_i, \mathbf{r}) = \exp i\mathbf{k}_i \mathbf{r}. \quad (7)$$

Используя разложение плоской волны на сферические гармоники и равенство выражений (6) и (7) на поверхности МТ-сферы, определялись коэффициенты  $A_{lm}$ . Использование вариационной процедуры приводит к секулярному уравнению на собственные значения:

$$\det(H_{ij}) = 0, \quad (8)$$

где

$$H_{ij} = (\mathbf{k}_i \mathbf{k}_j - E) \delta_{ij} - \sum_s \frac{4\pi (R_{МТ}^s)^2}{\Omega_0} e^{i\mathbf{k}_{ij} R_s} F_{ij,s};$$

$$F_{ij,s} = (\mathbf{k}_i \mathbf{k}_j - E) j_1(k_{ij} R_{МТ}^s) / k_{ij} - \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\widehat{\mathbf{k}_i \mathbf{k}_j}) \times$$

$$\times j_l(k_i R_{МТ}^s) j_l(k_j R_{МТ}^s) U_l'(E, R_{МТ}^s) / U_l(E, R_{МТ}^s),$$

где  $P_l$  — полиномы Лежандра,  $U_l'(E, R_{МТ}^s)$  — производная радиальной волновой функции на поверхности МТ-сферы,  $\Omega_0$  — объем элементарной ячейки.

Для проведения расчетов нами был запрограммирован метод ППВ на языке FORTRAN. При построении кристаллического потенциала учитывался вклад от шести ближайших координационных сфер. Разложение волновой функции по угловому моменту производилось до  $l=12$ . При разложении по базисным волновым функциям использовалось правило Свитендика, определяющее необходимое число базисных функций, обеспечивающее сходимость расчета с точностью  $\sim 0,001 R_y$  ( $k_{\max} R_s = 7$  для  $d$ -зон), что для ГЦК-решетки дает 27 базисных ППВ. При интегрировании уравнения Шредингера использовался равномерный логариф-

мический шаг по  $R$ . С этой целью были введены переменная  $x = \ln R$  и функция  $Y = \sqrt{RU}$ , после чего уравнение Шредингера приняло вид

$$Y'' = [e^{2x}(V - E) + (l + 1/2)^2] Y. \quad (9)$$

Логарифмическая производная в этих переменных записывается в виде

$$\frac{U_i'}{U_i} = e^{-x} \left( \frac{Y'}{Y} - 0,5 \right).$$

Интегрирование уравнения (9) проводилось методом Нумерова, основное уравнение которого имеет вид [2]

$$Y_{n+1} = -(B_n C_n + C_n Y_{n-1}) / A_n.$$

Здесь  $A_n = 1 - \Delta^2 \gamma_{n+1} / 12$ ;  $B_n = -2 - 5\Delta^2 \gamma_n / 6$ ;  $C_n = 1 - \Delta^2 \gamma_{n-1} / 12$ ;  $\gamma_n = e^{2x_n} (V_n - E) + (l + 1/2)^2$ ,  $\Delta = 0,05$  — шаг интегрирования по  $x$ . Для задания первых двух значений  $Y_1$  и  $Y_2$  использовалось асимптотическое представление для  $U_l(R)$  [3]:

$$U_l(R) \sim R^l \left[ 1 - \frac{Z}{l+1} R + \frac{2Z^2 + (l+1)(V_0 - E)}{(2l+2)(2l+3)} R^2 \right],$$

где  $V_0$  — значение потенциала на ядре,  $Z$  — заряд ядра.

Программа прошла проверку «плосковолновым тестом», в котором потенциал полагался равным нулю во всей области. Для расчета кривых плотностей состояний  $N(E)$  была составлена программа интегрирования методом тетраэдров [16].

**Результаты.** Расчет собственных значений энергии проводился в 89 точках  $1/48$  части зоны Бриллюэна. Электронная конфигурация атомов Cu, Ni и Ag соответственно имела вид  $3d^{10}4s^1$ ,  $3d^9,44s^{0,6}$  и  $4d^{10}5s^1$ . Параметр решетки, радиус МТ-сферы и параметр обменного потенциала  $\alpha$  составляли соответственно для Cu ( $a=6,8331$  а. е.,  $R_{MT}=2,4159$  а. е.,  $\alpha=0,70635$ ), Ni ( $a=6,6541$  а. е.,  $R_{MT}=2,3526$  а. е.,  $\alpha=0,70843$ ) и Ag ( $a=7,7316$  а. е.,  $R_{MT}=2,7335$  а. е.,  $\alpha=0,70114$ ) \*. Результаты расчетов приведены на рис. 1, 2 и в табл. 1—3. Наиболее полно они представлены для меди — металла, исследованного более детально как экспериментально, так и теоретически и служащего своего рода тестом для отладки программ и апробации новых методов расчета.

