А.К. Серова; под общ. ред. Б.Х. Гайтова. – Краснодар: «Издательский Дом - Юг», 2015. – С. 12-14.
3. Кашин Я.М., Белов А.А. Трегубов А.Г. Анализ массо-энергетических показателей современных инверторов, преобразующих электроэнергию от модулей фотоэлектрических элементов // Информационная безопасность – актуальная проблема современности. Совершенствование образовательных технологий подготовки специалистов в области информационной безопасности: Сб. тр. IV-V Всерос. НТК, г. Геленджик 2012 г. – Краснодар: ФВАС, 2012. – С. 171-174.

СЕКЦИЯ 6. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УПРАВЛЕНИЕ ПОИСКОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Гуляева Т.В., Пещенко Н.К.
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка, г. Минск, Беларусь

***Аннотация**. В данной статье рассматривается система геометрических неравенств и доказательств, которые могут быть предложены учащимся базовой школы на факультативных занятиях по математике с целью развития их исследовательских умений и формирования познавательного интереса к предмету.*

***Ключевые слова:** треугольник, неравенство, стороны треугольника, медиана, биссектриса, высота, площадь, периметр, поисковая деятельность, познавательный интерес.*

В общеобразовательных учреждениях все более приоритетным становится обучение через исследование. Именно такое обучение позволяет, организуя самостоятельную поисковую деятельность школьников на факультативных занятиях в рамках вариативного компонента, учить их мыслить, свободно ориентироваться в математических проблемах, проявлять творчество в процессе поиска решения задач.

Заметим, что учителя, как правило, проводят факультативные занятия по алгебре. Однако именно решение геометрических задач в наибольшей степени направлено на развитие логического и аналитического мышления учащихся, их математической интуиции, формирование поисковых навыков. В этом контексте особенно важное значение принадлежит задачам на доказательство, которых в школьных учебных пособиях по математике явно недостаточно.

Осуществление поисковой деятельности учащихся по геометрии может быть организовано в рамках факультативных занятий «Геометрические неравенства», на которых устанавливаются зависимости между элементами тре-

угольника. Их изучение не предусмотрено школьным курсом геометрии. Так на первом факультативном занятии по данной теме целесообразно повторить с учащимися неравенства треугольника и операции над неравенствами, показать, что только одни эти неравенства являются сами по себе решениями многих интересных задач, приводят к получению новых неравенств. Далее можно перейти к доказательству неравенств, первое из которых учитель доказывает сам в качестве образца.

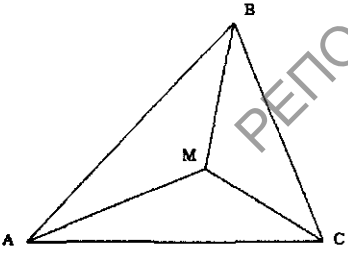
Задача 1. Точка М лежит внутри треугольника АВС. Докажите, что сумма расстояний от точки М до вершин В и С меньше суммы сторон АВ и АС, т.е. ВМ+МС<АВ+АС.

Доказательство. В треугольнике АВО: ВО<АВ+АО, в треугольнике МОС: МС<МО+ОС. Сложим эти два неравенства, получим: ВО+МС< АВ+АО+МО+ОС; ВМ+МО+МС<АВ+АС+МО, откуда ВМ+МС<АВ+АС.

На примере решения этой задачи учитель ориентирует учащихся на доказательство неравенств по определенному образцу, точное применение которого обеспечивает безошибочное решение класса задач, на которые он рассчитан. Этим самым учитель способствует становлению репродуктивного стиля мышления обучаемых. Именно он является основой для конструирования методов доказательства новых неравенств.

Для закрепления метода доказательства учитель предлагает задачу, решение которой основывается на результате предыдущей, поэтому она может быть предложена учащимся для самостоятельного доказательства и потребует от них применения навыков анализа, сравнения, сопоставления.

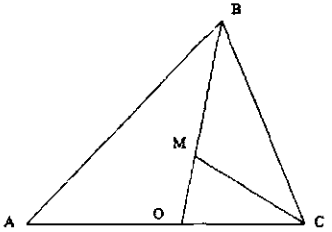
Задача 2. Докажите, что сумма расстояний от любой точки, лежащей внутри треугольника АВС, до его вершин меньше периметра этого треугольника, т.е. АМ+ВМ+МС<p.



Доказательство. Сложим три неравенства: ВМ+МС<АВ+АС, АМ+МС<АВ+ВС, АМ+МВ<АС+ВС. Получим 2АМ+2МС+2МВ<2АВ+2АС+2ВС. Следовательно, АМ+МС+МВ<p.

