Лекция 22. Движение вязкой жидкости

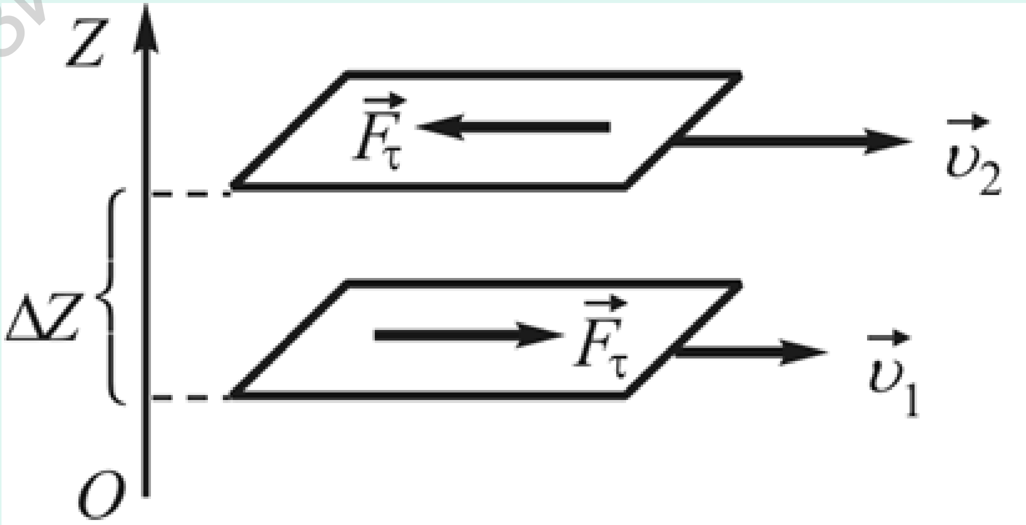
Содержание

Внутреннее трение

При движении реальной жидкости между ее слоями возникают силы внутреннего трения, или силы вязкости.

Эти силы направлены по касательной к поверхности слоев и называются силами внутреннего трения.

Пусть два слоя жидкости, которые находятся на расстоянии ΔZ друг от друга, движутся со скоростями $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$.



Обозначим $\upsilon_2 - \upsilon_1 = \Delta\upsilon$.

Отношение $\Delta\upsilon/\Delta z$ характеризует, как быстро изменяется скорость от слоя к слою в направлении, перпендикулярном скорости движения слоев, и называется градиентом скорости.

Как показал Ньютон, сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости и площади соприкасающихся слоев текущей жидкости

$$F = \eta \frac{\Delta\upsilon}{\Delta z} S ,$$

где η — коэффициент динамической вязкости.

$$F = \eta \frac{\Delta \upsilon}{\Delta z} S \quad .$$

Коэффициент динамической вязкости зависит от температуры: в жидкостях η с повышением температуры уменьшается, в газах — увеличивается. Это говорит о разном механизме возникновения сил внутреннего трения в жидкостях и газах.

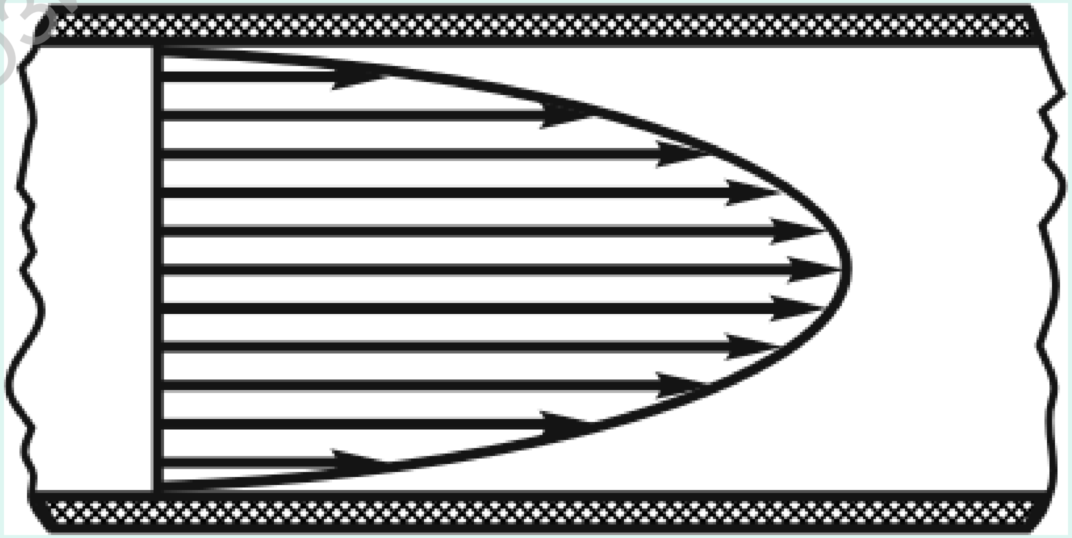
Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса

Течение жидкости называется ламинарным (слоистым), если выделенный вдоль потока слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

Ламинарное течение стационарно.

На рисунке приведено распределение скорости по сечению трубы при ламинарном течении жидкости.

Из рисунка видно, что градиент скорости имеет наибольшее значение возле стенок трубы.



Течение жидкости называется турбулентным (вихревым), если в потоке происходит перемешивание частиц жидкости.

Турбулентное течение нестационарно.

В ламинарном течении объем жидкости, протекающей по трубе длиной l за время t при разности давлений Δp на её концах, определяется формулой:

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta l}\Delta p t \; .$$

Это соотношение было установлено французским физиком и физиологом Пуазейлем (1799—1869) и получило название формулы Пуазейля.