На рис. 1 представлен энергетический спектр меди в направлениях высокой симметрии. На рис. 2 изображены экстремальные сечения поверхности Ферми (ПФ) меди в направлениях  $\langle 100 \rangle$  и  $\langle 110 \rangle$ . Окружность обозначает сечение сферы свободных электронов. Очевидно незначительное отклонение поверхности Ферми

меди от сферы свободных электронов и наличие «шеек» касания с границами зоны в направлениях  $\langle 111 \rangle$ . Радиус шейки в единицах  $2\pi/a$  составляет 0,139. Экспериментально измеренное значение 0,147 [20]. Радиусы ПФ в направлениях ГК и ГХ равны соответственно 0,750 и 0,850  $R_y$ , экспериментальные значе-

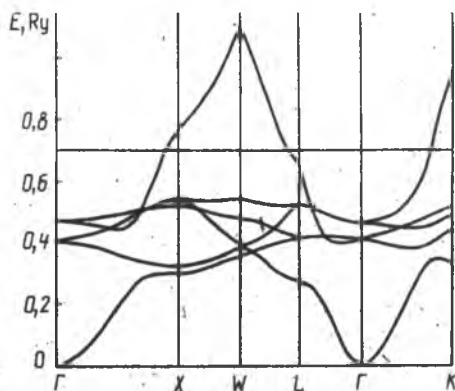


Рис. 1. Зонная структура меди вдоль основных направлений симметрии

\* а. е. (атомная единица длины) = 0,5292 А.

ния — 0,737 и 0,841 Ry [4]. Энергия Ферми рассчитывалась так же, как в [18], и составила для Cu, Ni и Ag соответственно 0,705, 0,564 и 0,547 Ry. Данные расчетов собственных значений энергии в основных направлениях симметрии, а также некоторые значения энергетических интервалов представлены в таблицах. Там же приведены имеющиеся экспериментальные значения. Наиболее хорошее совпадение результатов расчета с экспериментом имеет место для меди и никеля. Так, интервал энергий от вершины  $d$ -зоны до уровня Ферми, по нашим расчетам, составил для

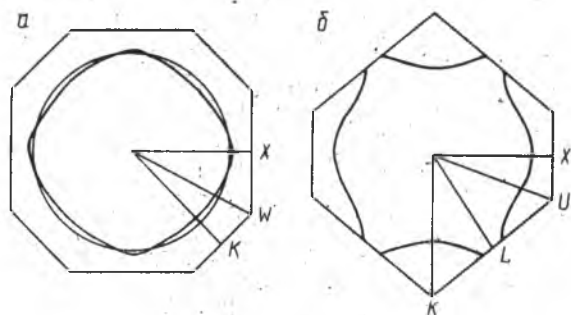


Рис. 2. Экстремальное сечение поверхности Ферми меди в плоскостях (100) (а) и (110) (б). Окружность представляет сферу свободных электронов

меди и никеля значения 0,155 и 0,039 Ry, что хорошо согласуется с данными оптических измерений соответственно 0,147 [5] и 0,037 Ry [17]. Рассчитанная ширина  $d$ -зоны ( $X_5 - X_1$ ) в меди и никеле составляет 0,241 и 0,313 Ry, измеренные значения 0,205 [5] и 0,316 Ry [22]. Величина зазора  $L_2 - L_3$  в меди, приведенная в табл. 1, согласуется с измеренным значением 0,109 Ry [4].

