Таким образом, пройдя путь от знакомства с содержанием метода до его активного применения, имея достаточную практическую основу и содержательный материал, студент получает методическое обеспечение организации учебных исследований по математике в школе.

О.Н. Пирютко, И.В. Черткова (Минск, БГПУ)

ИНТЕГРАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ РАЗДЕЛОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ В ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТАХ

Профессиональное мастерство, как известно, определяется, в первую очередь, знаниями и умениями специалиста. Для учителя – это умение добывать новые знания, умение применить на практике методы научных исследований, получить новые научные знания самостоятельно, а самое главное – всему этому нужно научить школьников, познакомить их с методами учебных исследований. В процессе обучения математике в школе эти цели реализуются через организацию и обеспечение творческой деятельности учащихся. Творческая деятельность как деятельность, продуктом которой является либо новое знание об исследуемом объекте, либо знание о конкретном и специфическом методе исследования, выделяется в ее часть – исследовательскую деятельность.

Работа над исследовательским проектом начинается с выбора темы. Это – один из сложных этапов в организации исследовательской деятельности: выбранная тема может быть не по силам учащимся или работа над ней сведется к реферату. С одной стороны, тема должна вызвать интерес у учащихся, а с другой – быть доступной для их уровня математического развития, ориентирована на результативность и практическую направленность исследования.

Одно из перспективных направлений исследовательской деятельности – интеграция различных разделов школьного курса математики для решения содержательных задач, составляющих основу исследовательского проекта.

Рассмотрим достаточно известную проблему об однозначности треугольника, определяемого некоторыми элементами.

Вопрос о том, однозначно ли определяется треугольник некоторыми его элементами, может быть решен одним из следующих способов:

- доказать равенство треугольников методом наложения одного треугольника на другой;
- свести доказательство нового признака к уже известным, как правило, классическим признакам;
- выполнить построение треугольника по заданным элементам и убедиться, что задача имеет единственное решение;

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ

- выразить стороны треугольника через заданные элементы и убедиться, что стороны выражаются однозначно и удовлетворяют неравенству треугольника;
- привести контрпример.

Рассмотрим еще один способ доказательства существования треугольника: исходя из заданных условий, составить уравнение F(x)=0, корнями которого являются длины сторон, и доказать, что оно имеет три положительных решения, удовлетворяющих неравенству треугольника. Рассмотрим кубический многочлен $F(x)=(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ac)x-abc$,где a, b и c – стороны искомого треугольника.

Пусть p- полупериметр искомого треугольника, а R и r – радиусы описанной и вписанной окружностей. Выразим коэффициенты многочлена $F(x)$ через p, r и R.

$a+b+c=2p$. Из формул $S=pr$ и $S=\dfrac{abc}{4r}$ получаем $abc=4Rrp$.

Пользуясь формулой Герона и $S=pr$ для площади треугольника, получим: $(p-a)(p-b)(p-c)=r^2p$ $\quad p^3-2p^3+(ab+bc+ca)p-4Rrp=r^2p$, $ab+bc+ca=r^2+4Rr+p^2$.

Таким образом, кубический многочлен примет вид:

$$F(x)=x^3-2px^2+(r^2+4Rr+p^2)x-4Rpr \qquad (1)$$

Применение многочлена треугольника открывает многие новые направления в развитии идей геометрии треугольника. В частности, традиционно сложные задачи решаются неожиданно просто. Например, рассмотрим задачу: если полупериметр некоторого треугольника равен сумме удвоенного радиуса описанной около него окружности и радиуса вписанной в него окружности ($p=2R+r$), то этот треугольник – прямоугольный.

Традиционное решение этой задачи связано с громоздкими тригонометрическими преобразованиями. Решим ее, используя уравнение треугольника.

Подставляя в уравнение (1) $p=2R+r$, получим

$$F(x)=x^3-2(2R+r)x^2+(r^2+4Rr+(2R+r)^2)x-4Rr(2R+r). \qquad (2)$$

Проверим, что при этом условии корни многочлена являются сторонами прямоугольного треугольника.