Для турбулентного движения жидкости формула Пуазейля непригодна.

Используя эту формулу, можно определить коэффициент вязкости жидкости или газа.

Приборы, с помощью которых измеряется вязкость жидкостей и газов, называются вискозиметрами.

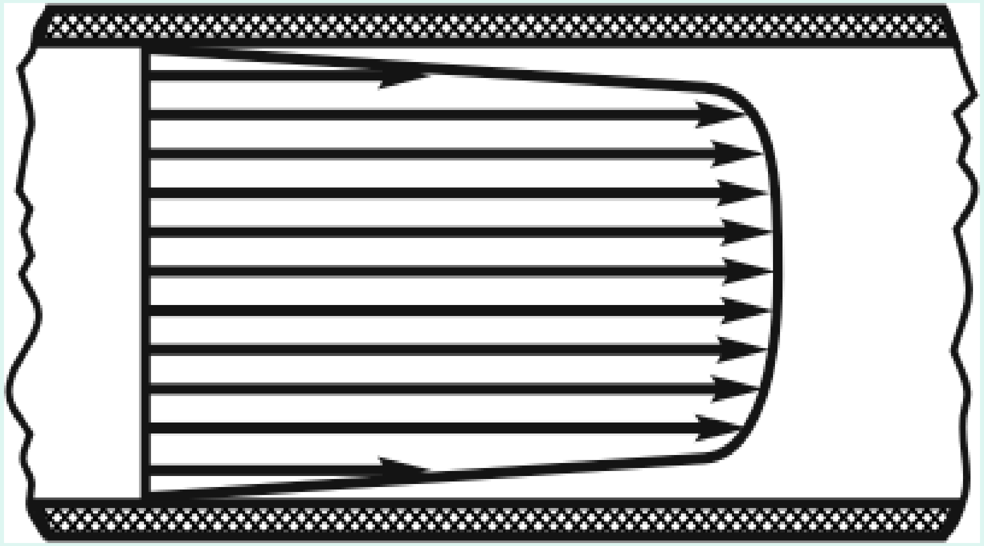
В случае турбулентного течения жидкости в каждой точке потока происходит быстрое изменение вектора скорости с течением времени.

На рисунке показано распределение средних скоростей по сечению трубы при турбулентном течении.

Средняя скорость в этом случае практически одинаковая по всему сечению.

Турбулентное течение жидкости сопровождается образованием вихрей.

Вихрь — это совокупность частиц жидкости или газа, которые совершают быстрое вращательное движение относительно мгновенной оси вращения.



Английский физик Рейнольдс (1842—1912), исследуя характер течения жидкостей по трубам, установил, что переход от ламинарного течения к турбулентному определяется безразмерным числом, которое получило название числа Рейнольдса:

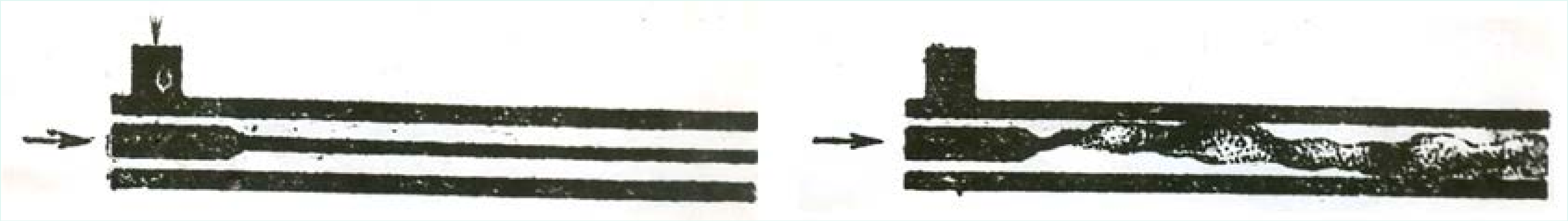
$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \upsilon l}{\eta},$$

где ρ — плотность жидкости,

υ — средняя скорость потока по сечению трубы,

η — коэффициент динамической вязкости,

l — характерный размер сечения потока (при течении в длинных цилиндрических трубах l равно диаметру).



$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \upsilon l}{\eta}$$.

При возрастании числа Рейнольдса течение жидкости из ламинарного переходит в турбулентное.

Значения скорости $\upsilon_{\text{кр}}$ и числа Рейнольдса, при которых это происходит, получили название критических.

Если жидкость течет по гладкой круглой трубе, $\mathrm{Re} = 2300$

Это означает, при $\mathrm{Re} < 2300$ возможно только ламинарное течение жидкости, а при $\mathrm{Re} > 2300$ течение может стать турбулентным.

Отношение $$\nu = \eta/\rho$$

называется коэффициентом кинематической вязкости, откуда

$$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon l}{\nu}$$.

Движение тел в жидкостях и газах

Основной задачей гидроаэродинамики является изучение сил, с которыми жидкости и газы действуют на тело, движущееся в них.

Согласно принципу относительности движения все физические явления, возникающие между двумя телами, зависят только от относительной скорости движения этих тел, что и позволяет задачу о движении тела в неподвижной жидкости заменять более простой в экспериментальном плане задачей об обтекании потоком жидкости неподвижного тела.

Рассмотрим силы, действующие на тело в движущейся жидкости или газе.

