

# Лекция 29. Волновые явления

## Содержание

1. Принцип Гюйгенса
2. Дифракция волн
3. Интерференция
4. Стоячие волны
5. Энергия стоячей волны

# Принцип Гюйгенса

Голландский физик, математик и астроном Гюйгенс (1629—1695) предложил метод построения фронта волны в любой момент времени, если известен фронт волны в предыдущий момент времени и скорость её распространения в данной среде.

Метод построения фронта волны основан на сформулированном Гюйгенсом принципе:

каждая точка фронта волны является самостоятельным источником сферических вторичных волн, огибающая которых дает новое положение фронта волны.

Идею метода подсказывает следующий опыт.

Пусть на поверхности воды распространяется плоская волна, созданная пластиной, которая закреплена на электромагнитном вибраторе.

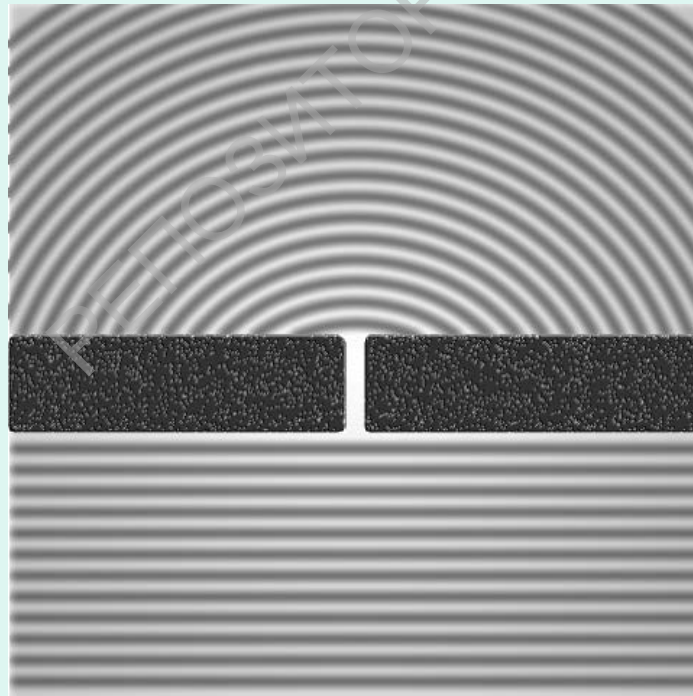
Поставим на пути этой волны преграду с отверстием, размеры которого малы по сравнению с длиной волны.

Волна, дошедшая до преграды, отразится от нее, а каждая точка отверстия в преграде будет служить источником новых колебаний, которые распространяются по другую сторону преграды.

За отверстием независимо от формы исходной волны будут распространяться полукольцевые волны.

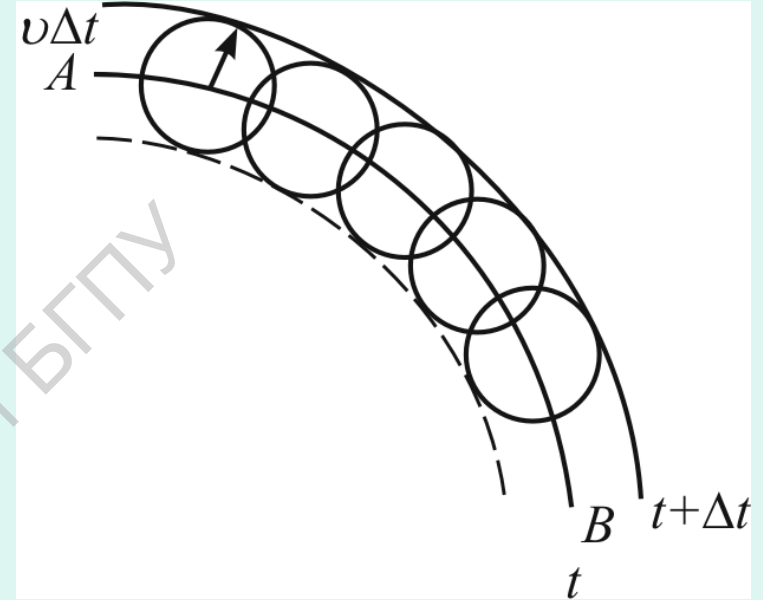
Этот опыт наводит на мысль, что каждая точка среды, до которой дошло колебание, является источником новых волн.

