

## Рашэнне лінейнай дыферэнцыяльнай сістэмы ў частковых вытворных пры дапамозе F-манагенных двайных функцый

Двайной функцыяй  $F$ , зададзенай у адназвязным абсягу  $D$  плоскасці  $x, y$ , называецца функцыя выгляду  $F = f + e\varphi$ , дзе  $f, \varphi$  – рэчаісныя або камплексныя функцыі, вызначаныя ў абсягу  $D$ .

Прадметам даследавання з'яўляецца наступная сістэма дыферэнцыяльных раўнанняў:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = A_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = A_3 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + A_4 \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad (1)$$

дзе невядомыя функцыі  $f, \varphi$  і вядомыя функцыі  $A_i (i = 1, \dots, 4)$  належаць класу  $A^*(D)$  ( $A^*(D)$  – клас усіх аналітычных функцый (наогул камплексных) ад

рэчаісных зменных  $x, y$  у некаторым адназвязным абсягу  $D$ , які змяшчае пачатак каардынат),

$$A_1 = -A_4, \quad \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix} = -1.$$

Былі атрыманы наступныя тэарэмы.

**Тэарэма 1.** Сістэма (1) эквівалентная сістэме дыферэнцыяльных раўнанняў у фармальных вытворных

$$\frac{\partial f}{\partial p} - \frac{\partial \varphi}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{\partial \varphi}{\partial p} = 0, \quad (2)$$

$q = q(x, y) \in A^*(D)$  – якое-небудзь частковае рашэнне раўнання  $\frac{\partial}{\partial x}(A_3 q_x + A_4 q_y) = \frac{\partial}{\partial y}(A_1 q_x + A_2 q_y)$ ; функцыя  $p = p(x, y)$  вызначаецца з сістэмы  $p'_x = A_1 q'_x + A_2 q'_y, p'_y = A_3 q'_x + A_4 q'_y; \delta = p'_x q'_y - p'_y q'_x \neq 0$  у абсягу  $D$ ;

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{1}{\delta}(f'_x q'_y - f'_y q'_x); \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{1}{\delta}(f'_y p'_x - f'_x p'_y).$$

**Тэарэма 2.** Умовы (2) ёсць неабходныя і дастатковыя для F-манагеннасці двайной функцыі  $F = f + e\varphi$  ( $e^2 = 1$ ) па функцыі  $P = p + eq$ .

**Тэарэма 3.** Двайная функцыя  $F = f + e\varphi$  будзе F-манагеннай па функцыі  $P = p + eq$  у абсягу  $D$  тады і толькі тады, калі  $f = \frac{w_1 + w_2}{2}, \varphi = \frac{w_1 - w_2}{2}$ , дзе  $w_1, w_2$  – камплексная функцыя, манагенная па камплекснай функцыі  $p + q(p - q)$  у абсягу  $D$ .