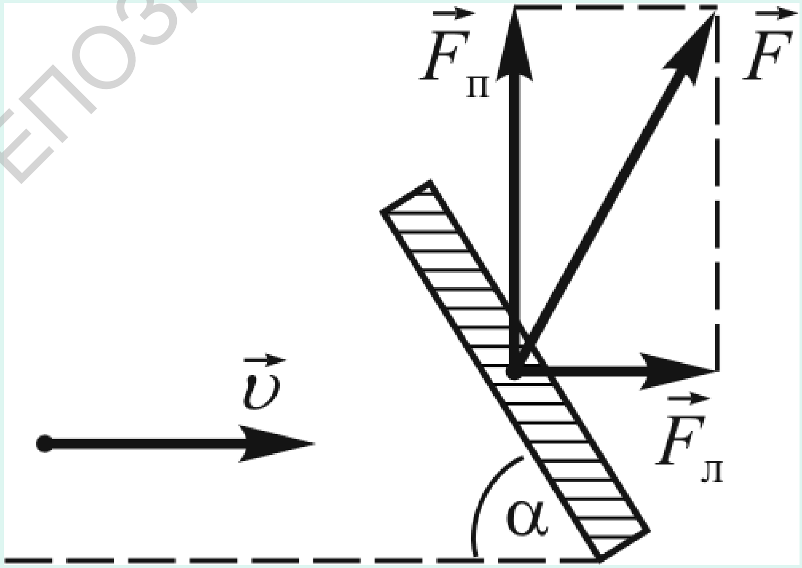
В общем случае на тело будет действовать суммарная сила $\vec{F}$, направленная под некоторым углом к направлению движения.

Эту силу можно разложить на две составляющие, одна из которых $\vec{F}_л$ направлена в сторону, противоположную движению тела (или в сторону движения потока, набегаемого на тело) и называется силой лобового сопротивления.

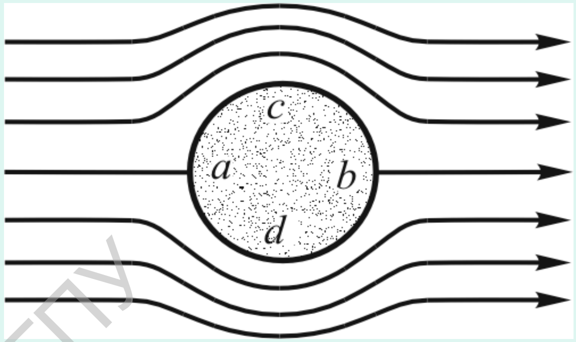
Вторая $\vec{F}_п$ перпендикулярна к этому направлению и называется подъемной силой.

Если тело симметрично относительно направления потока, на него может действовать только лобовое сопротивление, подъемная сила в этом случае равна нулю.

Величины сил $\vec{F}_л$ и $\vec{F}_п$ зависят от величины скорости, а также от формы тела.



Поместим в поток идеальной жидкости бесконечный цилиндр, ось которого перпендикулярна линиям тока невозмущенного потока.



Давление вблизи точек *a* и *b* одинаково и больше, чем в невозмущенном потоке (потому что скорость в этих точках меньше);
давление в точках *c* и *d* также одинаково и меньше, чем в невозмущенном потоке (скорость в данных точках больше).

Поэтому сумма всех сил давления, действующих на поверхность цилиндра, будет равна нулю.

Аналогичный результат получается и для тел произвольной формы.

Таким образом, пришли к выводу, что при равномерном прямолинейном движении тела произвольной формы, но конечных размеров внутри несжимаемой жидкости, лишенной вязкости, оно не должно испытывать никакого сопротивления.

Это положение было высказано французским механиком и математиком Даламбером (1717—1783) в 1744 г. и швейцарским математиком и физиком Эйлером (1707—1783) в 1745 г. и получило название парадокса Даламбера—Эйлера.

Рассмотрим теперь процесс обтекания тела реальной жидкостью.

При небольших скоростях потока, когда число Рейнольдса меньше критического, тонкий слой жидкости прилипает к поверхности цилиндра, образуя так называемый пограничный слой.

Опытным путем установлено, что суммарная сила вязкости при небольших скоростях движения пропорциональна скорости потока $F_c = C_x \upsilon$,
где C_x — коэффициент, зависящий от вязкости жидкости, размеров и формы тела, его ориентации в потоке.

Английский физик и математик Стокс (1819—1903), исследуя движение шаров при значениях числа Рейнольдса, меньших единицы, получил аналитическое выражение для результирующей силы вязкости, действующей на шар

$$F_c = 6\pi\eta r\upsilon$$

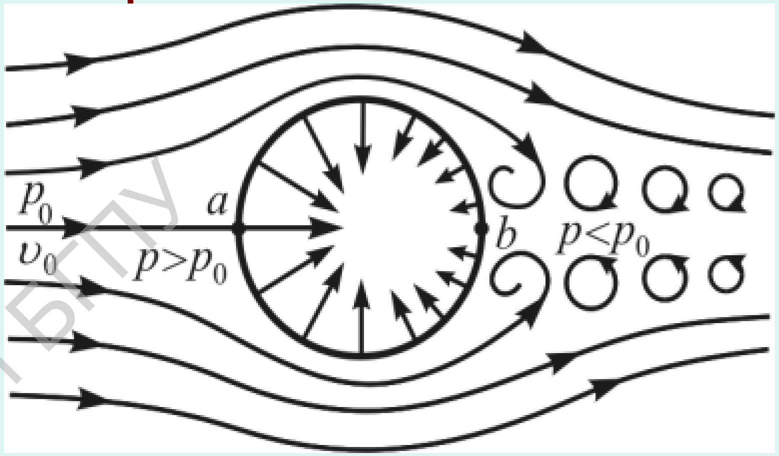
,где *r* – радиус шара. Это соотношение получило название формулы Стокса.