В этом суть принципа Гюйгенса.



Пусть в момент времени  $t$  фронт волны с известным направлением движения занимает положение  $AB$ .

Для построения нового фронта, который соответствует моменту  $t + \Delta t$ , нужно каждую точку фронта  $AB$  принять за центр сферических волн, распространяющихся вперед, построить из каждой точки волновую поверхность радиусом  $r = v\Delta t$  и провести огибающую всех элементарных поверхностей.



Эта огибающая и будет фронтом волны в момент времени  $t + \Delta t$ .

Предложенный Гюйгенсом метод позволяет сделать вывод, что в однородной изотропной среде перемещающийся волновой фронт всегда остается геометрически подобным себе.

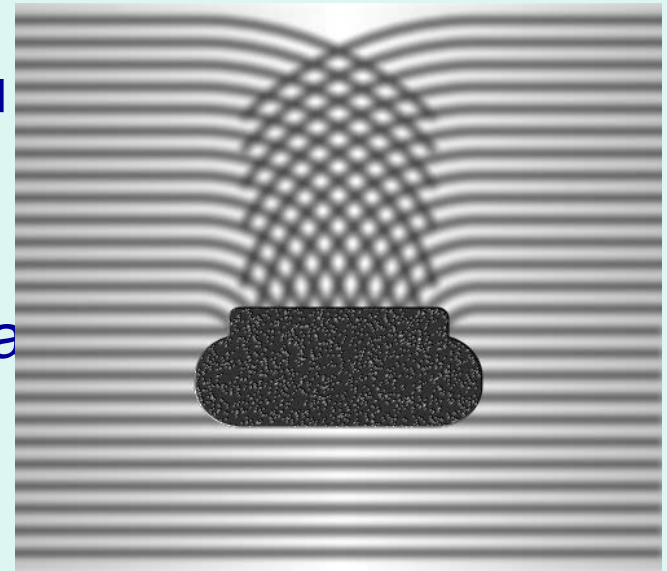
# Дифракция волн

Явление дифракции заключается в том, что волны огибают преграды, которые встречаются на их пути, если размеры последних **соизмеримы** с длиной волны.

Явление дифракции **будет наблюдаться** и в случае прохождения волн через отверстия, размеры которых **малы** по сравнению с длиной волны.

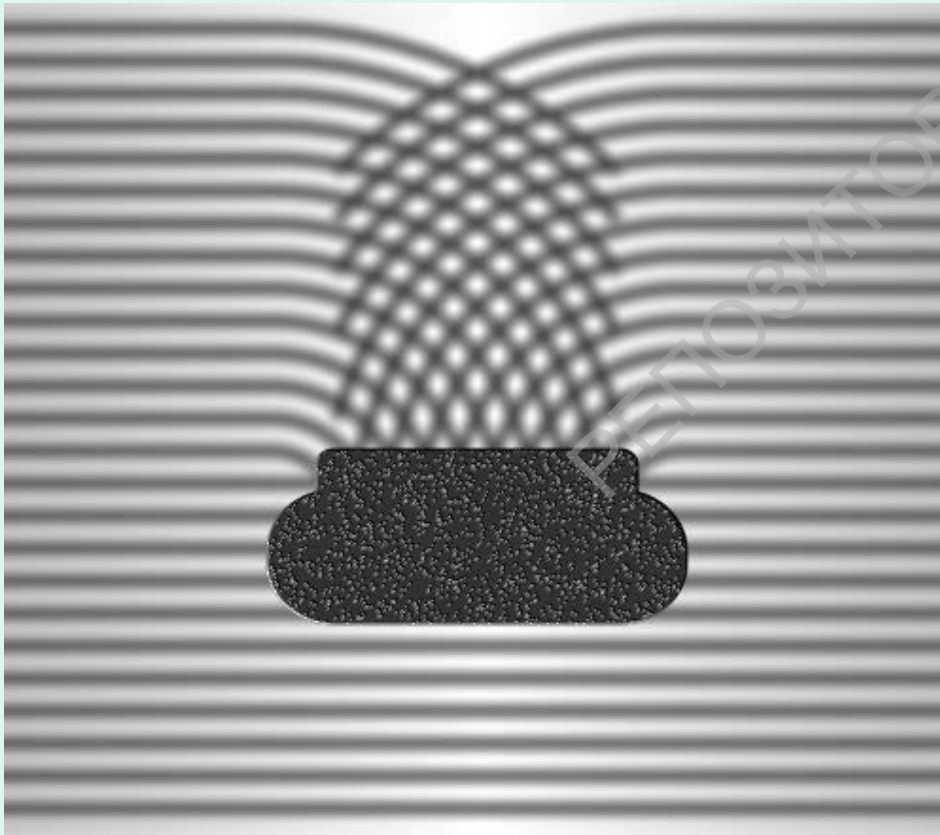
Волновые поверхности за преградой возникают в соответствии с **принципом Гюйгенса**.