Результаты расчетов собственных значений энергий для серебра показывают вполне удовлетворительное согласие с результатами предыдущих расчетов как по абсолютным значениям энергий, так и по величинам энергетических зазоров. Однако с экспериментом эти результаты согласуются несколько хуже. Так, ширина  $d$ -зоны ( $X_5 - X_1$ ) хорошо коррелирует с измеренным значением, величины же других энергетических интервалов, приведенные в табл. 3, отличаются в 1,5—2 раза. Кроме того, отрицательное значение интервала  $E_F - L_2$  свидетельствует об односвязности поверхности Ферми серебра. Однако экспериментально обнаружено наличие «шеек» в точках  $L$ , хотя и меньшего радиуса, чем у меди. Наиболее вероятная причина разногласия, на наш взгляд, связана с выбором величины параметра обменного потенциала  $\alpha$ , в наших расчетах он принимался равным 0,70114. Однако, как показал анализ

Таблица 1. Собственные значения энергии и энергетические интервалы в основных направлениях симметрии в меди (Ry)

Параметры состояний	[18]	[14]	Данная работа	Измеренные значения
$\Gamma_{25'}$	0,403	0,466	0,408	
$\Gamma_{12}$	0,461	0,521	0,458	
$X_5 - X_1$	0,249	0,250	0,241	0,205 [5]
$X_{4'}$ — $X_5$	0,292	0,235	0,236	
$L_{2'}$ — $L_3$	0,109	0,146	0,119	0,109 [4]
$E_F - X_5$	0,143	0,113	0,155	0,147 [5]
$E_F - L_2$	0,045	0,081	0,055	

расчетов других авторов, наиболее хорошее согласие с экспериментом для серебра получается в предположении полного слэтеровского обмена при  $\alpha=1$ .

В данной работе проводился еще расчет плотности электронных состояний на уровне Ферми  $N(E_F)$ . Для Cu, Ni и Ag она соответственно составила 3,49; 28,63 и 3,22 сост./ат. Ry. Эти значения хорошо согласуются с результатами расчетов [5, 6, 8, 9]. Коэффициент электронной удельной теплоемкости рассчитывался по формуле  $\gamma = \pi^2 k_B^2 N(E_F) (1 +$

Таблица 2. Сравнение собственных значений энергии и энергетических интервалов в никеле (Ry)

Параметры состояний	[19] 3d <sup>9</sup> 4s <sup>1</sup>	[9] 3d <sup>9,5</sup> 4s <sup>0,5</sup>	Данная работа	Измеренные значения
$\Gamma_{25'}$	0,450	0,464	0,429	
$\Gamma_{12}$	0,537	0,543	0,512	
$L_1$	0,269	0,288	0,269	
$X_1$	0,255	0,269	0,290	
$X_3$	0,306	0,328	0,315	
$X_5-X_1$	0,386	0,348	0,313	0,316 [22]
$X_4-X_5$	0,203	0,140	0,224	
$L_2-L_3$	0,006	-0,068	0,111	

Таблица 3. Сравнение собственных значений энергии и энергетических интервалов в серебре (Ry)

Параметры состояний	[5]	[6]	Данная работа	Измеренные значения
$\Gamma_{25'}$	0,090	0,051	0,006	
$\Gamma_{12}$	0,153	0,113	0,074	
$X_5-X_1$	0,235	0,241	0,231	0,250 [8]
$X_5-X_2$	0,018	0,044	0,017	0,022 [8]
$X_4-X_5$	0,446	0,456	0,503	
$L_2-L_3$	0,297	0,296	0,421	0,270 [4]
$E_F-X_5$	0,290	0,321	0,385	0,292 [8]
$E_F \Gamma_{13}$	0,358	0,404	0,473	0,364 [8]

$+ \lambda)/3$ , где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\lambda$  — константа электрон-фонового взаимодействия, ее значения приведены в [15]. Получены следующие значения  $\gamma = 1,64 \cdot 10^{-4}$ ;  $15,34 \cdot 10^{-4}$  и  $1,46 \cdot 10^{-4}$  кал/моль  $K^2$  для меди, никеля и серебра соответственно. Измеренные значения по данным, представленным в [21], составляют соответственно 1,66; 16,0 и 1,58 кал/моль  $K^2$ . Очевидно хорошее совпадение.

Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что задание волновых атомных функций в модели Хартри—Фока—Рутана с учетом обменной поправки, рассчитанной по теореме вириала, в расчетах электронных энергетических спектров и электронных свойств металлов приводит к хорошему соответствию с результатами измерений для меди и никеля и удовлетворительному согласию для серебра. При этом априорный потенциал, полученный с помощью функций Хартри—Фока—Рутана, позволяет получить вполне удовлетворительное согласие без дополнительных операций самосогласования потенциала и учета релятивистских эффектов.