Формула Стокса лежит в основе одного из методов определения коэффициента вязкости жидкостей.

При больших значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} = 10^4$) линии тока жидкости отрываются от задней поверхности шара, в результате чего образуются вихри.

В этом случае частицы жидкости за телом останавливаются и начинают двигаться против потока.

Энергия вихрей при этом расходуется на нагревание жидкости.



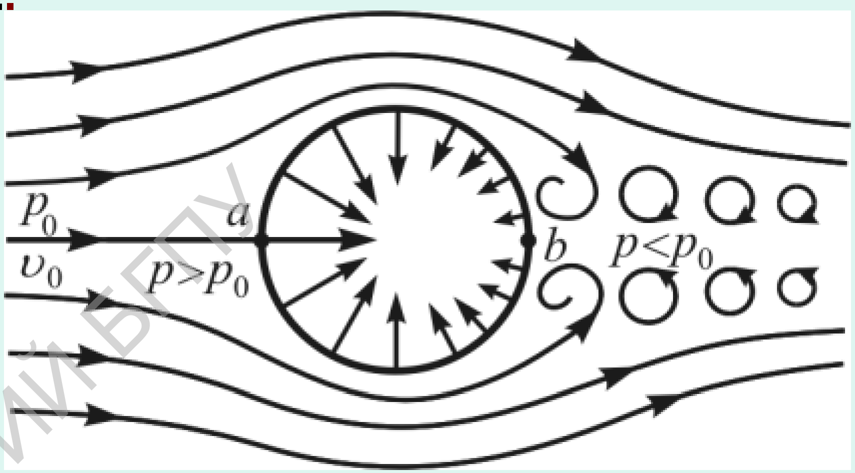
Давление в пространстве за телом оказывается пониженным.

Обозначим давление p_0 и скорость υ_0 в невозмущенном потоке.

Используя уравнение Бернулли, получим давление в точке $\boldsymbol{a}$:

$$p_a = p_0 + \frac{\rho \upsilon_0^2}{2} .$$

Из последней формулы следует, что давление в точке a больше давления в невозмущенном потоке на величину динамического давления $\rho\upsilon_0^2/2$.

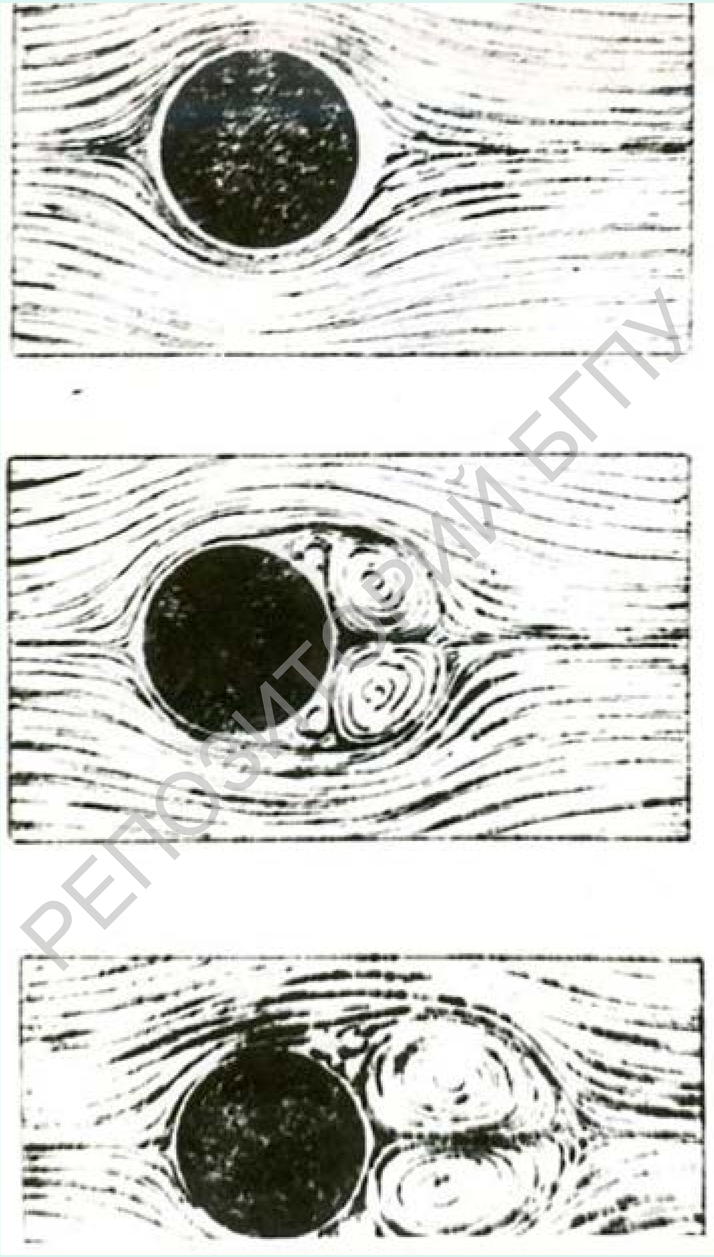


В то же время давление в точке b меньше давления в невозмущенном потоке: $p_b < p_0$.

Следовательно, результирующая сил давления, действующих на шар, отличается от нуля и направлена вдоль потока жидкости.

