Литература

1. *Васілеўскі А. Б.* Геаметрыя прамавугольнага тэтраэдра // Нар. асвета. № 1, № 2 (2001).
2. *Пирютко О. Н.* Динамизация геометрических объектов в школьном курсе математики. Мн., 2001.

А. Б. Василевский, О. А. Леончик, Н. К. Пещенко

МОДЕЛИ ШКОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Обычно учебники геометрии отдают предпочтение логике. Но без опоры на интуицию нельзя обойтись при изучении теорем и поиске решения задач. Физические и графические динамические модели, выполненные достаточно аккуратно, позволяют учащимся избегать не только ошибок, но и делают каждую задачу элементом геометрического знания, средством поиска способов ее решения. Графические модели подсказывают ученику способы перевода условия задачи на язык уравнений и неравенств.

При изучении математики ученики в комплексе используют аналитические, физические и графические (статичные и динамические) модели геометрических объектов. Системный подход к применению этих моделей обеспечивает развивающее обучение, если они являются субъектами учебного процесса. Например, развертки трехмерных фигур являются не только средством развития пространственного мышления, но и методом поиска решения аффинных и метрических задач. Развертки помогают не только глубже понять содержание задачи, но и увидеть способы сведения трехмерной задачи к задаче планиметрии.

При помощи графических моделей реализуется метод динамизации геометрических объектов. Уровень и глубину математического мышления учащихся определяют не безошибочные тождественные преобразования, а понимание того, что прежде, чем заняться вычислениями, составлением уравнений, следует попытаться установить число решений задачи методом динамизации, и только после этого необходимая вычислительная работа становится целенаправленной.

Графические модели алгебраических уравнений и неравенств – основное средство воспитания у учащихся функционального видения математических объектов и интеграции школьного курса математики.

Системное применение свойств геометрических фигур как графических моделей уравнений и неравенств при исследовательском анализе алгебраических задач с параметрами углубляет понимание учащимися свойств объектов планиметрии. Геометрическое видение алгебраического объекта – хорошая основа рационального решения уравнений и неравенств.

Рациональное решение задач планиметрии связано с применением основных аналитических моделей (уравнений) треугольника ABC:

1) $\frac{r}{p-a} = \mathrm{tg}\frac{A}{2}$; 2) $2Rh_a = bc$; 3) $0{,}5ah_a = pr$;

4) $a^3 - 2pa^2 + (r^2 + p^2 + 4rR)a - 4rRp = 0$;

5) $h_a = 2R\sin B\sin C$; 6) $\frac{r}{R} = \cos A + \cos B + \cos C - 1$.

Эти уравнения треугольника ABC позволяют выразить любой его элемент через радиус R описанной вокруг него окружности и два его угла. Таким образом, решение самой сложной задачи планиметрии сводится к исследованию систем тригонометрических уравнений.

Аккуратно выполненная графическая модель – основное дидактическое средство обучения учащихся поиску свойств математических объектов, выдвижения рабочих гипотез, развития геометрической интуиции. Особенно ценны в этом отношении графические динамические модели на координатной плоскости.

Особую дидактическую ценность имеют графические модели, при помощи которых ученики при поиске решений задач активно применяют свойства замечательных точек треугольников.

Рассмотрим геометрическое место точек, которое является следствием свойств замечательных точек треугольника. Напомним, что $\overline{ZH} = 2 \cdot \overline{OZ}$ (O – центр окружности, описанной вокруг треугольника ABC; Z – точка пересечения его медиан; H – его ортоцентр).

Пусть J – центр окружности, вписанной в треугольник ABC, который вписан в данную окружность (O, R). Угол BAC может отличаться от 180° на сколь угодно малую величину. Поэтому длина отрезка OJ может быть сколь угодно близкой к R. Таким образом, геометрическим местом центров J всех окружностей, вписанных в треугольники ABC, вписанных в данную окружность (O, R), являются все внутренние точки данного круга (O, R).

Очевидно, таким же свойством обладает и множество точек пересечения медиан всех треугольников ABC, вписанных в данную окружность (O, R).

Так как $\overline{ZH} = 2 \cdot \overline{OZ}$, то геометрическим местом ортоцентров всех треугольников, вписанных в окружность (O, R), является внутренность круга (O, 3R).

Системный подход к использованию моделей формирует у учащихся функциональное видение любого математического объекта, которое в свою очередь может служить основой реализации этого системного подхода.