**Каждая точка** открытой части фронта волны, являющаяся самостоятельным источником, **излучает волны во всех** направлениях, в том числе и в область геометрической тени.



Распределение амплитуд колебаний за преградой называют **дифракционной картиной**.

Чем дальше от преграды, тем **заметнее** становится проникновение колебаний в область геометрической тени. Вид **дифракционной картины** за преградой **зависит** от соотношений длины волны  $\lambda$ , размеров преграды  $d$  и расстояния  $L$  от преграды до точки наблюдения.



**Огибание** имеет место только в случае, если преграда **соизмерима** с длиной волны.

# Интерференция

Если в среде одновременно распространяются несколько волн, то смещение частиц среды представляет собой векторную сумму смещений, которые наблюдались бы при распространении каждой волны по отдельности.

Этот экспериментальный факт был известен еще итальянскому ученому, изобретателю и художнику Леонардо Да Винчи (1452 – 1519).

Принцип независимости распространения волн носит название принципа суперпозиции для волнового движения.

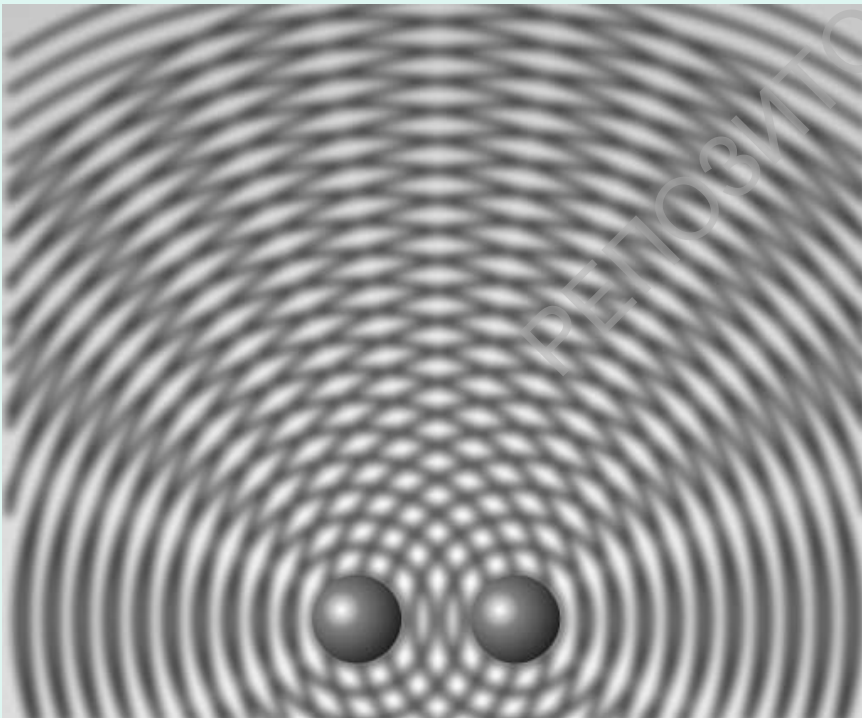
Счастье достается тому, кто много  
трудится.

Л. Да Винчи

Если колебания, обусловленные отдельными волнами в каждой точке среды, обладают **постоянной разностью фаз**, волны называются **когерентными**.

Очевидно, что когерентными могут быть только волны, которые имеют **одинаковую частоту**.

При сложении когерентных волн возникает **явление интерференции**. Оно заключается в том, что колебания в одних точках **усиливают**, а в других **ослабляют** друг друга.