Убедившись простой подстановкой, что $x=2R$ является корнем многочлена, т. е. $8R^3-2(2R+r)R^2+(r^2+4Rr+(2R+r)^2)2R-4Rr(2R+r)=0$, разделим многочлен (2) на двучлен $(x-2R)$, в частном получим квадратный трехчлен

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ

$x^2-2(R+r)x+2r^2+4Rr$, который при условии

$$D=R^2-2Rr-r^2\geq 0, \qquad (3)$$

имеет два корня, при этом сумма их квадратов

$$x_1^2+x_2^2=(2(R+r))^2-2(2r^2+4rR)=(2R)^2.$$

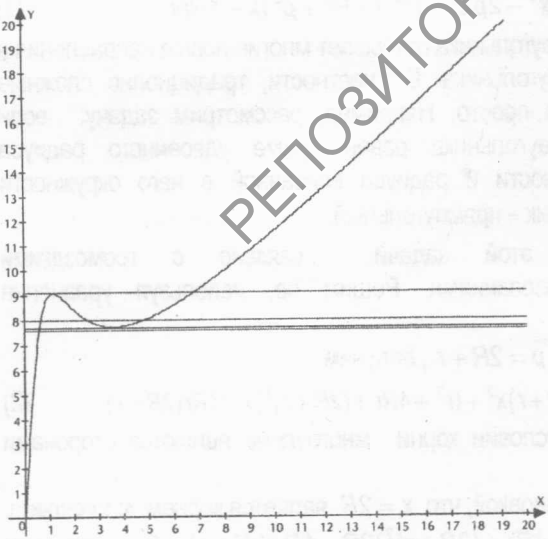
Таким образом, треугольник с заданными условиями – прямоугольный. Заметим, что в ходе решения получено еще одно из важных положений, касающихся отношения радиуса вписанной и описанной окружности прямоугольного треугольника: из условия (3) получим $\frac{R}{r}\geq 1+\sqrt{2}$.

Приведем еще один пример задачи из проекта, для решения которой эффективно применяется уравнение треугольника:

Две окружности касаются внутренним образом. Однозначно ли определен треугольник, стороны которого касаются внутренней окружности, а внешней – делятся пополам.

Докажем существование такого треугольника.

Взаимное расположение окружностей позволяет высказать предположение о том, что внутренняя окружность – это вписанная в треугольник окружность, а внешняя – окружность Фейербаха.



Тогда в нашем уравнении треугольника известны R и r и число корней уравнения зависит от p. Вернемся к уравнению (1), заметим, что $\frac{R}{r}\geq 2$. Тогда выберем, например, отношение $\frac{R}{r}=4$, при этом, пусть r = 1. Найдем число корней уравнения в зависимости от параметра p. Выразим p из уравнения (1), получим функцию от x: $p(x)=\frac{x^3+17x}{x^2+1}$.

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ

Исследуя свойства этой функции, получим, что для значений периметра от ≈7,7 до ≈9,1 уравнение имеет три корня, т. е. для данного отношения радиусов вписанной и описанной окружностей (отношение радиусов окружности Фейербаха и вписанной окружности в два раза меньше) существует бесконечное множество треугольников, удовлетворяющих условию задачи.

Изучение свойств геометрических объектов через интеграцию различных разделов школьного курса математики открывает новые направления в исследовательской деятельности студентов и школьников.

Г.П. Размыслович, В.В. Казаченок (Минск, БГУ)

КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ КУРСОВ «МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ» И «МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАТИКИ» НА ФПМИ БГУ

Общеизвестно, что ключевой проблемой развития интеллектуального потенциала любого государства является качество образования. Насколько оно соответствует мировым стандартам, настолько зависит место этой страны в цивилизованном мире.

Повышение качества образования является комплексной проблемой. Для ее решения необходимо разработать и внедрить государственные стандарты образования, создать современное научно-методическое обеспечение учебного процесса, использовать современные технологии обучения, создать систему контроля за качеством образования, развить у студентов навыки и потребность в самообразовании и активной самостоятельной деятельности, повышать и улучшать качество подготовки педагогических кадров.

Остановимся лишь на последнем аспекте повышения требований к качеству подготовки специалистов, а именно, на подготовке педагогических кадров, так как основой любого учебного учреждения является его преподавательский состав. Насколько он профессионально подготовлен в научном и методическом плане, настолько будут подготовлены к дальнейшей учебе или работе его выпускники. Одним из элементов современных подходов в подготовке способных специалистов является компетентностный подход, который предполагает следующие компетенции, которым должен обладать каждый выпускник вуза: академические, социально-личностные, профессиональные [1]. И вся работа профессорско-преподавательского состава факультета прикладной математики и информатики (ФПМИ) БГУ направлена на то, чтобы будущие выпускники обладали этими компетенциями. В частности, подтверждением профессиональной компетенции

РЕПОЗИТОРИЙ БГПУ