Результирующая сил давления, которые действуют на шар со стороны потока жидкости, получила название силы лобового сопротивления (сопротивления давления)

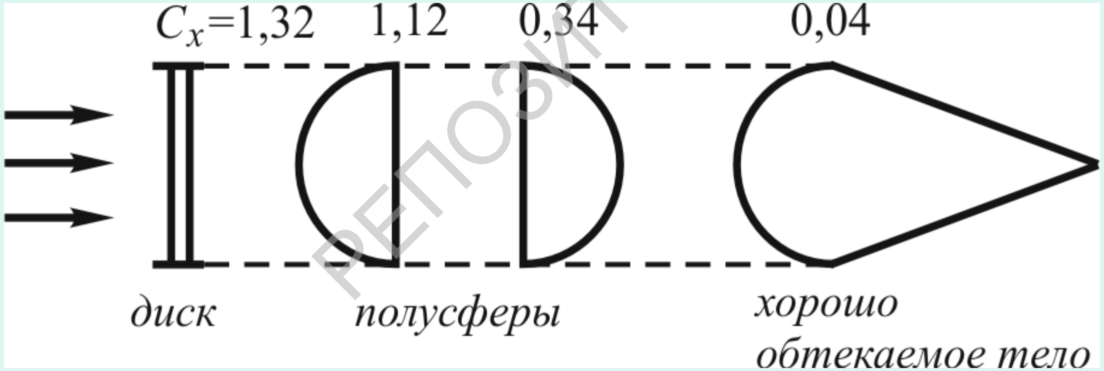
$$F_л = C_x S \frac{\rho\upsilon_0^2}{2},$$



$$F_{л} = C_x S \frac{\rho \upsilon_0^2}{2},$$

где C_x — коэффициент лобового сопротивления, который зависит от числа Рейнольдса, формы тела, его ориентации в потоке и вязкости жидкости; S — так называемое миделево сечение, которое представляет собой наибольшую площадь сечения тела плоскостью, перпендикулярной потоку.

На рисунке приведены значения C_x для тел разной формы.



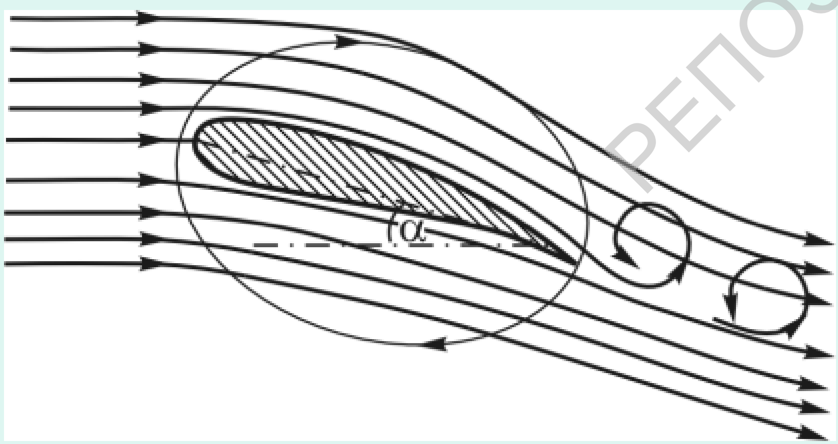
Поскольку миделевы сечения тел одинаковые, то основное влияние на силу лобового сопротивления оказывает форма тела, вокруг которого происходит вихреобразование.

Подъёмная сила крыла самолета. Формула Жуковского

Для крыла самолета найдена наилучшая по обтекаемости форма, так называемый профиль Жуковского, который используется при создании самолетов.

Крыло самолета имеет асимметричный профиль.

В передней части оно плавно закруглено, а задняя его кромка заострена.



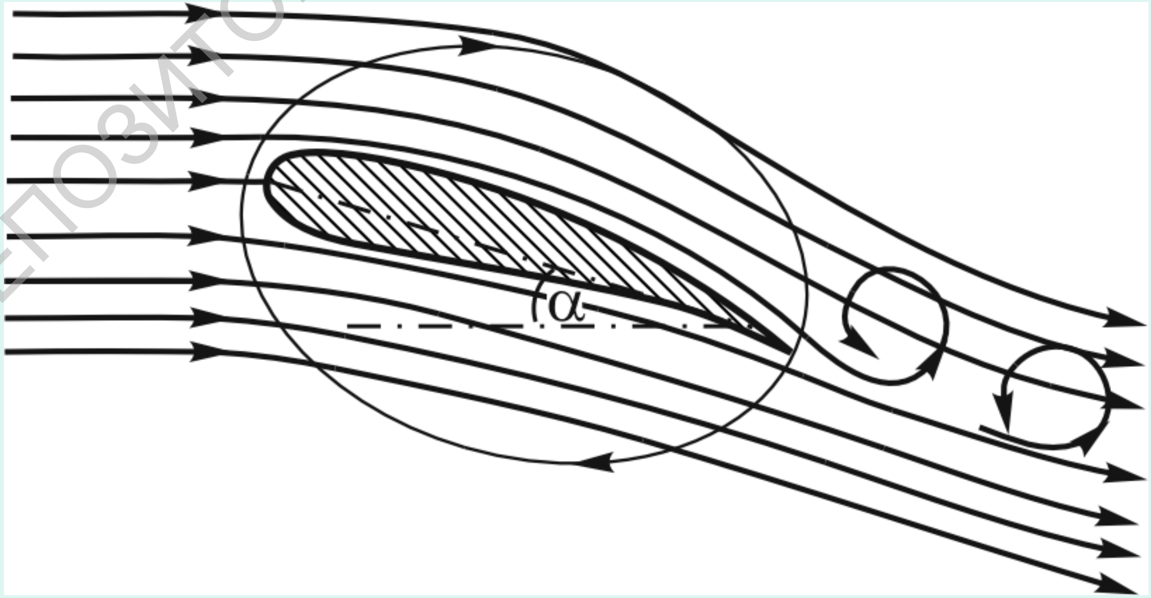
Кроме этого, крыло ориентируется по отношению к направлению обтекающего потока воздуха под некоторым небольшим углом α, называемым углом атаки.