## Summary

The band structure and density of states for copper, silver and paramagnetic nickel were calculated by nonrelativistic augmented-plane-wave method neglecting self-consistency of the potential. MT-potential was built using Hartree—Fock—Roothaan wave functions. The parameters of the Fermi surface and the electron specific heat coefficients were determined from these data. The results are compared with experiment.

## Литература

1. Mattheiss L. F. // Phys. Rev. A. 1964. Vol. 134. P. 970—973.
2. Loucks T. L. // Augmented Plane Wave Method. N. Y., 1967.
3. Немошкаленко В. В., Антонов В. Н. Методы вычислительной физики в теории твердого тела. Киев, 1985.
4. Jacobs R. L. // Phys. C. 1968, ser. 2. Vol. 1. P. 1296—1306.
5. Snow E. C., Waber J. T. // Phys. Rev. 1967. Vol. 157. P. 570—578.
6. Bhatnagar S. // Phys. Rev. 1969. Vol. 183. P. 657—663.
7. Rijsenbrij D. B. B., Fondse J. M. // Solid. State Commun. 1975. Vol. 17. P. 1081—1084.
8. Fuster G., Tyker S. Y. et al. // Phys. Rev. B. 1990. Vol. 42, P. 7322—7329.
9. Wan C. C., Tong S. Y. // Surface Sci. 1973. Vol. 34. P. 739.
10. Clementi E., Roothaan C. C., Yoschimim H. // Phys. Rev. 1962. Vol. 127. P. 1618—1621.
11. Дякин В. В., Егоров Р. Ф., Кулакова З. В., Широковский В. П. // ФММ. 1971. Т. 32. С. 691—698.
12. Inoue T., Yamashita J. // J. Phys. Soc. Japan. 1973. Vol. 35. P. 677—683.
13. Slater J. C. // Phys. Rev. 1969. Vol. 184. P. 672—694.
14. Jepsen O., Glozel D., Mackintosh A. R. // Phys. Rev. B. 1981. Vol. 23. P. 2684—2696.
15. Достижения электронной теории металлов / Под ред. П. Цише, Г. Леманна. М., 1984.
16. Lehmann G., Taut M. // Phys. Stat. Sol. (b). 1972. Vol. 54. P. 469—477.
17. Stoll M. Ph. // Phys. Lett. 1972. Vol. 38A. P. 260—262.
18. Burdick G. A. // Phys. Rev. 1963. Vol. 129. P. 138—150.
19. Hanus J. // Inst. Tech. SSMTG Quart. Progr. Rep. 1962. Vol. 43. P. 73—79.
20. Coliridge P. T., Templeton I. M. // Phys. Rev. 1962. Vol. 25. P. 7818—7819.
21. Немнонов С. А. // ФММ. 1965. Т. 19. С. 550—568.
22. Smith R. J., Anderson J. et al. // Solid State Commun. 1977. Vol. 21. P. 459—461.

Институт прикладной физики  
АН Беларуси

Поступила в редакцию  
30.10.93

УДК 574.4:539.136

В. А. КНАТЬКО, И. В. СИВАКОВ

## РАСЧЕТЫ ДИНАМИКИ ЭКСПОЗИЦИОННОЙ ДОЗЫ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ $^{134}\text{Cs}$ И $^{137}\text{Cs}$ С УЧЕТОМ МИГРАЦИИ В ПОЧВЕ

Для разработки корректных региональных прогнозов доз внешнего облучения важным является вопрос о влиянии миграции радионуклидов в почве на формирование дозовых нагрузок. Учитывая, что скорость вертикальной миграции радионуклида в разных почвах может отличаться в несколько раз (см., например, [1]), представляет интерес рассчитать динамику экспозиционной дозы для экстремальных условий миграции и таким образом оценить диапазон обусловленной ими вариации дозовых нагрузок. С этой целью в настоящей работе проводятся вычисления экспозиционной дозы гамма-излучения  $^{134}\text{Cs}$  и  $^{137}\text{Cs}$  для случаев быстрой и медленной миграции, наблюдаемой на полигонах, представляющих распространенные на территории Беларуси типы земель [2].

Экспозиционная доза, накопленная за интервал времени  $T$ , определяется как

$$D(T) = \int_0^T d(t) dt, \quad (1)$$