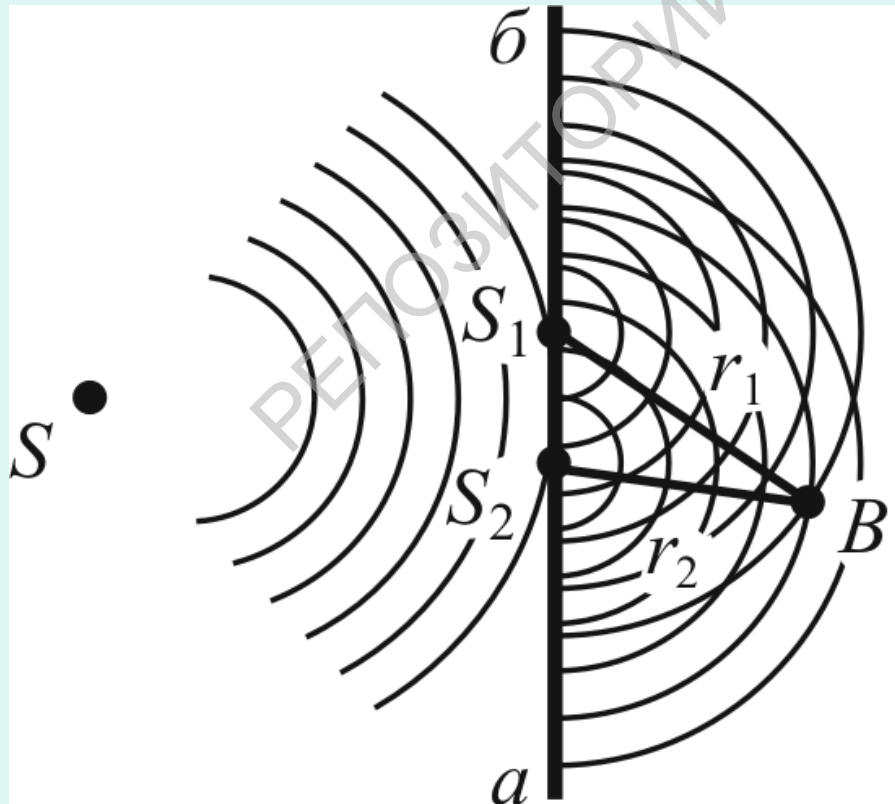


На рисунке представлено изображение интерференции двух систем волн на поверхности воды **от двух когерентных источников**.



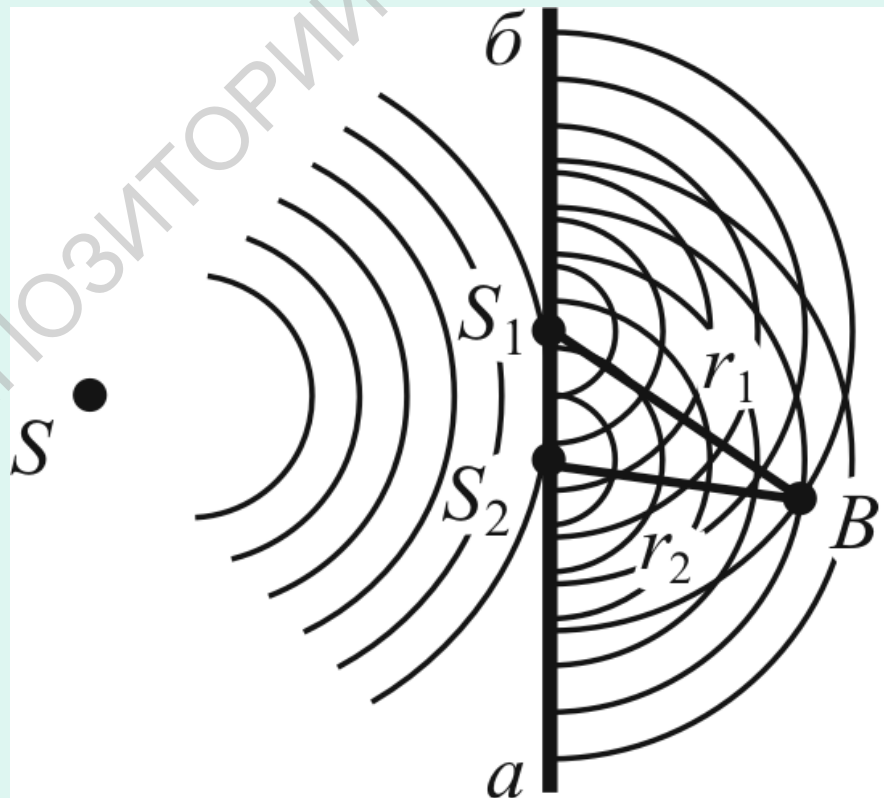
Поставим на пути распространяющихся волн преграду **аб** с двумя точечными отверстиями  $S_1$  и  $S_2$ , размещенными симметрично по отношению к источнику.