Наличие в геометрической задаче динамических вопросов придает ей поисковый характер. Динамические вопросы в задачах сами подталкивают ученика на поисковую деятельность.

Пример. В треугольнике ABC радиус вписанной окружности $r = 2$, радиус описанной окружности $R = 5$, высота $h_a = 6$. Определить стороны этого треугольника.

Число решений этой задачи (число неравных между собой треугольников, удовлетворяющих ее требованиям) устанавливаем методом динамизации. Строим окружность с центром O ($r = 2$). Описываем вокруг нее правильный треугольник $A_1B_1C_1$ (его высота $A_1K = h_a = 6$). Радиус описанной вокруг него окружности равен 4. Значит, построенный треугольник $A_1B_1C_1$ не является решением задачи. Проводим через A_1 прямую A_1M, параллельную B_1C_1. Отмечаем на луче A_1M произвольную точку A. Через A проводим касательные к построенной окружности ($r = 2$). Они пересекают прямую B_1C_1 в точках B и C. Получили треугольник ABC, у которого $r = 2$, $h_a = 6$.

С увеличением отрезка A_1A острый угол BAC треугольника ABC уменьшается, потому что увеличивается гипотенуза OA прямоугольных треугольников OFA и ОДА (F – точка касания прямой AB с вписанной в треугольник ABC окружностью).

Пусть X – точка пересечения отрезков A_1B_1 и AB. С увеличением отрезка A_1A отношение расстояний точки X до прямых A_1M и B_1C_1 уменьшается. Треугольники XA_1A и XB_1B подобны. Поэтому с увеличением отрезка A_1A уменьшается отношение отрезков A_1A и B_1B. С увеличением A_1A дробь $\frac{A_1A}{C_1C}$ увеличивается. Таким образом, с увеличением A_1A отрезок ВС увеличивается. При этом радиус R окружности, описанной вокруг АВС, увеличивается. Следовательно, задача имеет единственное решение.

У ученика вырабатываются навыки поиска свойств геометрических объектов при комплексном использовании графических и аналитических моделей. Рациональное решение задачи – не в каких-то особых методах, а в удачном сочетании вычислений и построений.

Самые ценные в методическом плане такие графические (физические) модели, на которых исследуемые фигуры изображаются без искажения их формы и которые путем перегибания (вращения и т. п.) могут стать динамическими моделями трехмерных фигур.

Литература

1. *Василевский А. Б.* Задания для внеклассной работы по геометрии. 8–11 классы. Мн., 1998.
2. *Пирютко О. Н.* Динамизация геометрических объектов в школьном курсе математики. Мн., 2001.
3. *Храпавіцкі І. С.* Эўрыстычны палігон для геаметрыі. Матэматыка: праблемы выкладання. 2002. № 3.

Т. В. Гуляева, И. А. Ананич

К ВОПРОСУ О ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ-ПРЕДМЕТНИКА

Экономическая и социокультурная ситуация, сложившаяся в Республике Беларусь, обуславливает специфику педагогической деятельности. Перед школьным образованием стоит задача формирования интеллектуальной, творчески мыслящей личности ученика. Решить эту задачу способен только высококвалифицированный специалист.

Дифференциация обучения в средней школе, внедрение новых инновационных технологий и активных методов обучения в учебно-воспитательный процесс, демократизация среднего и высшего образования актуализировали проблему подготовки учителя, соответствующего современным требованиям. Мы считаем, что такая подготовка предусматривает фундаментальные знания по специальным, психолого-педагогическим и общенаучным дисциплинам; культуру умственного труда и владение навыками научно-исследовательской деятельности; сформированную профессиональную направленность; высокий уровень адаптивности к новому социальному статусу учителя, конкурентноспособного на современном рынке труда, новым функциональным обязанностям, педагогическому коллективу школы.

Специальная подготовка предполагает усвоение студентом совокупности знаний по базовой специальности через систему лекционных, семинарских и лабораторных занятий, спецкурсов и спецсеминаров, формирование умений применять эти знания на практике.

В этом контексте особое значение приобретает курс «Элементарная математика с практикумом по решению задач», читаемый на математическом факультете Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка на протяжении пяти лет обучения будущего учителя в вузе. Он имеет целью – систематизацию и углубление знаний студентов по основным содержательным линиям школьного курса математики (числа и вычисления, выражения и их преобразования, уравнения и неравенства, функции, геометрические фигуры и измерение геометрических величин), вы-