Обтекаемое крыло с профилем Жуковского построено так, что, рассекая воздух, образует у своего острого края пониженное давление.

Следовательно, скорость обтекания крыла у задней кромки достигает максимума при большом градиенте скорости.

В результате на этой кромке возникает мощный вихрь (для изображенного на рисунке случая — против часовой стрелки).

Этот первый вихрь, образовавшийся в начале движения, называют «разгонным вихрем».

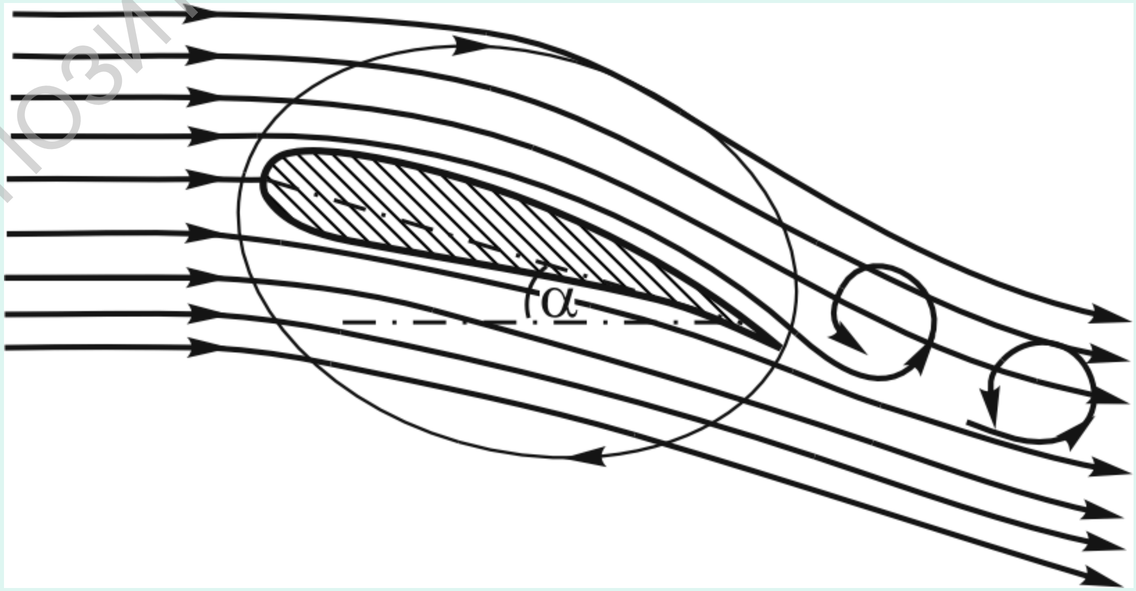


Достаточно развившись, как и другие вихри, он срывается с кромки и уносится воздушным потоком.

На его месте возникает следующий и т. д. Таким образом, на задней кромке при полете самолета устанавливается постоянное явление срыва струй, обтекающих крыло.

Каждый такой вихрь имеет свой момент импульса.

Поскольку внешних моментов сил, действующих на систему крыло—воздух, нет (изолированная система), то момент импульса этой системы должен оставаться постоянным (равным нулю).



Это означает, что в воздухе около крыла должно возникнуть какое-то круговое движение воздуха, которое бы обладало одинаковым с вихрем моментом импульса, но противоположного направления.

Жуковский показал, что вместе с вихрем в воздухе около крыла возникает круговое течение — циркуляция воздушных масс, в нашем случае — по часовой стрелке.

Жуковский впервые предложил рассматривать обтекание крыла идеальной жидкостью или газом как одновременно существующие два течения идеальной жидкости: плавное обтекание крыла и циркуляционное течение вокруг крыла.

Наличие циркуляции вокруг крыла приводит к увеличению относительной скорости потока воздуха над крылом, поскольку там скорость циркуляции по направлению совпадает со скоростью плавного обтекания крыла воздухом.

Под крылом же скорость потока воздуха относительно крыла уменьшается, поскольку там скорости указанных двух движений противоположны друг другу.

В результате давление воздуха на крыло снизу вверх возрастает, что и обусловливает возникновение подъемной силы.

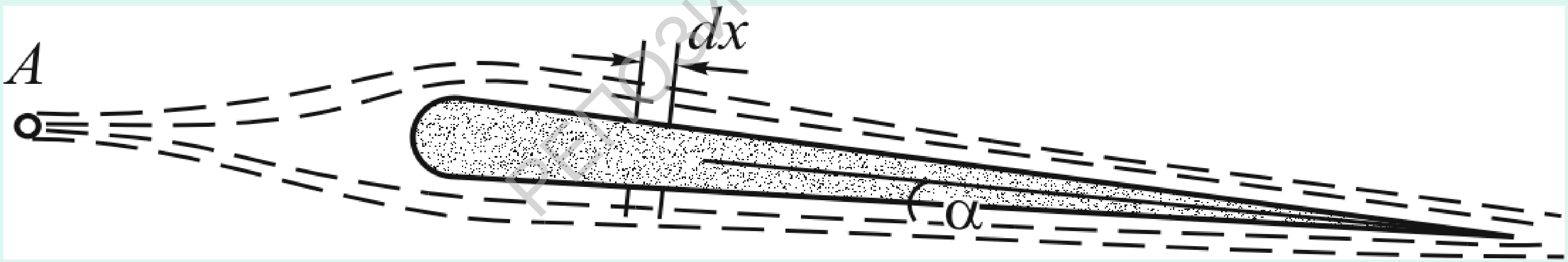
Определяющую роль в возникновении подъемной силы крыла самолета играет физическая величина, которая называется циркуляцией скорости.