В соответствии с **принципом Гюйгенса** отверстия  $S_1$  и  $S_2$  становятся самостоятельными **источниками** колебаний, которые колеблются с одинаковыми амплитудами и постоянной разностью фаз.



С правой стороны от преграды  $ab$  будут распространяться две когерентные волны, и в каждой точке среды колебание возникает в результате сложения этих волн.

Рассмотрим за преградой точку  $B$ , которая находится от источников  $S_1$  и  $S_2$  на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  соответственно. Колебания будут доходить до точки  $B$  с некоторой разностью фаз, определяемой расстояниями  $r_1$  и  $r_2$ .



Уравнения этих колебаний будут иметь вид:

$$\chi_1 = A_1 \cos \omega \left( t - \frac{r_1}{v} \right),$$

$$\chi_2 = A_2 \cos \omega \left( t - \frac{r_2}{v} \right).$$

Введя в уравнения начальные фазы

$$\alpha_1 = -\omega r_1 / v \quad \text{и} \quad \alpha_2 = -\omega r_2 / v ,$$

получим:

$$\chi_1 = A_1 \cos (\omega t + \alpha_1) ,$$

$$\chi_2 = A_2 \cos (\omega t + \alpha_2) .$$

Сложение колебаний, имеющих одинаковые направления, как было показано ранее, в точке В дает суммарное колебание  $\chi = A \cos(\omega t + \alpha)$  ,

амплитуда которого

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi d}{\lambda}} ,$$

где  $d = r_2 - r_1$  — разность хода.

Амплитуда суммарного колебания зависит от разности фаз между интерферирующими волнами

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 2\pi d / \lambda .$$

Результирующая амплитуда достигает максимума при разности фаз  $2\pi d/\lambda = 2\pi n$ ,

где  $n = 0, 1, 2, \dots$ , и разности хода

$$d = 2n\lambda/2$$

Минимум суммарной амплитуды наблюдается при разности фаз  $2\pi d/\lambda = (2n + 1)\pi$  и разности хода

$$d = (2n + 1)\lambda/2$$

В первом случае амплитуды колебаний складываются. Если  $A_1 = A_2$ , то результирующее колебание происходит с удвоенной амплитудой.

Во втором случае  $A = |A_1 - A_2|$  и при  $A_1 = A_2$  колебания взаимно ликвидируются.

При промежуточных значениях разностей хода между  $\pm 2n\pi$  и  $\pm (2n + 1)\pi$ , наблюдается некоторый средний эффект усиления или ослабления колебаний.

# Стоячие волны

Практически важным случаем интерференции является суперпозиция двух встречных волн с одинаковыми частотами.

Пусть падающая и отраженная волны распространяются в среде с таким малым затуханием, что амплитуды их практически одинаковые.

Направление распространения волн свяжем с направлением оси  $X$ .

Начало координат возьмем в точке, где встречные волны имеют одинаковые фазы, а начало отсчета времени выберем так, что их начальные фазы равны нулю.

Тогда уравнения плоских волн, которые распространяются в противоположных направлениях, будут иметь вид:

$$\chi_1 = A_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$\chi_2 = A_0 \cos(\omega t + kx).$$

Сложив оба уравнения и преобразовав результат по формуле суммы косинусов:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

получим

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 = 2A_0 \cos kx \cos \omega t.$$

Заменяя волновое число  $k$  его значением

$k = 2\pi/\lambda$ , выражению для  $\chi$  можно придать следующий вид:

$$\chi = \left( 2A_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \cos \omega t.$$

Полученное уравнение и есть **уравнение стоячей волны**.

Из него видно, что в каждой точке стоячей волны происходят колебания той же частоты, что и во встречных волнах.



**Амплитуда** гармонического колебания частицы, находящейся в некоторой точке пространства, определяется равенством

$$A = 2A_0 \left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right| .$$

Как видим, **амплитуда стоячей волны** зависит от координаты  **$x$**  .