Развитие поисковой деятельности учащихся предполагает формирование у них навыков моделирования математических ситуаций. С этой целью можно на занятии создать проблемную ситуацию: мы нашли верхнюю границу данного выражения, а существует ли нижняя граница? Имеем **задачу 3.** Докажите, что сумма расстояний от любой точки, лежащей внутри треугольника АВС, до его вершин больше половины периметра этого треугольника.

Доказательство. По аналогии с предыдущей задачей сложим три неравенства: АМ+МВ>АВ, ВМ+МС>ВС, АМ+МС>АС, получим АМ+ВМ+МС > $\frac{p}{2}$. Таким образом, имеем: $\frac{p}{2}$ < АМ+МС+МВ< p.



Однако владение лишь приемами алгоритмического типа недостаточно для решения творческих задач и особенно это видно при подготовке учащихся к олимпиадам. Примером олимпиадной задачи по этой теме может быть следующая задача: внутри правильного треугольника взята произвольная точка, которая соединена со всеми его вершинами. Доказать, что из этих отрезков можно составить треугольник. Если изменить ее заключение в контексте трех предыдущих задач, то имеет место **задача 4.** Дан равносторонний треугольник ABC. M – точка внутри него. Докажите, что AM<MB+MC.

Доказательство. Рассмотрим треугольник BMC: BM+MC>BC. Так как треугольник равносторонний, то верно и такое неравенство BM+MC>AB. Рассмотрим треугольник ABM. Угол ABM<60°, следовательно, угол AMB>60°. Зная, что против большего угла лежит большая сторона, делаем вывод, что AB>AM. Получаем, что BM+MC>AM. Таким образом, выполняется неравенство треугольника, значит, треугольник, образованный отрезками AM, BM, CM, существует.

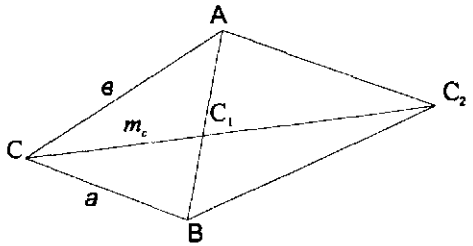
Проявить творчество учащиеся смогут и в процессе поиска решения следующих двух задач, которые учитель может задать на дом:

Задачи 5 и 6. Доказать неравенства для произвольного треугольника ABC: $AB^2 + BC^2 + AC^2 < 2\,(AB\times BC + AC\times BC + AC\times AB)$ и $AB^2 + BC^2 \geq \frac{AC^2}{2}$.

Формирование исследовательских умений учащихся целесообразно продолжить на следующем занятии, доказывая систему неравенств, связанных с элементами треугольника.

Задача 7. Дан треугольник ABC. Докажите, что медиана CC_1, проведенная к стороне AB, меньше полусуммы сторон AC и CB, т.е. $m_c < \frac{b+a}{2}$.

Доказательство. Продлим медиану CC_1: $CC_1=C_1C_2$. Применим к треугольнику CAC_2 неравенство треугольника, получим требуемое неравенство $m_c < \frac{b+a}{2}$.

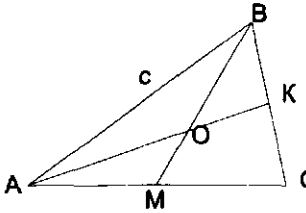


Формированию умений конкретизации способствует работа над задачей на нахождение нижней границы длины медианы треугольника. Имеем **задачу 8.** Докажите, что $m_c > \frac{a+b-c}{2}$.

Доказательство. Пусть для определенности $a>b>c$. Рассмотрим треугольники ACC_1 и C_1CB. $m_c > b - \frac{c}{2}$, $m_c > a - \frac{c}{2}$. Сложим эти два неравенства и получим $2m_c > a + b - c$, откуда $m_c > \frac{a+b-c}{2}$.

Вместе с учащимися делаем вывод, что длина медианы произвольного треугольника находится в пределах $\frac{a+b-c}{2} < m_c < \frac{b+a}{2}$.

Затем можно предложить учащимся найти, в каких пределах находится сумма двух медиан. Для этого решаем с ними следующую **задачу 9.** В треугольнике ABC проведены медианы к сторонам a и b. Докажите, что $m_a + m_b > \frac{1}{2}(a+b)$.



Доказательство. Сложим два неравенства $m_a > b - \frac{a}{2}$ и $m_b > a - \frac{b}{2}$, в результате получим искомое неравенство $m_a + m_b > \frac{b}{2} + \frac{a}{2}$.

