З.И. Бельский (Минск, БГПУ)

ОБ ИЗЛОЖЕНИИ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ В УЧЕБНОМ ПОСОБИИ А.В. ПОГОРЕЛОВА «ГЕАМЕТРЫЯ 7–11»

Школьный курс геометрии [1] построен на системе аксиом, изложенной в соответствующем учебном пособии [2] для студентов вузов, обучающихся по специальности «Математика». Аксиомы формулируются в начале школьного курса в виде основных свойств принадлежности точек и прямых, взаимного расположения точек на прямой и на плоскости, измерения отрезков и углов, откладывания отрезков и углов, существования треугольника, равного данному и основного свойства параллельных прямых.

Задача выбора основных понятий и аксиом геометрии является важнейшей задачей оснований геометрии и потому заслуживает особого внимания и требует максимальной тщательности и точности изложения.

Рассмотрим изложение в [1] некоторых вопросов. Например, основное свойство измерения отрезков [1, с. 7]:

III. Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

Однако, что значит, что «длина больше нуля» и «длина равна сумме длин»? Это никак не объясняется и среди основных неопределяемых понятий это не содержится [3, с. 3]. Кроме этого, согласно аксиоме III_1, каждому отрезку соответствует определенное действительное число. В евклидовой геометрии это не так. В ней у отрезков нет численной длины. Она появляется лишь тогда, когда выбран «единичный» отрезок, т. е. такой, которому ставится в соответствие число 1. Как отмечает академик А.Д. Александров, предлагаемая аксиоматика является аксиоматикой не просто евклидовой геометрии, а евклидовой геометрии с фиксированным единичным отрезком [3, с. 5].

Длину можно вводить как величину, но в школьном курсе геометрии обходятся без понятия величины. Поэтому свойство III [1, с. 7] лучше формулировать так:

III*. Если выбран единичный отрезок, то каждому отрезку сопоставляется определенное положительное действительное число, которое называется длиной отрезка. Длина всего отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой.

В [1] отсутствует обозначение длины отрезка. В задаче 9 говорится: «Известно, что *AB*=4,3 см, *AC*=7,5 см, *BC*=3,2 см». Следовательно, в таких обозначениях отрезок отождествляется с его длиной. Поэтому лучше сохранить для обозначения длины отрезка *AB* прежнее обозначение |*AB*|.

Что касается аксиомы III_2 (свойства V [1, с.12] о градусной мере угла, то здесь дело обстоит еще хуже, чем с аксиомой III_1 о длине отрезка, так как и после

формулировки аксиомы ничего не сказано, что такое градусная мера угла. И вообще, здесь евклидова геометрия привязывается к числу 180, отнесенному развернутому углу. А если взять не градусы, а, например, радианы, то получится другая аксиоматика, а потому и другая геометрия [3, с. 5]. В евклидовой геометрии у углов нет отнесенных им чисел. Они появляются только после того, когда выбран масштаб измерения углов, а выбор его произвольный.

Поэтому грамотная формулировка этой аксиомы должна говорить о какой угодно мере угла с добавлением о том, что развернутым углам относят меру равную 180 и называют ее градусной.

После такой замены аксиом III_1 и III_2 длину отрезка и меру угла можно исключить из списка основных понятий, так как в измененных аксиомах явно даются их определения. А если иметь их в числе основных понятий, то в эти аксиомы соответственно ввести утверждение: длина отрезка (мера угла) является положительным действительным числом. Кроме этого здесь предполагается известным понятие действительного числа. Поэтому в строгом смысле нужно было бы еще добавить и систему аксиом действительных чисел.

Отсутствие указания на выбор масштабного отрезка для измерения длин отрезков приводит к трудностям при рассмотрении координат точек на координатной плоскости. Действительно, например, ординатой точки *A* в декартовой системе координат называется число *y*, модуль которого равен расстоянию от начала координат *0* до ортогональной проекции A_y точки *A* на ось ординат. Это число считается положительным, если A_y принадлежит положительной полуоси *y*, отрицательным, если она лежит на отрицательной полуоси *y* и равно нулю, когда проекция A_y лежит на оси абсцисс *x*. Расстоянием между различными точками *A* и *B* называется длина отрезка *AB*. Следовательно, без задания единичного отрезка координаты точки *A* не определены. Всюду на рисунках декартовой системы координат в [1] стрелками определены только направления координатных осей и нигде не указан масштабный отрезок для измерения расстояний между точками. Возникает вопрос о том, как построить в таком случае, например, точку *A*(2; -3) в данной системе координат. К каждой задаче на построение точек для возможности ее решения приходится ставить еще другую дополнительную задачу: выберите на координатных осях единицу длины.

Рассмотрим теперь изложение векторов в школьном учебном пособии [1]. Вектором называется направленный отрезок [1, с. 155]. Направление вектора определяется указанием его начала и конца. Абсолютной величиной (или модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего этот вектор. Что такое направленный отрезок, об этом нигде ничего не говорится. Согласно определению, вектор и есть направленный отрезок, так что получается, что отрезок изображается отрезком. Как отмечается в [3, с. 16], в определении век... господствует путаница вокруг элементарного понятия направленного отре... Кроме этого вместо геометрического названия «длины» вектора почему... определяется его абсолютная величина (или модуль).

Как известно, объектами векторного исчисления являются свободные векто... Но в пособии [1] понятие свободного вектора отсутствует, и тогда векторные о...рации относятся к направленным отрезкам и, стало быть, неоднозначны [3, с. 1...

Если в декартовой системе координат $A(x_1,y_1)$ и $B(x_2,y_2)$, то координатами в...тора $\overline{AB}$ называются числа $a_1=x_2-x_1$, $a_2=y_2-y_1$. Эти координаты задают свобод... вектор. Сложение векторов, умножение вектора на число, скалярное произве...ние векторов определены не геометрически, а через координаты векторов в как...либо данной декартовой системе координат. Таким образом, фактически опе...ции над векторами относятся к свободным векторам. При этом независимо... этих операций от выбора системы координат даже не сформулирована яв... Таким образом, векторное исчисление, начатое ссылкой на рисунок, представле... затем формально и его геометрическая суть утоплена в координатном изложени...

В заключение отметим еще, что учебное пособие [4] свободно от вы... изложенных недостатков и потому имеет преимущество перед пособием [1... лучше подходит в качестве учебника для учащихся 7–9 классов средней школы.

Литература

1. Пагарэлаў, А.В. Геаметрыя 7–11 / А.В. Пагарэлаў. – 2-е выд. – Минск. 1991.
2. Погорелов, А.В. Геометрия / А.В. Погорелов. – 2-е изд. – М., 1984.
3. Александров, А.Д. Об одном изложении геометрии. Препринт № 15 / А.Д. Алекса...ров. – Новосибирск, 1986.
4. Атанасян, Л.С., Бутузаў В.Ф., Кадомцаў С.Б., Пазняк Э.Г., Юдзіна І.У. Геаметры... Л.С. Атанасян [і інш.]. – Мінск, 1995.

Т.В. Валаханович (Дзержинск, ГУО «Гимназия г. Дзержинска

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Школьный курс геометрии играет существенную роль в интеллектуальном во...питании учащихся, так как предоставляет возможности для формирования обще... культуры учащихся и для гармоничного развития образного и логическо... мышления.

Социально-экономические изменения в обществе и усложнение технологи... производств требуют от специалистов постоянного повышения уровня развити... пространственных представлений и способностей к пространственному мышле...