В точках, где  $2\pi x / \lambda = \pm(2n+1)\pi$

(  $n = 0, 1, 2, \dots$  ), амплитуда колебаний обращается в нуль.

Эти точки называются **узлами**.

Точки среды, которые находятся в узлах, колебаний не совершают.

В эти точки падающая и отраженная волны приходят в противоположных фазах.

Координаты узлов имеют следующие значения:

$$x_y = (2n + 1) \lambda/4.$$

Расстояние между соседними узлами

$$x_{n+1} - x_n = \lambda/2 \quad .$$

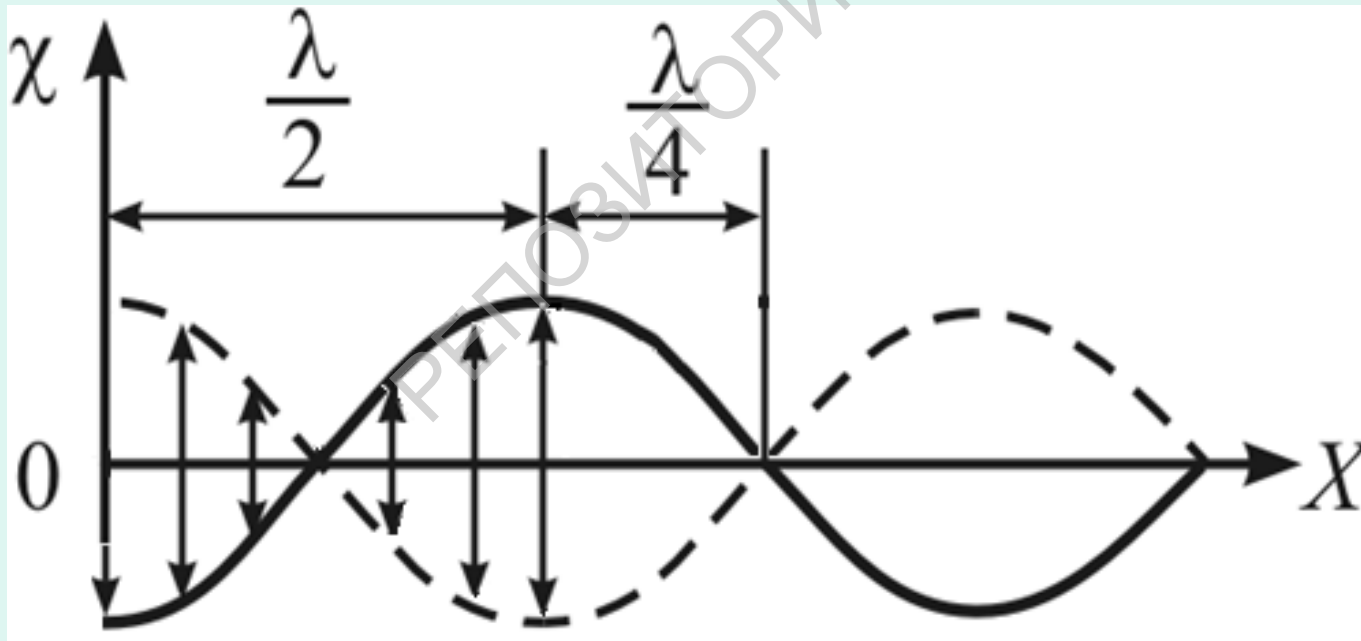
В точках, где  $2\pi x/\lambda = \pm n\pi$ , амплитуда колебаний достигает максимального значения  $2A_0$ .

Эти точки называют пучностями стоячей волны.

В пучностях падающая и отраженная волны приходят в одной фазе.