Циркуляция скорости — кинематическая характеристика течения жидкости или газа, служащая мерой интенсивности образования вихрей.

Жуковский показал, что для тонкого крыла циркуляция скорости может быть подсчитана теоретически, и получил для нее соответствующую формулу

$$\Gamma = \frac{1}{2}\pi d\upsilon\alpha \ ,$$

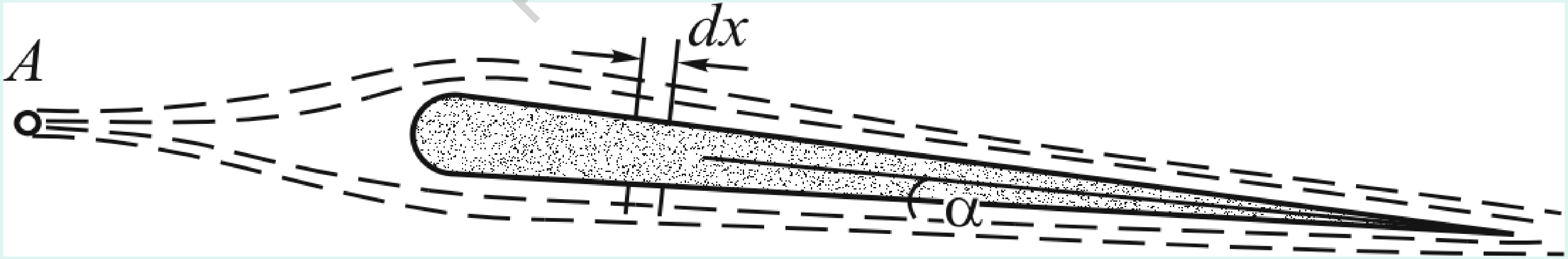
где d — длина хорды крыла (расстояние по потоку от передней до задней кромки крыла), α — угол атаки.



Найдем подъемную силу крыла самолета.

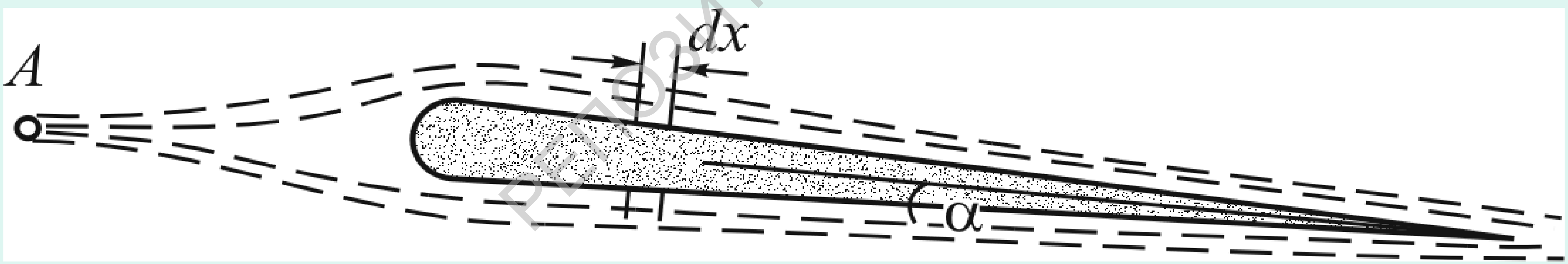
Для этого возьмем тонкое крыло длиной l (размах крыла), имеющее хорду d, и поместим его в воздушный поток под углом атаки α.

Выделим на некотором расстоянии от передней кромки крыла перпендикулярно хорде элементарную полоску шириной dx и длиной l.



Запишем уравнение Бернулли для двух трубок тока, одна из которых проходит сверху, а вторая — снизу крыла вдоль хорды.

Одно сечение этих трубок возьмем в невозмущенной области потока, в точке *A*, где давление p_0, а скорость υ_0 ; вторые в местах выделенной полоски, где соответствующие параметры воздуха над крылом p_1 , υ_1 и под крылом p_2 , υ_2



Поскольку угол атаки мал, то трубки тока можно считать горизонтальными и соответствующие уравнения будут иметь вид:

$$p_0 + \frac{\rho \upsilon_0^2}{2} = p_1 + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2}$$ — для верхней трубки тока,

$$p_0 + \frac{\rho \upsilon_0^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2}$$ — для нижней трубки тока.

Откуда получим: $$p_1 + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2}.$$

Разность давлений на выделенную полоску под крылом и над ним будет равна

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2\right) = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right)\left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right).$$

При малых углах атаки скорости υ_1 и υ_2 близки к скорости υ_0, следовательно, справедливо приближенное равенство

$$\upsilon_1 + \upsilon_2 = 2\upsilon_0 .$$

Тогда $$p_2 - p_1 = \rho\upsilon_0\left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right) .$$

Подъемная сила, которая действует на выделенную полоску крыла

$$dF_{\text{п}} = \left(p_2 - p_1\right)dS = \left(p_2 - p_1\right)l\,dx ,$$

где $dS = l\,dx$ — площадь выделенной полоски.

Таким образом,

$$dF_{п} = \rho \upsilon_0 \left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right) l\, dx \,.$$

Для нахождения результирующей подъемной силы, действующей на все крыло, необходимо последнее соотношение проинтегрировать по всей длине хорды

$$F_{п} = \rho \upsilon_0 l \int_0^d \left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right) dx$$ (формула Жуковского).