Формирование частично-исследовательских умений обучаемых осуществляется в результате их поисковой деятельности по нахождению ошибок в доказательствах. Такая работа позволяет проверить глубину усвоения теоретического материала. С этой целью можно дать учащимся задание: найти ошибку в доказательстве следующего неравенства.

Задача 10. Докажите, что $m_a + m_b > \frac{3}{2}c$.

Доказательство. Применим неравенство треугольника к треугольникам ABK и ABM. Получим $m_a > c - \frac{a}{2}$, $m_b > c - \frac{b}{2}$. $m_a + m_b > 2c - \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = 2c - \frac{a+b}{2}$ $a + b > c$, $\frac{a+b}{2} > \frac{c}{2}$ $m_a + m_b > 2c - \frac{a+b}{2}$, $m_a + m_b > 2c - \frac{c}{2}$, $m_a + m_b > \frac{3}{2}c$.

После того, как учащиеся увидят ошибку, можно предложить им найти более рациональный способ решения этой задачи. Например, такой: применим неравенство треугольника к треугольнику AOB, получим $\frac{2}{3}m_a + \frac{2}{3}m_b > c$. Умножив обе части неравенства на положительное число $\frac{3}{2}$, получим неравенство, которое нужно было доказать.

Итак, мы нашли правую границу суммы длин двух медиан треугольника. Предлагаем учащимся по аналогии с предыдущими задачами найти левую границу. **Задача 11**.

Сложим следующие четыре неравенства: $m_a < b + \frac{a}{2}$, $m_a < c + \frac{a}{2}$, $m_b < a + \frac{b}{2}$, $m_b < c + \frac{b}{2}$. Получим , что $2(m_a + m_b) < 2c + 2a + 2b$, откуда $m_a + m_b < p$. Итак, получили, что сумма двух медиан треугольника находится в следующих пределах

$$\frac{a+b}{2} < m_a + m_b < a + b + c \text{ или } \frac{3}{2}c < m_a + m_b < a + b + c.$$

Для закрепления полученных умений сформулируем на дом **задачу 12:** Доказать, что $\frac{3}{4}p < m_a + m_b + m_c < p$.

Далее, на следующих факультативных занятиях по данной теме, можно перейти к доказательству более сложных неравенств, связанных с высотами, биссектрисами и площадями треугольников.

1. Доказать, что в любом треугольнике сумма длин высот меньше периметра и большей высоте соответствует меньшая сторона.

2. В треугольнике со сторонами a, b, c $a < b$. Доказать, что $a + h_a \leq b + h_b$.

В каждом классе есть талантливые и потенциально одаренные дети. Им свойственно творческое мышление, высокая работоспособность, перфекционизм, настойчивость и рефлексивность. Однако, чтобы одаренный учащийся проявил эти личностные качества в максимальной степени, учителю необходимо идти дальше и предлагать другие, более интересные задачи, требующие установления ассоциативных связей между имеющимися знаниями и умениями доказательств предыдущих неравенств. Примерами таких задач могут быть следующие неравенства, связанные с биссектрисами и площадями треугольника.

1. Доказать, что в любом треугольнике $l_a + l_b + l_c \leq \sqrt{3}p$, где p – периметр треугольника.

2. В треугольнике ABC проведена биссектриса AA_1. Обозначим точку пересечения биссектрис через A_1. Доказать, что $AK > A_1K$.

3. Доказать, что $l_a \leq \sqrt{p(p-a)}$.

4. Доказать, что $S \leq \left(\frac{a+b}{2\sqrt{2}}\right)^2$, $S \leq \frac{a^2+b^2}{4}$,

S – площадь треугольника, a, b – стороны.

В 9 классе программой по математике предусмотрено изучение большой темы «Вписанные и описанные треугольники». Ее можно углубить проведением факультативных занятий по теме «Неравенства для радиусов описанной и вписанной окружностей». А в 10 классе познакомить учащихся с неравенствами для углов треугольника.

В заключение отметим, что поисковая деятельность лежит в основе формирования познавательного интереса учащихся к предмету, который, как правило, сопровождается положительными эмоциями, вызванными новизной знаний и потребностью в их приобретении.

Литература

1. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия 7-9. – М., 2006. – С. 47-54.
2. Просолов В.В. Задачи по планиметрии. Ч.1. – М.: Наука, 1991. – С. 227-281.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ЧИСЛА 2016

Коломиец Т.В.
Волгоградский лицей-интернат «Лидер», г. Волгоград

Аннотация. *В статье выявлены некоторые свойства числа 2016, проследили за поведением числа 2016 при таких преобразованиях, как сиракузская последовательность, преобразования Каплекара, числа Армстронга.*