«функция» или его формальной оболочки? К сожалению, опыт подобных задач говорит, что скорее всего будет усвоение последней. Функциональный подход направлен на то, чтобы был заложен прочный фундамент элементарных способностей на уровне понимания, осмысления понятий, когда еще нет окончательной их формы выражения. И только потом можно закладывать верхние этажи науки.

Е.П. Кузнецова (Минск, БГПУ)

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ ПОДХОД ПРИ РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ: ПРОБЛЕМЫ РЕАЛИЗАЦИИ

Функциональный подход при решении неравенств, который еще несколько лет назад являлся своеобразной экзотикой в методической литературе, в настоящее время занимает прочные позиции не только в многочисленных журнальных статьях и методических пособиях, но и в школьных учебниках. В немалой степени заслуга в распространении и признании этого подхода принадлежит А.Б. Василевскому, являвшемуся неустанным пропагандистом функциональных идей в школьной математике.

Однако до сих пор, несмотря на общее признание функционального подхода, во многих пособиях изложение решения отдельных неравенств скорее маскирует, чем выявляет общие функциональные идеи этого подхода.

Например, при решении неравенства $\frac{(x-3)(4-x)(2x+5)}{x-7} \geq 0$ методом интервалов вместо употребления функциональной общематематической терминологии (функция, область определения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства функции) в ряде учебных пособий учащимся навязывается своеобразная «ненормированная» лексика. Так учащимся предлагается отыскивать «нули числителя» вместо нулей функции, заданной выражением в левой части неравенства. Часто речь ведется и о поиске «нулей знаменателя» вместо того, чтобы указывать область определения соответствующей функции. В некоторых методических пособиях вместо того, чтобы говорить об обычных способах установления промежутков знакопостоянства функции, предлагается целый ритуал для изображения «кривой знаков». Учащимся предлагается разучивать и выполнять набор дополнительных видоизменений исходной функции (сделать коэффициенты при переменной x положительными; в некоторых пособиях – равными 1; соответственно требуется изменять и знак неравенства).

При такой подаче материала у учащихся создается представление о методе интервалов как об искусственном способе решения очень узкого класса неравенств. И, к примеру, предложение решить этим методом неравенство вида

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{7x - x^2} \le 0 \qquad (1)$$

поначалу вызывает недоумение у большинства учащихся. Самые продвинутые из них в лучшем случае начинают выполнять разложение на множители числителя и знаменателя, присоединяя к этому весь набор промежуточных преобразований неравенства. (А ведь чем больше промежуточных преобразований, тем больше опасность получить ошибку в выкладках.)

На наш взгляд, хорошо обученный ученик должен, прежде всего, усвоить функциональную трактовку любого неравенства вида $f(x) \le 0$, суть которой сводится к необходимости отыскания промежутков знакопостоянства функции f (разумеется, – на ее области определения). При решении неравенства (1) обученный ученик должен сразу, без каких бы то ни было промежуточных преобразований, поскольку все вычисления – устные, изображать координатную прямую с «выколотыми» точками 0 и 7 (область определения функции) и «включенными» точками 2 и 3 (нули функции). В любом из образовавшихся пяти интервалов он должен уметь определять знак значений функции подстановкой вместо переменной x ее значения из этого интервала. Так в интервале (3; 7), при x = 5, получается $\frac{25-25+6}{35-25} \ge 0$. Соответственно, чередуя знаки значений функции (в связи с нечетной кратностью отмеченных значений переменной), получают ответ для неравенства (1) – множество $(-\infty; 0) \cup [2; 3] \cup (7; +\infty)$.

Обобщенно функциональная трактовка метода интервалов позволяет применять его к различным видам неравенств (рациональным, иррациональным, показательным, логарифмическим, тригонометрическим). Функциональный подход к решению неравенств целенаправленно (наряду с другими подходами) демонстрируется в УМК по алгебре для 9–12 классов общеобразовательной школы РБ авторского коллектива в составе: Е.П. Кузнецова, Г.Л. Муравьева, Л.Б. Шнеперман, Б.Ю. Ящин [1–3].

Литература

1. Алгебра: учеб. пособие для 9-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана.– Минск: Нар. асвета, 2006. – 303 с.; ил.
2. Алгебра: учеб. пособие для 10-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд. – Минск: Нар. асвета, 2007. – 286 с.; ил.
3. Алгебра: учеб. пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 12-летним сроком обучения (базовый и повышенный уровни) / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – Минск: Нар. асвета, 2007. – 383 с.; ил.