Интеграл, входящий в эту формулу, представляет собой циркуляцию скорости

$$\Gamma = \int_0^d \left(\upsilon_1 - \upsilon_2\right) dx \,.$$

Если выражение для циркуляции скорости

$$\Gamma = \frac{1}{2}\pi d\upsilon\alpha$$

подставить в формулу Жуковского

$$F_{\text{п}} = \rho l \upsilon_0 \Gamma,$$

то получим:

$$F_{\text{п}} = \frac{1}{2}\pi\rho\upsilon^2 l d\alpha.$$

Подъемная сила прямо пропорциональна плотности среды, квадрату скорости и углу атаки.

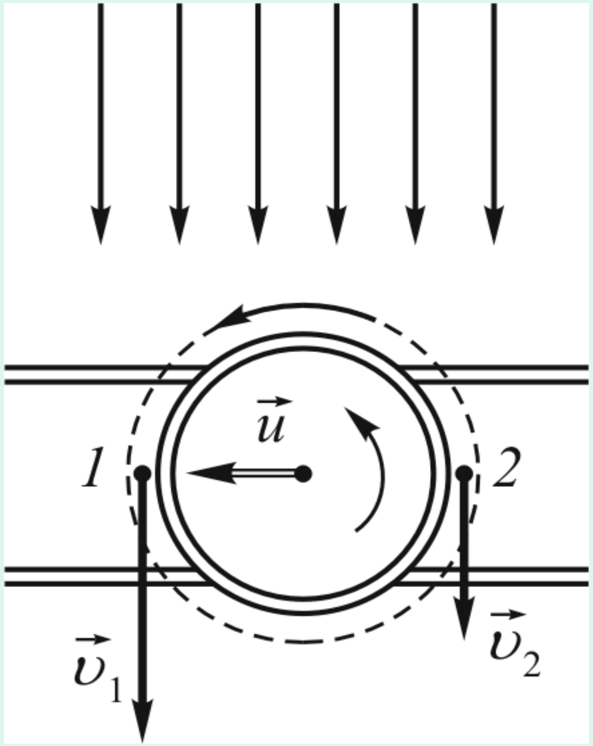
Эффект Магнуса

Кроме подъемной силы $F_{п}$ крыло испытывает и силу лобового сопротивления $F_{л}$.

Отношение $k = F_{п}/F_{л}$ называют качеством крыла.

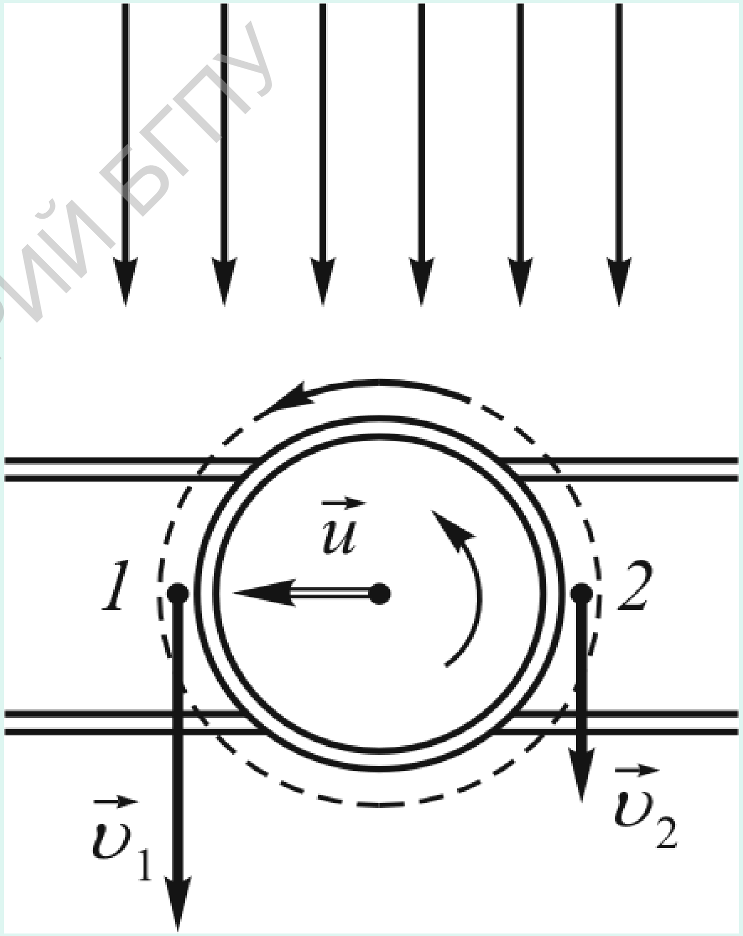
Следует отметить, что в возникновении подъемной силы крыла самолета определяющую роль играют силы вязкого трения.

За счет сил внутреннего трения вокруг вращающегося цилиндра образуется пограничный слой, в котором увлекаемые цилиндром молекулы воздуха вращаются вместе с ним .



В результате скорость потока в точке *2* уменьшится по сравнению со скоростью в невозмущенном потоке, в точке *1* скорость потока увеличится по сравнению со скоростью в невозмущенном потоке.

В соответствии с уравнением Бернулли давление в точке *2* окажется выше давления в точке *1*.



Эта разность давлений вызовет появление поперечной силы давления, которая, действуя на цилиндр, приведет платформу в движение со скоростью в указанном на рисунке направлении.

Возникновение поперечной силы при вращении цилиндра, помещенного в поток газа, получило название эффекта Магнуса в честь немецкого физика и химика Магнуса (1802—1870).