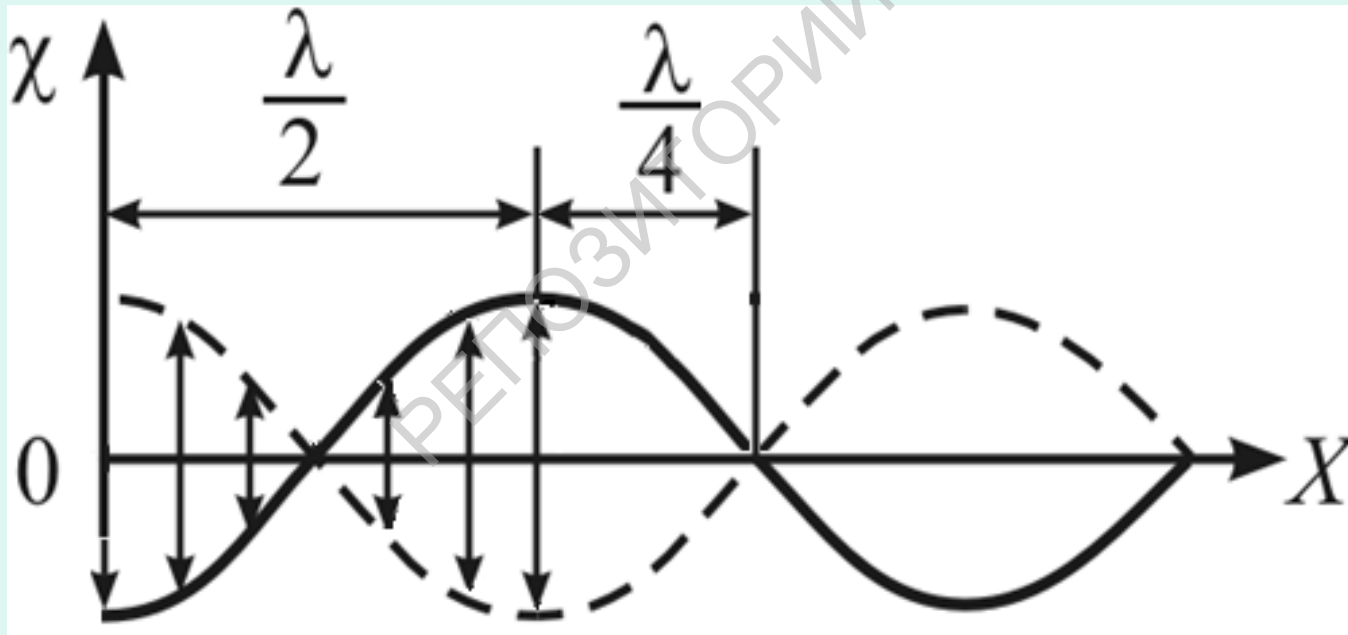
Координаты пучностей  $x_{\Pi} = \pm n\lambda/2$ , а расстояние между двумя соседними пучностями также равно  $\lambda/2$ .

Пучности и узлы смещены относительно друг друга на четверть длины волны:  $x_y - x_{\Pi} = \lambda/4$ .



На рисунке стоячая волна изображена **графически**.

**Если** в среде распространяется **поперечная** волна, такое изображение дает **действительную** зависимость смещения частиц из состояния равновесия от координаты  $X$  в некоторый фиксированный момент времени; в случае **продольной** волны полученное изображение носит **условный** характер.



# Энергия стоячей волны

Допустим, в однородной изотропной среде установилась продольная стоячая волна, которая описывается **уравнением**

$$\chi = 2A_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t \quad (1)$$

Выделим мысленно в среде элементарный объем  $\Delta V$ , настолько малый, чтобы в его пределах **скорости** колебательного движения частиц можно было считать **одинаковыми**, а деформацию однородной.

Найдем **кинетическую энергию** выделенного объема

$$\Delta E_{\text{к}} = \frac{m}{2} \left( \frac{d\chi}{dt} \right)^2 = \frac{\rho}{2} \left( \frac{d\chi}{dt} \right)^2 \Delta V \quad (2)$$

Продифференцировав (1) по времени и подставив в (2),  
получим

$$\Delta E_{\text{к}} = 2\rho A_0^2 \omega^2 \cos^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \cos^2 \omega t \Delta V.$$

На основе этой формулы можно сделать вывод, что кинетическая энергия выделенного объема является периодической функцией.

В волне существуют такие точки, в которых кинетическая энергия равна нулю в любой момент времени ( $\cos^2(2\pi x/\lambda) = 0$ ).

Эти точки называют узлами кинетической энергии.

Точки, в которых энергия имеет наибольшее значение ( $\cos^2(2\pi x/\lambda) = 1$ ), называются пучностями кинетической энергии.

Координаты пучностей  $\Delta E_{\text{к}}$  совпадают с координатами пучностей смещения стоячей волны, а координаты узлов  $\Delta E_{\text{к}}$  совпадают с координатами узлов смещения стоячей волны.

Потенциальная энергия выделенного объема

$$\Delta E_{\text{п}} = \frac{E\varepsilon^2}{2} \Delta V = \frac{E}{2} \left( \frac{d\chi}{dx} \right)^2 \Delta V .$$

Учитывая, что  $E = \nu^2 \rho$  и  $2\pi\nu = \omega$ ,  $\nu = \lambda\nu$  получим

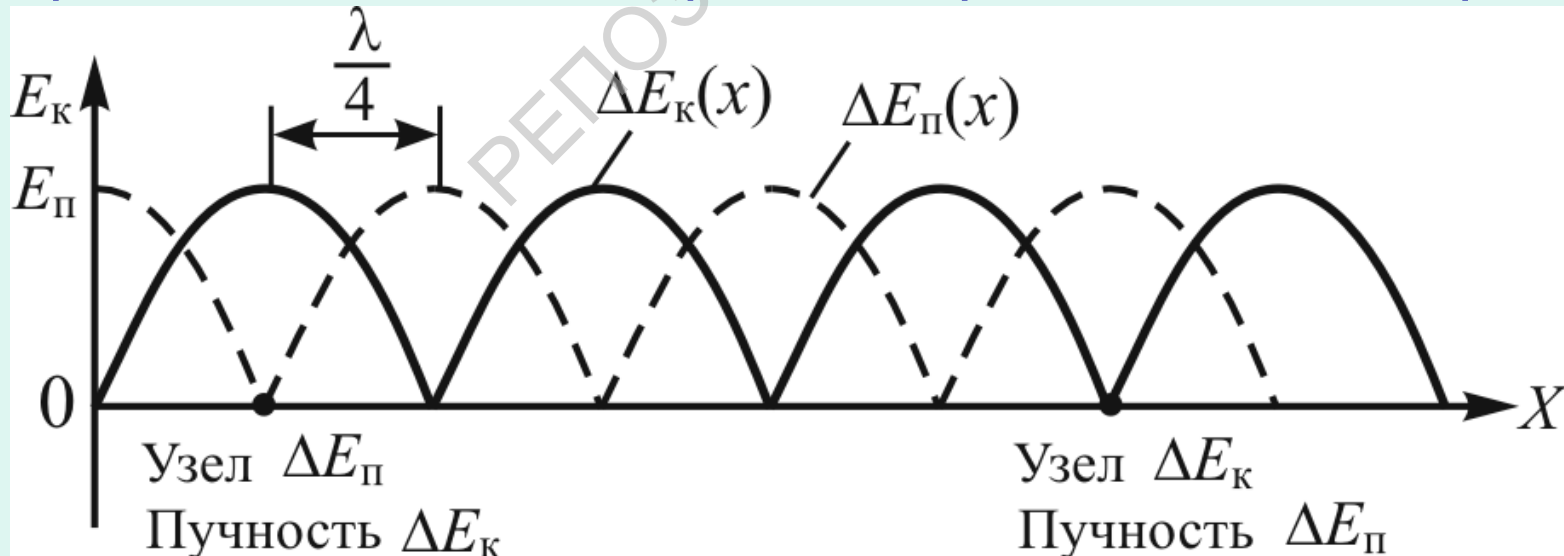
$$\frac{d\chi}{dx} = -\frac{4\pi A_0}{\lambda} \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t .$$

выражение для потенциальной энергии выделенного объема

$$\Delta E_{\text{П}} = 2\rho A_0^2 \omega^2 \sin^2 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin^2 \omega t \Delta V.$$

Отсюда видно, что потенциальная энергия также является периодической функцией с тем же периодом, что и кинетическая энергия.

Графики распределения амплитуд кинетической энергии и потенциальной энергии в стоячей волне для некоторого фиксированного момента времени представлены на рисунке.





Из графика видно, что пучности кинетической и потенциальной энергии **смещены** в пространстве на четверть длины волны ( $\lambda/4$ ).

В **бегущей** волне происходит **перенос энергии**, а в **стоячей** волне через плоскости, в которых размещены узлы волны, **энергия не течет**.

Таким образом, в **стоячей** волне энергия может перемещаться **только** в пределах участков между двумя соседними узлами деформаций и скоростей.

